

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS 7

Spécialité  
Physique des liquides

Présentée par

Baptiste Darbois Texier

pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS 7

---

**"Tartaglia, Zigzag & Flips" :**  
**les particules denses à haut Reynolds**

---

Soutenue le 2 octobre 2013 devant le jury composé de :

M.	Yves Couder	Président du jury
M.	François Gallaire	Rapporteur
M.	Dominique Legendre	Rapporteur
Mme.	Anette Peko Hosoi	Membre du jury
M.	Philippe Brunet	Invité
M.	David Quéré	Directeur de thèse
M.	Christophe Clanet	Directeur de thèse



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Écoulement autour d'une sphère</b>	<b>11</b>
1.1	Description qualitative . . . . .	12
1.1.1	Position du problème . . . . .	12
1.1.2	Écoulement potentiel . . . . .	14
1.1.3	Couche limite . . . . .	16
1.1.4	Sillage tourbillonnaire . . . . .	17
1.1.5	Transition vers la turbulence . . . . .	18
1.2	Force de traînée sur une sphère . . . . .	20
1.2.1	Coefficient de traînée en fonction du Reynolds . . . . .	20
1.2.2	La crise de traînée . . . . .	21
1.2.3	Effet de la rugosité de la surface . . . . .	23
1.3	Force de portance sur une sphère . . . . .	24
1.3.1	Composante continue . . . . .	25
1.3.2	Émission de structures dans le sillage d'une sphère . . . . .	25
1.3.3	Force de portance non stationnaire . . . . .	26
1.3.4	Effet Robins-Magnus . . . . .	28
<b>2</b>	<b>Le mur aérodynamique</b>	<b>33</b>
2.1	Balistique sportive : approche qualitative . . . . .	35
2.1.1	Observations expérimentales . . . . .	35
2.1.2	Équation du mouvement . . . . .	36
2.1.3	Discussion qualitative . . . . .	36
2.2	Balistique sportive : approche quantitative . . . . .	38
2.2.1	Le volant de badminton . . . . .	38
2.2.2	Trajectoire expérimentale . . . . .	39
2.2.3	Portée expérimentale . . . . .	40
2.3	Analyse théorique de la trajectoire . . . . .	41
2.3.1	Une solution analytique exacte . . . . .	41
2.3.2	Position du mur . . . . .	42
2.3.3	Expression de la portée . . . . .	44
2.3.4	Expression de la hauteur . . . . .	46
2.3.5	Angle optimal de tir . . . . .	47
2.3.6	Comparaison aux autres théories . . . . .	48
2.3.7	Validité de l'expression de la portée . . . . .	48
2.4	Les trajectoires de type "Tartaglia" . . . . .	49
2.4.1	Lances à incendie . . . . .	50
2.4.2	Portée des canons . . . . .	51

<b>3</b>	<b>Le terrain de sport enmuré</b>	<b>55</b>
3.1	Sur la taille des terrains . . . . .	57
3.1.1	Vitesses terminales des balles de sport . . . . .	57
3.1.2	Portée maximale et taille des terrains . . . . .	58
3.1.3	Implications stratégiques et techniques . . . . .	60
3.2	Dégagements au football . . . . .	60
3.2.1	Trajectoires expérimentales . . . . .	61
3.2.2	Équation de la dynamique . . . . .	62
3.2.3	Discussion sur la portée . . . . .	64
3.2.4	Critère pour négliger l'effet de la rotation . . . . .	67
3.3	Jeu long au badminton . . . . .	68
3.3.1	Différence entre le volant en plume et en plastique . . . . .	69
3.3.2	Effet des conditions atmosphériques . . . . .	71
3.3.3	Effet de la rotation du volant . . . . .	73
<b>4</b>	<b>Mouvement vertical non rectiligne</b>	<b>77</b>
4.1	Observations de zigzags verticaux . . . . .	79
4.1.1	Mouvements ascendants d'objets sphériques . . . . .	79
4.1.2	Chutes de billes dans l'eau . . . . .	81
4.1.3	Chutes de balles dans l'air . . . . .	83
4.2	Résultats expérimentaux . . . . .	85
4.2.1	Caractérisation d'un zigzag . . . . .	85
4.2.2	Résultats . . . . .	86
4.3	Description théorique . . . . .	87
4.3.1	Mouvement vertical . . . . .	88
4.3.2	Mouvement transversal . . . . .	89
4.3.3	Résolution numérique . . . . .	90
<b>5</b>	<b>Trajectoires flottantes</b>	<b>95</b>
5.1	Expériences de déviation à l'Est . . . . .	96
5.1.1	Résultats historiques . . . . .	97
5.1.2	Comparaison avec la théorie . . . . .	99
5.1.3	Conditions d'observation de la déviation vers l'est . . . . .	103
5.2	Sur un terrain de sport . . . . .	104
5.2.1	Observations de trajectoires flottantes . . . . .	105
5.2.2	Production de trajectoires flottantes . . . . .	107
5.2.3	Trajectoires numériques . . . . .	110
5.3	Un phénomène rare . . . . .	112
5.3.1	Distance d'observation . . . . .	112
5.3.2	Vitesse de la balle . . . . .	113
5.3.3	Rotation de la balle . . . . .	115
<b>6</b>	<b>Balles anisotropes</b>	<b>119</b>
6.1	Jeu "court" au badminton . . . . .	120
6.1.1	Aspects historiques . . . . .	120
6.1.2	Observations expérimentales . . . . .	122
6.1.3	Dynamique du volant . . . . .	124
6.1.4	Sur la forme du volant . . . . .	128

6.1.5	Gravitropisme . . . . .	129
6.2	Ballons ovales . . . . .	131
6.2.1	Équations du mouvement . . . . .	131
6.2.2	Trajectoire et portée . . . . .	133
<b>7</b>	<b>Oxygène liquide</b>	<b>137</b>
7.1	Oxygène liquide sous champ magnétique . . . . .	138
7.1.1	Propriétés de l'oxygène liquide . . . . .	138
7.1.2	Longueur capillaire effective . . . . .	139
7.1.3	Forme statique d'une goutte d'oxygène liquide . . . . .	141
7.2	Fermeture d'un anneau liquide . . . . .	144
7.2.1	Réalisation d'un anneau liquide . . . . .	144
7.2.2	Dynamique de fermeture d'un anneau liquide . . . . .	146
7.2.3	Modèle théorique de la fermeture . . . . .	147
7.2.4	Retour sur les expériences . . . . .	149
7.3	Stabilité des anneaux liquides . . . . .	151
7.3.1	Instabilité de Rayleigh-Taylor . . . . .	151
7.3.2	Ouverture de l'anneau . . . . .	152
<b>A</b>	<b>Fonction <math>F(\theta)</math></b>	<b>161</b>
<b>B</b>	<b>Intégration numérique des trajectoires</b>	<b>163</b>
<b>C</b>	<b>Scénarios pour le flottage en sport</b>	<b>167</b>
<b>D</b>	<b>Dynamique d'un volant de badminton</b>	<b>173</b>



# Esprit d'équipe

Plus que les équations et les courbes qui vont suivre, cette thèse est constituée de rencontres. Ces dernières m'ont permis de mener plus de projets que je n'aurais jamais pu l'imaginer.

La première de ces rencontres s'est produite avec David et Christophe. Merci à tous les deux d'avoir toujours su accepter nos invitations chez eux! Plus que vos portes, vous nous avez ouvert vos vies et votre quotidien. Ce quotidien est à mes yeux un quotidien de grands hommes et je m'en suis nourri plus que de raison. David, merci de m'avoir éveillé à la vie heureuse. Christophe, merci pour toutes tes théories sur l'accouchement d'un papier scientifique, l'identification des brisures d'une présentation orale, les conditions ésotériques d'obtention d'une bulle géante, le calcul du temps effectif de recherche d'un chercheur (le mien non compris). Il me semble que c'est ces théories qui vont le plus me manquer à l'avenir et pourtant l'amitié que je te porte ne me semble en rien théorique.

La seconde rencontre est évidemment celle avec Caroline. Si je devais retenir une chose de toi Caro, ce serait ton rire. Ce rire qui reste indissociable des pauses cafés, ce rire qui résonne dans tous les lieux où cette amitié nous a mené, ce rire qui transforme une journée banale en une journée exceptionnelle.

J'aimerais ensuite saluer la rencontre avec toutes les personnes qui constituent le groupe *matière molle* et qui lui donnent son atmosphère si plaisante. Je remercie Jacopo pour avoir tenu tête au dernier vrai cowboy de l'Ouest Américain, Marie pour la douceur que tu installes autour de toi, Keyvan pour m'avoir appris que la science est aussi là où on ne l'attend pas, Alexandre pour ne jamais passer à côté d'une rencontre improbable, Adrien pour nous avoir régalaé avec les récits gastronomiques de tes week-end, Guillaume pour avoir accumulé plus de points vélib que toute la population parisienne réunie (sans compter ceux à David), Pascal pour avoir cryogénisé absolument tout ce qui lui passait sous le nez (son nez compris), Pierre-Brice pour les heures d'attentes devant l'entrée d'une expo où je suis resté quelques minutes, Raphaëlle et Dan pour les parties de coinche dans un spa en Californie, Anaïs pour sa gentillesse, Philippe pour sa générosité vis-à-vis des utilisateurs de vélib, Éline pour toutes ses petites attentions qui rendent le quotidien exquis et Timothée pour avoir toujours des petits écoliers sur lui à l'heure du gouter. Rien ne me fait plus plaisir que de savoir que c'est vous deux qui allez continuer à embêter Christophe jour après jour.

J'ai également apprécié les trajectoires des nombreuses particules qui ont traversé l'interface de notre équipe. Je pense en particulier à Elliott Tixier que je remercie pour nous avoir logé dans la suite présidentielle de sa colocation à Boston, à Vianney Languille pour avoir imaginé la satellisation d'un ballon de Kin-ball mais aussi à Victor Chaulot-Talmon, Vincent Bacault, Rémi Carmigniani, Louis et tous ceux qui un jour nous ont détesté pour avoir laissé traîner des billes, des volants et des ballons dans tout le laboratoire.

Au cours de ces trois années, les rencontres ne se sont pas limitées à la bulle de l'équipe.

De superbes surprises sont également apparues dans le cadre du laboratoire. Je pense à Nawal Quennouz qui ne cesse de pimenter sa vie et sa cuisine avec des épices toujours nouvelles, Stéphanie Couvreur qui transforme la vie, la science et l'art en une fête permanente, Loïc Tadrist qui a su nous révéler sa part de féminisme cachée en lui, Thomas Barois pour nous avoir prouvé que l'on pouvait camper à Paris pendant une année entière. Je remercie aussi Marine Guémas pour son émerveillement devant nos expériences, Clément Grouthier pour nous avoir fait retomber en enfance avec son poisson volant télécommandé, Eunok Yim pour avoir eu le cran de goûter tous les fromages qu'on lui a proposé, Etienne Fradet pour sa bonne humeur permanente, Rémi Dangla pour nous avoir poussé à faire exploser des pétards toujours plus gros, Jon Soundar pour sa recette de pâtes à l'anchois et à l'abricot, Gaétan Lérissou pour ne pas avoir rigolé en voyant mes montages électriques, Pierre Thomas Brun pour le soin qu'il a su apporter à la dissection des balles de squash, Emmanuel Virot pour rendre la science toujours plus amusante et aussi Sophie Ramanarivo, Nicolas Dovetta, Camille Duprat, Anders Thorin, Miguel Fosas, Fabien Juillet et David Bouttes.

Je garde des souvenirs forts de toutes les interactions que j'ai eu au cours de cette thèse. Je retiendrai entre autres les blagues à retardement de Jean-Marc Chomaz, l'invention du Clanet Bench press par Guillaume Laffaye, la recette des balles de squash à 120°C de Philippe Brunet, les répétitions de nos présentations dans une suite d'hôtel avec François Gallaire, les moments où Sabine Ortiz ferme la porte de la salle café pour partager avec nous des histoires croustillantes, les ballons de baudruche de toutes les formes et les couleurs commandés par Benoit Roman pour les TP, l'addiction aux viennoiseries de John Bush, la mise à contribution de sa fille par Etienne Reyssat pour l'Euromech « Physics of sports », la bienveillance de Marc Rabaud, la collection de casquettes des Red Sox de Alan Nathan et la vision acide du monde politique d'Antoine Sellier. Je suis infiniment reconnaissant à Caroline Frot de ne pas nous avoir fait boire le mercure qu'on a caché au laboratoire et à Antoine Garcia pour toutes les bonnes idées de manip dangereuses qu'il nous a donné en essayant de nous faire peur. Je m'excuse auprès de Daniel Guy pour tous les câbles qu'on lui a découpés et jamais ressoudés. Je remercie également Patrick Huerre pour nous avoir permis de numériser toute la bibliothèque de l'Institut de France. J'admire Amina Mialet, Frédérique Auger, Delphine Lhuillier, Sandrine Laguerre et Thérèse Lescuyer pour avoir supporté ma désorganisation permanente et Charles Baroud pour avoir toujours résisté à l'envie de nous inviter chez lui.

Au delà des frontières du laboratoire, je voudrais remercier le personnel de l'ONERA à Lille pour avoir cherché la balle de baseball que nous avons coincé dans leur soufflerie verticale, Bruno Grandpierre et POK.S.A. pour nous avoir permis de tremper la chemise de Christophe en plein mois de novembre, le personnel de la fosse de plongée de Boussy-Saint-Antoine pour nous avoir laissé jouer à la pétanque subaquatique, le lieutenant colonel Guyot pour nous avoir fait revivre les plus grandes batailles napoléoniennes et aussi Renaud Beffeyte et ses acolytes pour ne pas nous avoir plongé dans l'atmosphère médiévale lors des essais au trébuchet sans aucun déguisement.

Je remercie les membres de mon jury, Yves Couder, François Gallaire, Dominique Legendre, Peko Hosoi et Philippe Brunet pour ne pas s'être arrêté au titre farfelu de cette thèse et avoir considéré avec intérêt ce travail.

J'ai une pensée toute particulière pour mes parents qui m'accompagnent et me soutiennent jour après jour dans mon voyage scientifique, pour mon frère et son incroyable capacité à toujours prendre la vie du bon côté et pour toute ma famille qui est une source d'énergie incroyable. Je tiens aussi à remercier tous ceux qui ne laissent jamais cinq minutes

de répit à la pelouse du terrain de badminton de la maison en été : Louisa, Tarik, Naima et toute la famille Bentaïbi, Nat, Théo, Cat. Je pense aussi à tous ceux qui constituent le public de ses parties de badminton endiablées.

De nombreux amis ont contribué à la bonne ambiance<sup>©</sup> dans laquelle j'ai évolué tout au long de cette thèse. Je pense à Marc pour sa curiosité contagieuse, Anto pour les toutes les expériences culinaires et sociétales dans lesquelles il m'a entraîné, Sylvain pour son goût des découvertes, Paul pour m'avoir évité de finir seul au fond du Pérou sans médicaments ni passeport, Ju pour les petits déjeuner à la raclette devant des vidéos d'exploits improbables, Tom et Bleue pour toutes les explosions et les moments doux passés ensemble, Fred et Lise pour la passion partagée de la nature et des choses faites maison, Pierre et Charlène pour leurs talents d'organiseurs qui nous permettent de partager ensemble des moments rares, Bruno et Laurie pour ne pas céder à la tentation de devenir des bobos parisiens, Anne so pour son amour de la vie culturelle, Aude et Benoit pour toutes les discussions autour d'une table basse, Romain et Marion pour tous leurs jeux de mots bien rigolo, Juliette pour son sourire malin et intelligent, Damien et Marjo pour leur goût des choses extraordinaires, Marine et Fab pour leur cool attitude, Oliv et Marion pour leur envie incessante de voyages et Chris et Cindy pour leur classe en toutes circonstances.



# À deux c'est mieux

Sur les traces de Cézanne, de nombreux artistes de la fin du XIX<sup>e</sup> et du XX<sup>e</sup> siècle descendent dans le Sud de la France. Ils partent y trouver une inspiration nouvelle. C'est le cas de Vincent Van Gogh qui s'installe en 1888 dans la vieille ville d'Arles. Sous la lumière provençale, il entame une des périodes les plus productives de sa carrière. Un superbe exemple du travail de l'artiste cette année là est le portrait de Madame Ginoux en Arlésienne (cf. figure 1-(a)). Dans sa maison jaune, Vincent Van Gogh rêve alors de créer une communauté d'artiste pouvant partager librement leur expérience et leur recherche. Seul Gauguin répond à son appel. Malheureusement, leur relation s'achève par la mystérieuse histoire de l'oreille arrachée qui met fin au rêve de Van Gogh d'un atelier d'artiste à ciel ouvert.

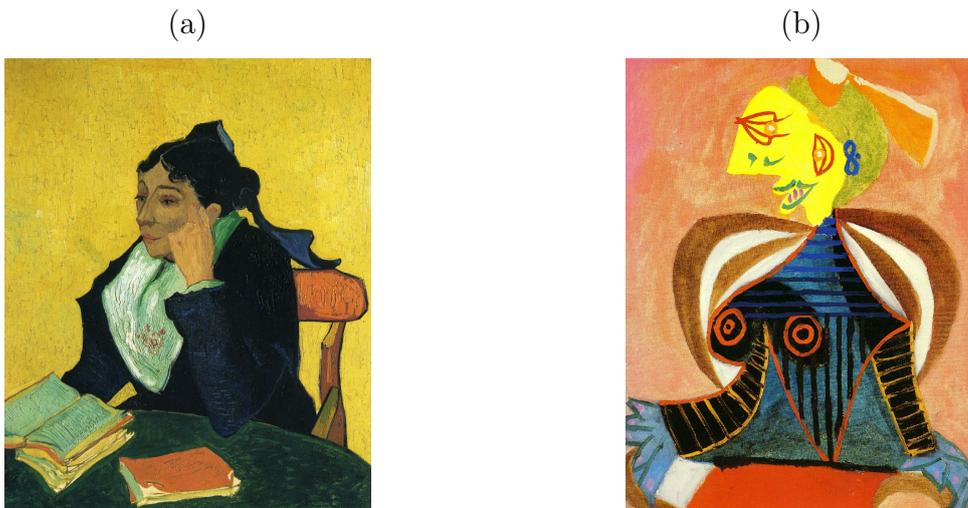


FIGURE 1 – (a) *L'Arlésienne, Portrait de Madame Ginoux*, 1888. Vincent Van Gogh, huile sur canevas. (b) *Portrait de Lee Miller en Arlésienne*, 1937. Pablo Picasso, huile sur canevas.

Ce rêve prend réalité quelques années plus tard quand Picasso découvre le Midi de la France. À partir de 1911, celui-ci séjourne régulièrement dans le Sud, souvent accompagné par d'autres artistes. C'est dans ce contexte que Picasso et Braque tisse une amitié sincère. Ces deux artistes s'amuse ensemble à déconstruire tous les codes de la peinture figurative et donnent naissance au cubisme. Tout le reste de leurs carrières, Picasso et Braque déclineront ce courant selon différentes périodes. Un bel exemple de l'oeuvre de Picasso est le portrait de Lee Miller en Arlésienne (cf. figure 1-(b)). Le cubisme aurait-t-il vu le jour sans la relation étroite entre Braque et Picasso ? Cette question est sans réponse. Mais ce qui est certain, c'est que la confrontation entre l'approche intuitive de Picasso et l'esprit déductif de Braque a grandement favorisé l'essor du cubisme.

Comme l'Art, la Science est rarement le fait d'un individu isolé. C'est l'échange permanent des idées qui permet à cette dernière de se développer. Le travail qui suit est le résultat d'une intense collaboration avec Caroline Cohen.

Aurais-je osé jeter une boule de pétanque dans la cuve en verre de Jean-Pierre Hulin si j'avais été seul ? Ou des masses de lancer du poids au fond de la fosse de plongée de Boussy Saint-Antoine ? Les journées passées à jeter des ballons depuis le haut du viaduc des Fauvettes auraient-elles été aussi drôle sans Caroline ? Aurais-je pris le premier RER pour voir fonctionner une manip au lever du soleil ? Il est certain que non. Sans la motivation et la bonne humeur infinie de Caroline, ce travail ne serait rien.

Mais en plus d'être une coéquipière incroyable, Caroline communique, tel un fou rire, toute son énergie à ceux qui l'entoure. Tout comme les artistes du XIX<sup>e</sup> siècle ont rêvé d'un atelier collectif dans le sud de la France, cette dernière rêve d'un laboratoire d'un type nouveau. Ce laboratoire idéal est un lieu où chacun échange son savoir sans frontières d'âge ou de renommée, où les différents esprits se retrouvent aussi bien autour d'un ballon que d'un café et où le seul mot d'ordre est l'ouverture d'esprit. Je tenais à écrire ses quelques lignes pour lui dire qu'elle a fait de ce rêve une réalité et que je suis ravi d'y goûter jour après jour. Caroline, que le vent t'emporte vers les aventures les plus folles : s'improviser peintre sur toile d'araignée, ouvrir un magasin de glace à la cime des séquoias géants ou entraîner une équipe de raies manta au football. Quelque soit ton avenir, tu sauras faire du monde qui t'entoure un lieu idéal.

# Introduction

En 1687, Isaac Newton remarquait déjà l'effet de la rotation des balles de tennis sur leurs trajectoires [1]. En dressant une analogie entre ces trajectoires et celles des rayons lumineux traversant un prisme, il tente de comprendre le comportement de ces derniers :

*« Then I began to suspect, whether the Rays, after their trajection on thought the Prisme, did not move in curves lines, and according to their more or less curvity tend to divers parts of the wall. And it increased my suspition, when I remembered that I had often seen a Tennis ball, struck with an oblique Racket, describe such a curve line. »*

Les analogies jouent un rôle fondamental en science. Comment toucher du doigt la notion d'ondes électromagnétiques si ce n'est en passant une journée à jouer à former des vagues à la surface de l'eau ? Les étudiants n'abordent t-ils pas encore aujourd'hui la mécanique quantique avec le modèle Bohr de l'atome inspiré du système solaire ? N'est ce pas dans un ascenseur que Albert Einstein vulgarise sa théorie de la relativité ? En s'appuyant sur le monde visible, les analogies nous permettent de comprendre l'invisible. Conscient de la puissance des analogies, Denis Diderot en fait un des trois moyens de la compréhension humaine :

*« Ce que l'esprit comprend, il le comprend par assimilation, ou par comparaison, ou par analogie. »*

Par ailleurs, le monde des analogies offre une poésie sans pareil. L'eau chaude cherche son chemin à travers le café moulu tel un éclair dans l'atmosphère (cf. figure 2-(a)). La surface d'un ballon de baudruche contient à lui seul un univers en expansion (cf. figure 2-(b)). Et deux gouttes de liquide à la surface d'un bain vibré verticalement deviennent les nouveaux constituants élémentaires de la matière (cf. figure 2-(c)).

C'est dans ce contexte que s'inscrit la physique du sport, qui est le cadre de cette thèse. Le sport nous entoure et exerce sur nous une fascination certaine. Qui n'a jamais été surpris par une frappe enroulée au football ? Un service flottant au volleyball ? Un home-run au baseball ? Ou un coup slicé au tennis ? Nous souhaitons que la compréhension de la physique du sport ouvre la voie à de nombreuses analogies permettant à tout un chacun de s'approprier les notions de physique les plus complexes [4, 5, 6].

La physique du sport est un domaine excessivement large. Elle s'intéresse aussi bien à comprendre le fonctionnement du muscle que l'impact d'une balle sur le sol. Ce travail se concentre sur l'étude des trajectoires des balles de sport. Ces projectiles évoluent à grande vitesse dans l'air. Ce fluide s'écoule autour de la balle lors de son déplacement ce qui produit en retour des effets sur la trajectoire de la balle. C'est de ces derniers dont il sera question dans cette thèse. Le ballon de sport est l'objet visible qui va nous permettre de

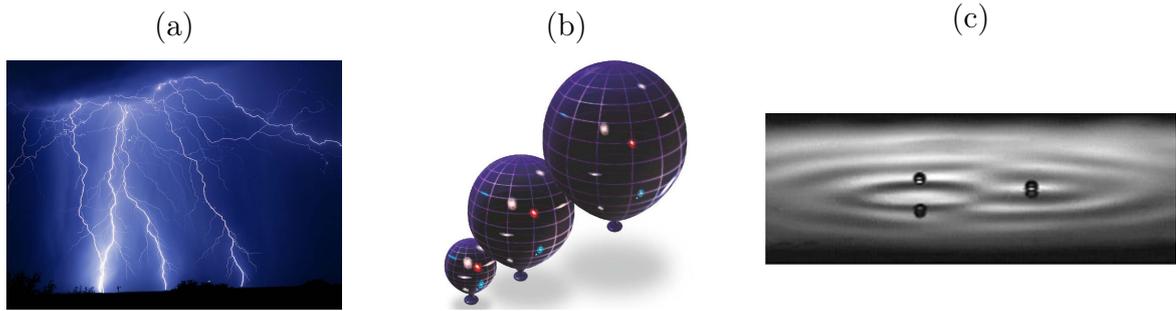


FIGURE 2 – Exemples d’analogies en physique : (a) La foudre percole dans l’atmosphère comme le fait l’eau dans le café moulu d’une machine professionnelle. (b) Explication de l’expansion de l’univers en représentant les galaxies à la surface d’un ballon entrain de gonfler. (c) Deux gouttes de liquide à la surface d’un bain du même liquide vibré verticalement. En deçà de l’instabilité de Faraday, la vibration du bain empêche la coalescence des gouttes. Leur rebond à la surface de l’eau créer des ondes qui se couple à leur mouvement. Ce système possède une forte analogie forte avec les particules quantiques qui sont soumises à la dualité onde-particule. Cette image est issue du travail de Yves Couder et de ses associés [2, 3].

comprendre le comportement invisible de l’air qui l’entoure. Cette étude s’inscrit dans le cadre plus général des trajectoires de particules denses à hauts nombres de Reynolds.

Nous commençons par décrire les trajectoires des particules ayant une forme sphérique. Viendra ensuite le cas des particules possédant uniquement des symétries axiales. Enfin, nous considérerons des particules déformables avec l’exemple d’une particule fluide.

En premier lieu, cette thèse rappelle les différents effets que l’écoulement d’un fluide peut produire sur une sphère lisse. Le chapitre 1 décrit qualitativement le comportement du fluide en aval de la sphère. Ces observations serviront ensuite à comprendre l’évolution quantitative des forces exercées par le fluide sur la sphère. Ces dernières se distinguent en deux catégories. La première correspond aux forces de traînée qui s’opposent au mouvement de la sphère. La seconde correspond aux forces transverses qui courbe sa trajectoire.

L’effet de la résistance de l’air sur la trajectoire des projectiles est l’objet du chapitre 2. Cette force modifie le trajet des objets lancés à "grande" vitesse dans l’air. Dans le cas où la vitesse de tir du projectile est supérieure à sa vitesse terminale de chute verticale sous l’effet de la gravité, sa trajectoire n’est pas parabolique. Aussi, la portée des projectiles est limitée par la traînée aérodynamique qu’ils subissent. Cette observation a été faite sur les frappes dégagées au badminton. En s’appuyant sur cet exemple, nous développerons le cadre théorique de la description de ces trajectoires. Malgré que le problème des trajectoires avec une résistance dépendant du carré de la vitesse de la balle soit présumé insoluble, il semble que des résultats simples peuvent être dégagés de cette étude.

Le chapitre 3 s’intéresse aux conséquences de l’étude précédente dans les différents sports. En effet, l’analyse balistique développée sur le volant de badminton possède une portée plus générale. Dans la plupart des sports, le projectile est lancé à une vitesse supérieure à sa vitesse terminale et va donc suivre des trajectoires similaires à celle du volant. Tout comme ce dernier, la portée des balles est limitée par la résistance de l’air. Nous verrons que la portée maximale propre à chaque balle peut être corrélée à la taille du terrain correspondant.

Mais l’écoulement de l’air autour d’une balle n’est pas que résistif. Si la balle possède une rotation propre, l’interaction entre la vitesse de sa surface et les particules d’air produit

une force transverse. Cette dernière courbe la trajectoire des balles. Cet effet peut être utilisé pour produire des déviations latérales et/ou modifier la trajectoire dans son plan. Le chapitre 3 montre que la rotation arrière d'un ballon de football d'un dégagement du gardien prolonge sa trajectoire. Cet exemple permet de comprendre dans quelle mesure la rotation propre de la balle est susceptible de modifier sa trajectoire.

La rotation de la balle sur elle-même n'est pas l'unique cause de l'existence de forces transverses, dites forces de portance. À grand nombre de Reynolds, l'écoulement d'air autour d'une sphère est intermittent. Ce comportement chaotique produit une force de portance dépendante du temps. Ceci introduit un caractère erratique dans le mouvement transversal des projectiles. Cet effet est particulièrement visible dans le cas d'une chute verticale où les forces de portance sont les seules à agir dans les directions transversales. L'observation et la caractérisation de ce phénomène pour des particules denses est l'objet du chapitre 4.

Les oscillations latérales d'une balle lors du mouvement d'un projectile dense va également perturber sa trajectoire lorsque d'autres forces transverses sont appliquées. C'est le cas des expériences historiques de déviation vers l'est qui tentent de mesurer l'intensité de la force de Coriolis. Nous verrons, au début du chapitre 5, que l'effet des fluctuations de la force de portance est cohérent avec la forte dispersion des résultats expérimentaux. Ce chapitre s'intéresse également aux trajectoires erratiques que l'on observe en sport. Au baseball, au volleyball et au football, il arrive que la balle, lancée sans rotation, suive une trajectoire qui fluctue le long du trajet rectiligne. Ce phénomène produit un effet de surprise très recherché par les joueurs de ces différents sports. Nous expliciterons les conditions selon lesquelles une trajectoire flottante peut être observée sur le terrain de sport. La gamme réduite de ces paramètres explique que ce phénomène est difficilement obtenu par les joueurs.

Certains sports, comme le badminton, le rugby ou le foot américain, utilisent des projectiles non sphériques. Les trajectoires de ces objets sont étudiées au chapitre 6. Nous chercherons à comprendre les spécificités que ces balles introduisent dans le jeu.

Enfin, le cas d'une particule dense déformable est considéré. Cette étude est réalisée dans le cas particulier d'une particule fluide ne subissant pas les effets de friction : une goutte d'oxygène liquide. Ce liquide cryogénique est soumis à l'effet Leidenfrost à proximité d'une surface ayant une température bien plus élevée que sa température d'ébullition de  $-183^{\circ}\text{C}$ . De plus, les propriétés paramagnétiques de l'oxygène liquide lui permettent d'être déformé ou déplacé sous l'effet d'un champ magnétique. Le chapitre 7 résume l'effet du champ magnétique d'un aimant sur une goutte d'oxygène liquide. Nous avons utilisé les propriétés magnétiques de ce liquide pour construire des gouttes en forme d'anneau. Ce système permet d'analyser le comportement d'un anneau liquide laissé libre d'évoluer.



# Chapitre 1

## Écoulement autour d'une sphère

Il faut traiter la nature par le cylindre, la sphère et le cône.

---

PAUL CÉZANNE

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Description qualitative</b>	<b>12</b>
1.1.1	Position du problème	12
1.1.2	Écoulement potentiel	14
1.1.3	Couche limite	16
1.1.4	Sillage tourbillonnaire	17
1.1.5	Transition vers la turbulence	18
<b>1.2</b>	<b>Force de traînée sur une sphère</b>	<b>20</b>
1.2.1	Coefficient de traînée en fonction du Reynolds	20
1.2.2	La crise de traînée	21
1.2.3	Effet de la rugosité de la surface	23
<b>1.3</b>	<b>Force de portance sur une sphère</b>	<b>24</b>
1.3.1	Composante continue	25
1.3.2	Émission de structures dans le sillage d'une sphère	25
1.3.3	Force de portance non stationnaire	26
1.3.4	Effet Robins-Magnus	28

---

## Introduction

La sphère, de par sa symétrie centrale et son isomorphisme avec le soleil, est un objet qui a toujours fasciné l'homme. Des exemples de cette fascination peuvent être trouvés dans la culture précolombienne. Ces civilisations taillaient des boules de pierre de plus de deux mètres de diamètre et les utilisaient pour marquer leurs frontières (cf. figure 1.1-(a)). C'est en Mésoamérique que l'on trouve les premières traces de jeu de balle datant du second millénaire avant J.C. (cf. figure 1.1-(b) et 1.1-(c)) [7]. Bien qu'il existe de nombreuses variantes du jeu d'Ulama, celui-ci opposait généralement deux équipes sur un terrain en forme de H. Son principe consistait à se renvoyer une petite balle de caoutchouc à l'aide des hanches et des genoux. La pratique de ce jeu possédait une forte valeur spirituelle : la trajectoire de la balle, représentant la course du soleil, ne devait jamais être interrompue et le jeu pouvait s'achever par le sacrifice de l'équipe gagnante (ce qui était alors un honneur !). De nos jours la forme sphérique n'a pas perdu de son attrait et est particulièrement présente dans le sport. Un grand nombre de disciplines sportives se pratiquent en effet avec une balle ronde. Les sports où la balle ne possède pas la symétrie sphérique comme le rugby ou le badminton, sont relativement rares en comparaison des autres (football, handball, basketball, pétanque, etc...).

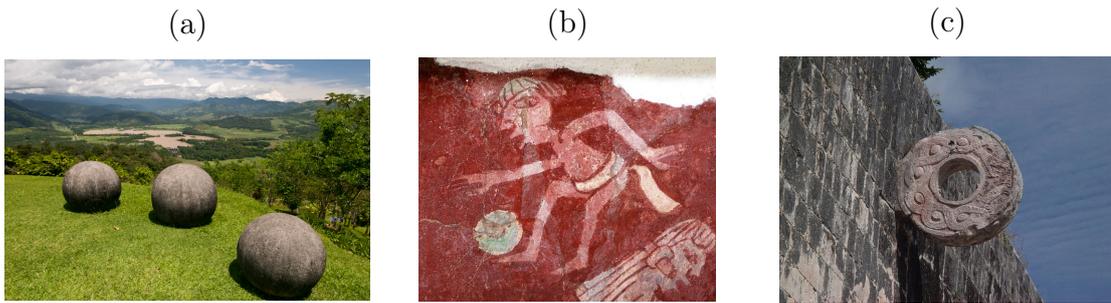


FIGURE 1.1 – (a) Sphères de calcaire de 2,16 m de diamètre retrouvées au Costa Rica. (b) Peinture murale à Tepentila représentant un joueur de ballon. (c) Anneau du terrain de Chichén Itzá.

Les balles de sport sont pour la plupart lancées dans l'air. Ces projectiles se déplacent dans ce fluide à des vitesses très élevées : jusqu'à 222 km/h pour un ballon de foot (Ronny Herberon en 2006) ou 328 km/h pour une balle de golf (Jason Zuback en 2007) [8]. Afin de décrire la trajectoire de ces balles nous rappelons dans ce premier chapitre les éléments essentiels d'aérodynamique des sphères. Les vitesses des balles de sport étant petites devant celle de la vitesse du son dans ce milieu ( $c = 1224$  km/h), ces rappels seront conduits dans la limite incompressible.

## 1.1 Description qualitative

### 1.1.1 Position du problème

En 1903, Gustave Eiffel entreprend les premières recherches expérimentales sur la résistance de l'air. Soucieux de justifier l'intérêt scientifique de sa tour, il conçoit un appareil de chute mettant à profit les 115 mètres de hauteur de la plateforme du premier étage pour étudier la résistance des corps [9]. Ces travaux le mènent à construire le "Laboratoire du

Champs de Mars" où sera installée la première soufflerie destinée à l'étude de l'aérodynamique. Ce dispositif sera amélioré lors du déménagement du laboratoire de Gustave Eiffel à Auteuil en 1912 [10]. Ce montage lui permet d'étudier en détail l'écoulement d'air autour d'une sphère. La figure 1.2-(a) montre une expérience d'observation du sillage d'une sphère similaire à celle que pouvait réaliser Gustave Eiffel dans son laboratoire.

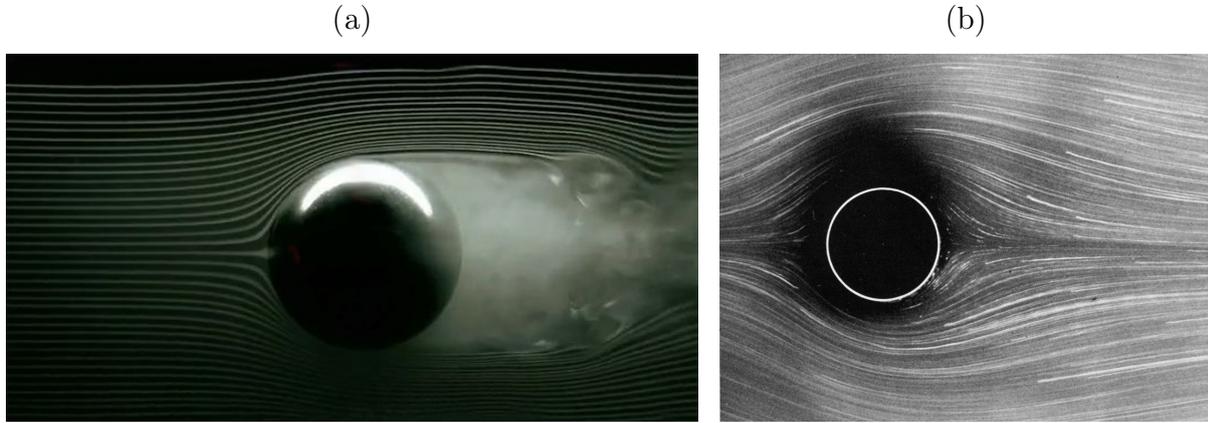


FIGURE 1.2 – Visualisations de l'écoulement d'un fluide autour d'une sphère soumise à un champ de vitesse uniforme. Le fluide s'écoule de la gauche vers la droite. (a) Sphère de diamètre  $D = 10$  cm dans un écoulement d'air à  $U = 1$  m/s ( $Re = 3,3 \times 10^3$ ). Des lignes de fumée blanche sont produites en amont de la sphère afin de suivre la trajectoire des particules de fluide. (b) Sphère de diamètre  $D = 1$  cm dans un écoulement d'huile mille fois plus visqueuse que l'eau à  $U = 1,54$  cm/s ( $Re = 1,54$ ). Ce cliché a été réalisée par S. Taneda [11].

La production de lignes de fumée blanche en amont de la sphère dans l'expérience précédente permet de révéler la trajectoire des particules d'air autour de cet objet. Loin en amont, les particules avancent en ligne droite. Au niveau de la sphère, les lignes se resserrent sans se mélanger. Les particules d'air qui passent suffisamment loin de la sphère retrouvent ensuite une trajectoire rectiligne. À l'inverse, celles qui passent près produisent un nuage trouble en aval.

Ce comportement est très différent de celui qu'on observe sur la figure 1.2-(b). Dans ce cas, la sphère est plongée dans un fluide visqueux s'écoulant à faible vitesse. Il existe alors une symétrie entre l'amont et l'aval de la sphère. L'écoulement d'un fluide autour d'une sphère est un problème classique de mécanique des fluides [12, 13, 14]. On se propose ici de résumer les grandes étapes de cette étude.

Théoriquement, le problème de l'écoulement d'un fluide (masse volumique  $\rho$  et viscosité dynamique  $\eta$ ) autour d'une sphère (diamètre  $D$ ) est décrit par l'équation de Navier-Stokes complétée des conditions d'impénétrabilité et de non glissement à la paroi [15]. Cette équation est classiquement adimensionnée par le diamètre de la sphère  $D$  ( $\bar{\mathbf{r}} = \mathbf{r}/D$ ) et la vitesse de l'écoulement à l'infini  $U$  ( $\bar{\mathbf{v}} = \mathbf{v}/U$ ,  $\bar{t} = tU/D$  et  $\bar{p} = 2(p - p_0)/\rho U^2$ ) pour s'écrire :

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{v}}}{\partial \bar{t}} + (\bar{\mathbf{v}} \cdot \overline{\mathbf{grad}}) \bar{\mathbf{v}} = -\overline{\mathbf{grad}} \bar{p} + \frac{1}{Re} \overline{\Delta} \bar{\mathbf{v}} \quad (1.1)$$

où  $Re = \rho DU/\eta$  est le nombre de Reynolds qui représente le rapport entre les temps caractéristiques de transport d'une particule fluide sur une distance  $D$  par diffusion ( $\tau_d = D^2/\nu$  avec  $\nu = \eta/\rho$  la viscosité cinématique) et par convection ( $\tau_c = D/U$ ). L'équation (1.1)

implique que les solutions  $\bar{\mathbf{v}}$  et  $\bar{p}$  de ce problème dépendent uniquement des coordonnées spatiales, temporelles et du nombre de Reynolds. Ces solutions présentent donc une similitude vis-à-vis du nombre de Reynolds. Cela signifie que les propriétés de l'écoulement autour d'une sphère à un nombre de Reynolds donné sont généralisables à toutes les situations où ce nombre est identique.

Dans le cadre du sport, les balles ont des diamètres de l'ordre de la dizaine de centimètres et des vitesses allant du mètre par seconde à la centaine de mètres par seconde. Les nombres de Reynolds correspondant à l'écoulement de l'air autour d'une balle sont compris entre  $1 \times 10^3$  et  $1 \times 10^6$  ce qui correspond à la limite des grands nombres de Reynolds.

### 1.1.2 Écoulement potentiel

Le comportement d'un fluide au passage d'une sphère peut être étudié à l'aide du dispositif représenté sur la figure 1.3. Ce dernier consiste à fixer une sphère de diamètre  $D = 2R$  sur un support rigide et à la soumettre à un écoulement uniforme de vitesse  $U$ . Le fluide environnant est considéré comme Newtonien et incompressible.

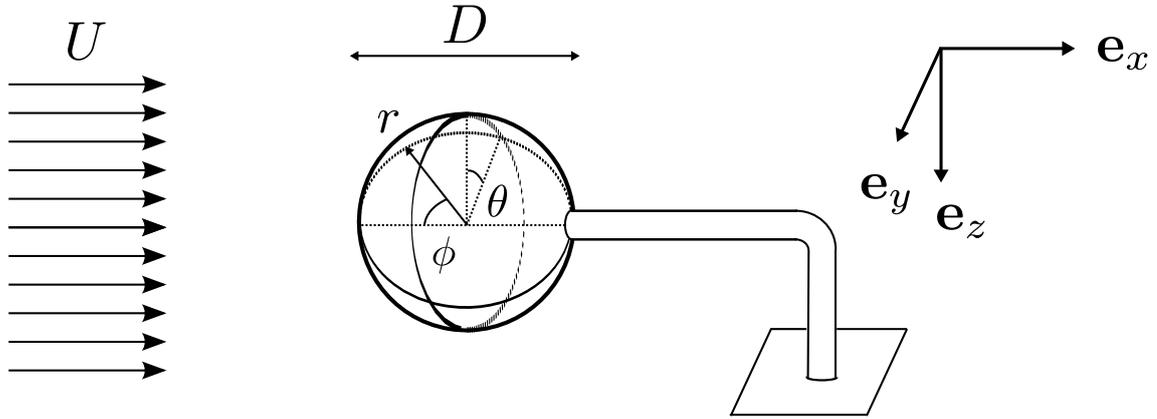


FIGURE 1.3 – Schéma d'une sphère de diamètre  $D$  soumise à un écoulement uniforme de vitesse  $U$ .

L'évaluation des nombres de Reynolds typiques en sport montre que ceux-ci sont très grands devant l'unité. Dans ces conditions, l'équation (1.1) est privée de son dernier terme. Cela implique que le temps de diffusion visqueuse  $\tau_d$  est très grand devant celui de convection  $\tau_c$ . Lors du contournement de la sphère, une particule fluide n'a pas le temps de sentir la condition de vitesse nulle à la paroi. La sphère apparaît comme un milieu impénétrable mais glissant. Il est remarquable qu'une solution irrotationnelle ( $\mathbf{rot} \mathbf{v} = \mathbf{0}$ ) puisse être trouvée à l'équation résultante de cette simplification. Ces écoulements sont dits potentiels car leurs champs de vitesse dérivent d'un potentiel  $\Phi$  qui vérifie la relation  $\mathbf{v}(\mathbf{r}) = \mathbf{grad} \Phi(\mathbf{r})$ .

La résolution de l'écoulement autour d'une sphère se ramène dans ses conditions à la détermination d'un potentiel compatible avec les conditions aux limites ( $\mathbf{v}(\mathbf{r} \rightarrow \infty) = \mathbf{U}$  et  $v_r(r = R) = 0$ ). Un potentiel admissible pour l'écoulement autour d'une sphère est donné par l'expression :

$$\Phi(r, \phi) = -U r \cos \phi \left( 1 + \frac{R^3}{2r^3} \right) \quad (1.2)$$

Il en résulte les expressions du champ de vitesse suivantes :

$$v_r = -U \left(1 - \frac{R^3}{r^3}\right) \cos \phi \quad v_\phi = U \left(1 - \frac{R^3}{2r^3}\right) \sin \phi \quad v_\theta = 0 \quad (1.3)$$

Les lignes de courant correspondantes à ce profil de vitesse sont représentées sur la figure 1.4.

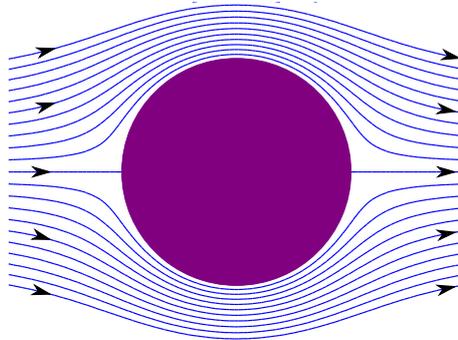


FIGURE 1.4 – Tracé en deux dimensions des lignes de courant d'un écoulement potentiel autour d'une sphère. Le plan de cette représentation correspond à un angle  $\theta$  fixé selon les notations de la figure 1.3.

Cette figure met en exergue la contraction des lignes de courant à proximité de la sphère. Ce phénomène est associé à une accélération du fluide répondant à la contrainte de conservation du débit d'un fluide incompressible. C'est à l'équateur de la sphère ( $\phi = \pi/2$ ) que la vitesse de l'écoulement est maximale. Remarquons aussi la présence de deux points de stagnation (défini par  $v = 0$ ), le premier est en amont de la sphère ( $r = R$  et  $\phi = 0$ ) et le second en aval ( $r = R$  et  $\phi = \pi$ ).

La comparaison du profil de vitesse précédent avec celui de l'expérience (cf. figure 1.2-(a)) n'est que partiellement satisfaisante. Les propriétés de contraction des lignes de courant et l'existence d'un point de stagnation en amont sont effectivement observées expérimentalement. En revanche, l'approche potentielle prédit une symétrie de l'écoulement entre l'amont et l'aval de la sphère qui ne correspond pas à la réalité. La visualisation de la figure 1.2 montre l'existence d'une zone fortement perturbée à l'aval. Les trajectoires des particules de fluide dans cette zone varient sur des échelles indiscernables par rapport à celle de la sphère. Cette caractéristique explique l'apparence trouble des lignes de fumée dans cette région.

La différence entre la résolution potentielle et les observations expérimentales est à l'origine du paradoxe de d'Alembert. En 1752, Jean le Rond d'Alembert prouve en se basant sur la symétrie de l'écoulement entre l'amont et l'aval, qu'un objet soumis à un écoulement uniforme, incompressible et potentiel, ne subit aucune force de la part du fluide [16]. La contradiction entre ce résultat et l'expérience constitue le paradoxe de d'Alembert. Ce dernier s'explique par le fait que la symétrie entre l'amont et l'aval n'est pas observée en pratique.

L'échec partiel de l'approche précédente provient de l'existence d'une condition de non glissement du fluide sur la paroi de la sphère ( $\mathbf{v}(r = R) = \mathbf{0}$ ). Cette condition n'étant pas vérifiée par le champ de vitesse potentiel, le champ réel va différer de ce dernier. La compatibilité entre la solution d'écoulement de fluide parfait ( $Re \rightarrow \infty$ ) et la nullité de la vitesse du fluide à la surface de la sphère est assurée par une zone de transition appelée "couche limite".

### 1.1.3 Couche limite

Pour un fluide de viscosité non nulle, la nullité de la vitesse du fluide à la paroi se propage par cisaillement aux couches de fluide voisines. Ce phénomène de diffusion visqueuse intervient sur une distance caractéristique  $\delta \sim \sqrt{\nu t}$  en un temps  $t$ . Or, une particule d'air qui s'écoule autour de la sphère à une vitesse  $U$  ne voit cette dernière que pendant le temps  $\tau_c = D/U$ . Ainsi, la condition de non glissement agit sur une épaisseur de fluide  $\delta \sim \sqrt{\nu D/U}$ . Cette zone entourant la sphère définit la couche limite. Il est important de remarquer que l'épaisseur de cette couche diminue avec la valeur du nombre de Reynolds selon la relation  $\delta/D \sim 1/\sqrt{Re}$ . Pour les balles de sport où  $R \sim 0,1$  m et  $Re \sim 1 \times 10^5$ , l'épaisseur de la couche limite est de l'ordre de la centaine de microns. Dans le cas des écoulements à grands Reynolds, la solution potentielle est valable partout sauf dans une mince couche d'épaisseur  $\delta$  entourant la sphère. Dans cette couche limite, le nombre de Reynolds associé à l'écoulement est  $Re_\delta = \delta U/\nu = \sqrt{Re}$ . Ainsi lorsque  $Re = 1,0 \times 10^5$ ,  $Re_\delta$  est de l'ordre de 300. Cette valeur étant inférieure à celle d'apparition de la turbulence ( $Re_\delta^* \approx 610$  [15]), on peut en déduire que l'écoulement dans la couche limite est laminaire. Dans la suite de ce paragraphe nous cherchons à décrire le comportement du fluide dans la couche limite au moyen d'un modèle simple permettant de comprendre l'origine du décollement observé sur la figure 1.2-(a).

Pour cela, nous envisageons le cas d'un champ de vitesse orienté selon une direction  $\zeta$  et dépendant uniquement de la coordonnée transverse  $r$ . La représentation schématique de cet écoulement est réalisée sur le graphique 1.5-(a). Dans le cas de la sphère, la direction  $\zeta$  correspond à une direction tangente à la surface de cet objet. Le profil de vitesse se raccorde sur une épaisseur  $\delta$  à la solution potentielle  $\mathbf{v}(r = R + \delta)$  donnée par les équations (1.3).

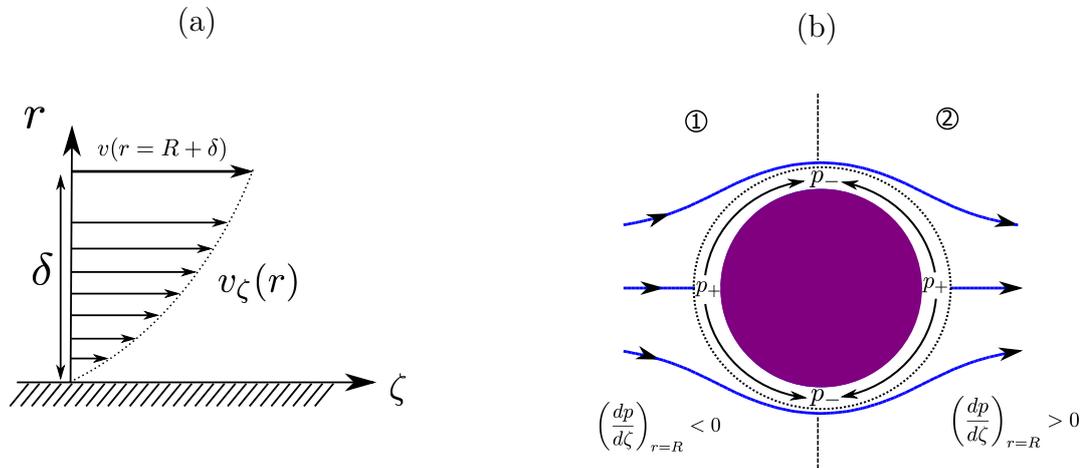


FIGURE 1.5 – (a) Schéma de l'écoulement du fluide à proximité de la sphère. (b) Écoulement induit dans la couche limite par le profil de pression de l'écoulement potentiel autour d'une sphère. La frontière entre la couche limite et la zone potentielle est indiquée par la ligne pointillée noire.

En supposant l'écoulement dans la couche limite stationnaire (c'est-à-dire indépendant du temps) et en négligeant le terme convectif devant celui visqueux ( $Re \ll 1$ ), l'équation (1.1) se ramène à celle de Stokes :

$$\mathbf{grad} p = \eta \Delta \mathbf{v} \quad (1.4)$$

La double intégration de cette équation mène à l'expression de la vitesse moyenne  $\langle v_\zeta \rangle_\delta$  sur l'épaisseur  $\delta$  de la couche limite :

$$\langle v_\zeta \rangle_\delta = \frac{v(r = R + \delta)}{2} - \frac{\delta^2}{12\eta} \left( \frac{dp}{d\zeta} \right) \quad (1.5)$$

Ce résultat impose une discussion sur le sens de la vitesse moyenne du fluide dans la couche limite par rapport à celui de l'écoulement potentiel. Lorsque le gradient tangentiel de pression ( $dp/d\zeta$ ) est négatif ou nul,  $\langle v_\zeta \rangle_\delta$  est nécessairement positif. Le sens de l'écoulement du fluide dans la couche limite est identique à celui de l'écoulement potentiel. En revanche, lorsque ( $dp/d\zeta$ ) dépasse la valeur seuil de  $6\eta v(r = R + \delta)/\delta^2$ , la vitesse moyenne  $\langle v_\zeta \rangle_\delta$  devient négative. Dès lors, le sens d'écoulement du fluide dans la couche limite est opposé à celui potentiel. Seule l'apparition d'une structure tourbillonnaire à la frontière entre couche limite et la zone potentielle va permettre de concilier ces deux zones.

Dans le cas de la sphère, le gradient de pression tangentiel est négatif dans la région ① et positif dans la région ② (cf. figure 1.5-(b)). En amont, la présence de la couche limite ne perturbe pas l'écoulement de fluide parfait. En aval, l'écoulement moyen dans la couche limite va pouvoir être de sens opposé à celui de la solution potentielle. Cette situation instable mène à la création d'une structure tourbillonnaire à l'interface entre ces deux zones. On parle alors de décollement de la couche limite. Au final c'est la compatibilité entre la couche limite et la solution potentielle qui régit la stabilité du sillage d'une sphère.

L'apparition de structures tourbillonnaires dans le sillage de la sphère explique les différences observées précédemment entre le champ de vitesse potentiel (cf. figure 1.4) et celui expérimental (cf. figure 1.2). La suite de ce chapitre s'intéresse au comportement des structures tourbillonnaires.

#### 1.1.4 Sillage tourbillonnaire

Le sillage peut également être mis en évidence expérimentalement à l'aide de fines particules solides. Ces particules sont disséminées dans le fluide de manière à être entraînées par l'écoulement. La réalisation d'un cliché au temps de pose allongé et sous un éclairage en nappe fera apparaître la trajectoire eulérienne des particules fluides. Ce procédé a été utilisé par Sumoto Taneda en 1956 pour visualiser l'écoulement en aval d'une sphère de 19,8 cm de diamètre [11]. Un des clichés réalisé par ce dernier est présenté sur la figure 1.6.



FIGURE 1.6 – Écoulement en aval d'une sphère de diamètre  $D = 19,8$  cm pour  $Re = 118$ . Ces images sont issues du travail de S. Taneda [11].

Ce cliché se focalise sur l'écoulement en aval d'une sphère pour un nombre de Reynolds égal à 118. L'éclairage en nappe révèle l'existence de deux tourbillons. Cette zone

de recirculation possède une symétrie axiale par rapport à l'axe  $e_x$  (défini à la figure 1.3) qui lui donne la structure d'anneau tourbillonnaire. La brisure de symétrie amont/aval de l'écoulement autour d'une sphère intervient au delà d'un nombre de Reynolds critique de 25. À partir de ce seuil, la zone de recirculation grandit avec l'accroissement du nombre de Reynolds et atteint rapidement une taille comparable à celle de la sphère.

Jusqu'à des nombres de Reynolds de 210, la bulle de recirculation reste stationnaire et conserve la symétrie axiale. Lorsque  $210 < Re < 270$ , cette dernière est perdue et il se forme deux zones tourbillonnaires de force égale et de sens opposé [17]. La symétrie du sillage de la sphère n'est alors plus que planaire.

En poursuivant l'augmentation du nombre de Reynolds, l'écoulement perd son caractère stationnaire. Lorsque celui-ci dépasse la valeur seuil de  $270 \sim 300$ , on observe l'émission alternée de structures tourbillonnaires dans l'écoulement. Ces alternances sont produites par le cisaillement de la couche limite présente à la surface de la sphère. Elles confèrent au sillage de la sphère la forme d'un "peigne à cheveux" comme l'ont mis en évidence Sakamoto et Haniu (cf. figure 1.7-(b)) [18].

Une transition supplémentaire se produit pour des nombres de Reynolds supérieurs à 800. Elle correspond à l'émission axisymétrique de tubes de vorticité dans le sillage de la sphère. Ce phénomène est produit à petite échelle par une instabilité de type Kelvin-Helmoltz à l'interface entre la zone de recirculation et le fluide extérieur [19]. Le sillage de la sphère est alors constitué par deux modes dominants qui vont coexister jusqu'à des Reynolds de  $1,5 \times 10^4$  au-delà de quoi seul le mode de plus basse fréquence persiste (c'est-à-dire l'émission tourbillonnaire) [20].

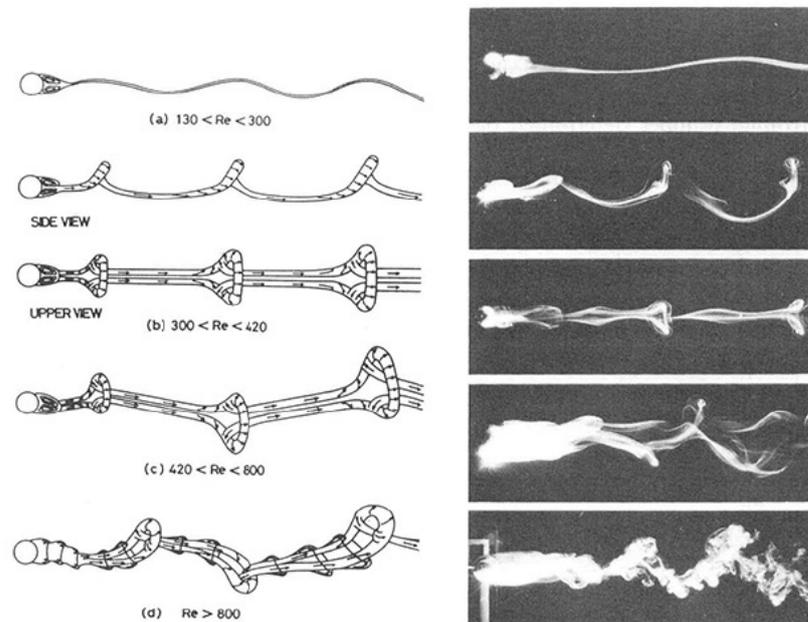


FIGURE 1.7 – Visualisations de l'écoulement en amont d'une sphère réalisées par Sakamoto et Haniu [18].

### 1.1.5 Transition vers la turbulence

Dans une gamme de Reynolds restreinte,  $3 \times 10^5 < Re < 3,8 \times 10^5$ , il se produit une transition brutale. Alors que pour  $Re < 3 \times 10^5$  la zone de recirculation naît à proximité de

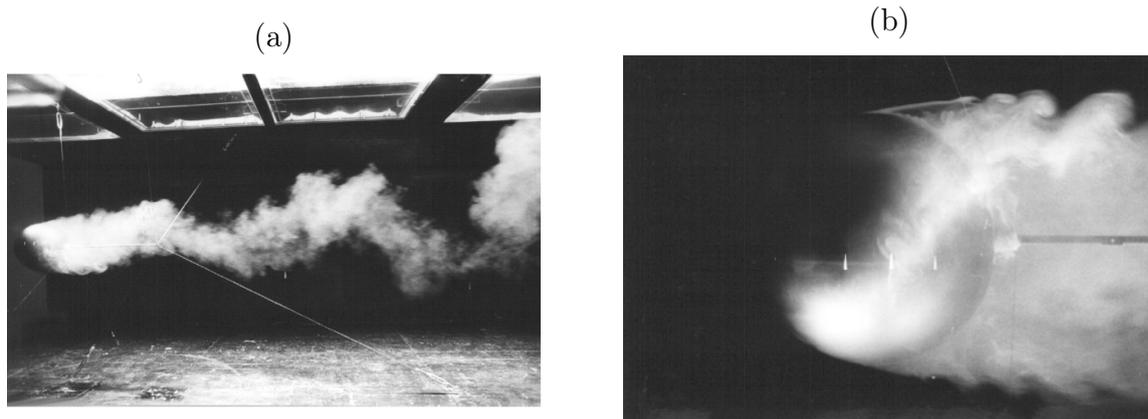


FIGURE 1.8 – Écoulement en amont d’une sphère de diamètre 33 cm pour  $Re = 2,3 \times 10^4$ . Ces clichés ont été réalisés par S. Taneda en 1978 [21].

l’équateur de la sphère (cf. figure 1.9-(a)), pour  $Re > 3,8 \times 10^5$  son apparition se fait plus tardive sur la surface de la sphère (cf. figure 1.9-(b)). Ce phénomène a été compris pour la première fois par Achenbach comme le passage d’une couche limite laminaire à une couche limite turbulente [13]. Le retard à la séparation de la couche limite avec la surface de la sphère provient de la différence entre les propriétés d’une couche limite laminaire et d’une couche limite turbulente. Le transport de la quantité de mouvement est de type convectif dans une couche limite turbulente alors qu’il est de type diffusif dans le cas d’une couche limite laminaire. Ce second moyen de transport est moins efficace que le premier. Ainsi l’apport de quantité de mouvement vers les zones de faibles vitesses à proximité de la paroi est plus efficace dans le cas turbulent. Ceci explique que le décollement de la couche limite soit retardé dans ce cas. Par ailleurs, On remarque que l’asymétrie entre l’amont est l’aval est moins marqué sur la figure 1.9-(b) que sur celle 1.9-(a). La première situation est donc plus proche du cas idéal de l’écoulement potentiel où aucune force ne s’applique à la sphère.

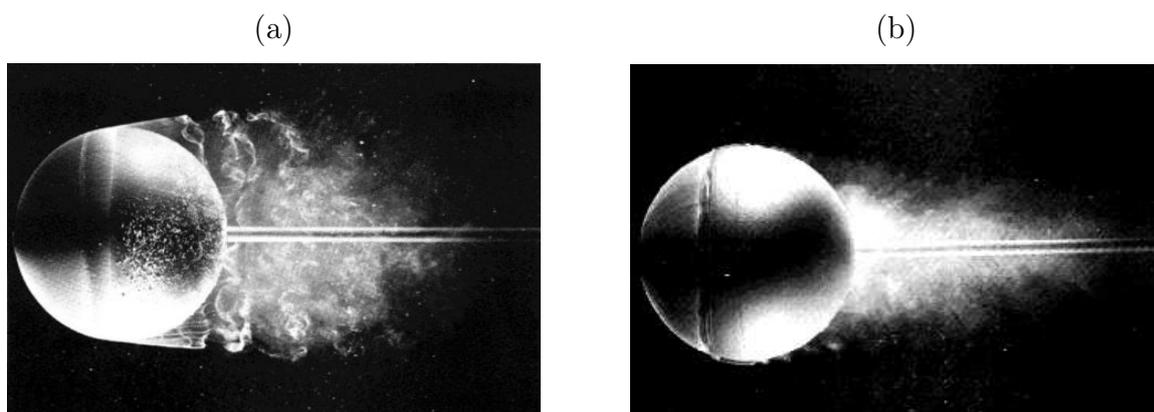


FIGURE 1.9 – Visualisations de l’écoulement autour d’une sphère lisse pour :  $Re = 2 \times 10^5$  (a) et  $Re = 4 \times 10^5$  (b).

Puisque la sphère brise la symétrie de l’écoulement du fluide, celui-ci va exercer en retour une force sur la sphère. La suite de ce chapitre se concentre sur l’étude quantitative des forces subies par la sphère dans un écoulement.

## 1.2 Force de traînée sur une sphère

L'intégration de la sphère sur un capteur de force 6 axes par l'intermédiaire du support rigide permet la mesure de l'intensité des forces exercées par le fluide sur l'objet. Habituellement, on décompose la force aérodynamique  $\mathbf{F}_A$  subie par la sphère avançant à la vitesse  $\mathbf{U}$  par rapport à ce fluide en une force de traînée  $\mathbf{F}_D$  dirigée selon la direction de l'écoulement ( $\mathbf{F}_D = (\mathbf{F}_A \cdot \mathbf{U}) \mathbf{U} / U^2$ ) et une force de portance  $\mathbf{F}_L$  perpendiculaire à cette direction ( $\mathbf{F}_L = \mathbf{U} \wedge (\mathbf{F}_A \wedge \mathbf{U}) / U^2$ ). Commençons notre étude par celle de l'évolution de la force de traînée avec le nombre de Reynolds de l'écoulement.

### 1.2.1 Coefficient de traînée en fonction du Reynolds

Conventionnellement la force de traînée est écrite sous sa forme adimensionnée :

$$\mathbf{F}_D = -\frac{1}{2} \rho S C_D U \mathbf{U} \quad (1.6)$$

où  $\mathbf{U}$  est la vitesse de la balle par rapport au fluide et  $U$  sa norme,  $\rho$  la masse volumique de fluide,  $S = \pi R^2$  la section de l'objet exposée au fluide selon la direction de l'écoulement et  $C_D$  un coefficient sans dimension appelé coefficient de traînée. La valeur de  $C_D$  dépend de la géométrie de l'objet étudié et du nombre de Reynolds de l'écoulement. Son estimation est l'enjeu principal des dispositifs de soufflerie car il permet de comparer les "performances" aérodynamiques de différents objets entre eux. La mesure du coefficient de traînée d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds est représentée sur la figure 1.10.

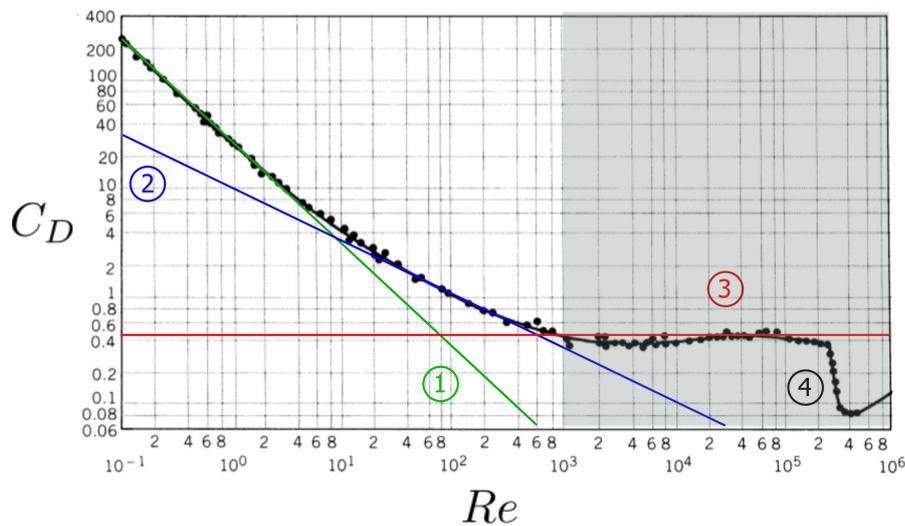


FIGURE 1.10 – Mesure du coefficient de traînée  $C_D$  d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds ( $Re = DU/\nu$ ). La ligne continue verte ① correspond à la loi de Stokes ( $C_D = 24/Re$ ) valable tant que  $Re \lesssim 2$ . La ligne continue bleue ② représente le régime de traînée de peau caractérisé par la relation  $C_D = 9/\sqrt{Re}$ . Quant à la ligne continue rouge ③, elle indique un coefficient de traînée constant  $C_D \approx 0,44$ . Enfin la région ④ est celle de la crise de traînée. La zone grisée montre la gamme typique d'utilisation des balles de sport, soit  $1 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^6$ .

L'observation de cette figure met en évidence plusieurs régimes de traînée. Pour des nombres de Reynolds inférieurs à l'unité, la force de traînée vérifie la loi de Stokes donnée

par  $F_D = -6\pi\eta RU$  où  $\eta$  est la viscosité dynamique du fluide environnant. Cette expression, qui implique la relation  $C_D = 24/Re$ , est valable expérimentalement jusqu'à  $Re \lesssim 2$  comme le montre la ligne continue verte ① sur la figure 1.10. Dans la gamme de nombre de Reynolds compris entre  $10^1$  et  $10^3$ , la force de traînée suit la loi  $C_D = 9/\sqrt{Re}$  (ligne continue bleue ②) correspondant à une traînée de peau. Enfin pour  $1 \times 10^3 < Re < 3 \times 10^5$ , le coefficient de traînée de la sphère est approximativement constant et égal à  $C_D \approx 0,44$ . Cette valeur est représentée par la ligne continue rouge ③ sur la figure 1.10. Pour des nombres de Reynolds supérieurs à  $3 \times 10^5$ , on constate une diminution brutale du coefficient de traînée avant d'atteindre un nouveau plateau (région ④). Cette chute brutale est communément appelée "crise de traînée" et correspond à la transition de la couche limite entre un état laminaire et turbulent.

Dans le cadre du sport, les nombres de Reynolds correspondant à l'écoulement de l'air autour d'une balle sont compris entre  $1 \times 10^3 < Re < 1 \times 10^6$ . Cette zone est indiquée par une teinte grisée sur la figure 1.10. L'étude des trajectoires des balles de sport pourra donc s'effectuer en considérant un coefficient de traînée constant hormis pour les balles les plus rapides où le phénomène de crise de traînée devra entrer en considération.

### 1.2.2 La crise de traînée

Achenbach s'est penché plus particulièrement sur les variations du coefficient de traînée à des nombres de Reynolds compris entre  $4 \times 10^4$  et  $4 \times 10^6$  [13]. La figure 1.11 regroupe les résultats de ses expériences conduites en soufflerie sur une sphère lisse de 20 cm de diamètre.

Achenbach distingue quatre régimes de traînée différents en fonction du Reynolds (cf. figure 1.11-(a)). La zone de nombres de Reynolds inférieure à  $3 \times 10^5$  (zone bleue) est qualifiée de "sous-critique". Dans cette gamme le coefficient de traînée est sensiblement indépendant du nombre de Reynolds et égal à  $C_D \simeq 0,44$ . Lorsque  $3 \times 10^5 < Re < 3,7 \times 10^5$  (zone rouge) le régime est dit "critique" et le coefficient de traînée chute brutalement. Cette brusque diminution du coefficient de traînée avec le nombre de Reynolds a été mise en évidence la première fois par Gustave Eiffel en 1912 [12]. Le coefficient de traînée passe par une valeur minimale de  $C_D \simeq 0,07$  pour  $Re = 3,7 \times 10^5$  qui est qualifiée de nombre de Reynolds critique. Le coefficient  $C_D$  augmente ensuite faiblement dans une zone appelée "super-critique" jusqu'à  $Re = 3 \times 10^6$  (zone orange). S'ensuit un régime qualifié de "trans-critique" où le coefficient de traînée atteint un nouveau plateau à  $C_D \simeq 0,18$  (zone verte).

Afin de comprendre l'origine de ces variations du coefficient de traînée entre  $Re = 4 \times 10^4$  et  $Re = 4 \times 10^6$ , Achenbach a installé un capteur de pression et un capteur de friction de peau à la surface de la sphère. Ces capteurs sont montés sur un diamètre de la sphère et peuvent se déplacer selon la coordonnée angulaire  $\phi$ . Ce dispositif permet de mesurer l'angle  $\phi_t$  à partir duquel la couche limite devient turbulente (cf. figure 1.11-(b)) et celui  $\phi_s$  à partir duquel elle se sépare de la surface de la sphère (cf. figure 1.11-(c)). On observe sur la figure 1.11-(b) que dans la gamme sous-critique, l'angle  $\phi_t$  est relativement constant et égal à  $95^\circ$ . En revanche cet angle décroît avec l'augmentation du nombre de Reynolds à partir de  $Re = 1 \times 10^5$ . La couche limite turbulente voit son développement favorisé et entraîne un retard au décollement en comparaison avec le cas laminaire. En effet dans le régime sous critique, la couche limite décolle quasiment à l'équateur ( $\phi_s \simeq 82^\circ$  pour  $Re < 2 \times 10^5$  sur la figure 1.11-(c)) alors que ce phénomène intervient lorsque  $\phi_s \simeq 120^\circ$  pour  $Re > 3 \times 10^5$  (cf. figure 1.11-(c)). Le décollement tardif de la couche limite à partir du régime critique entraîne une réduction de la taille de la zone de recirculation en amont

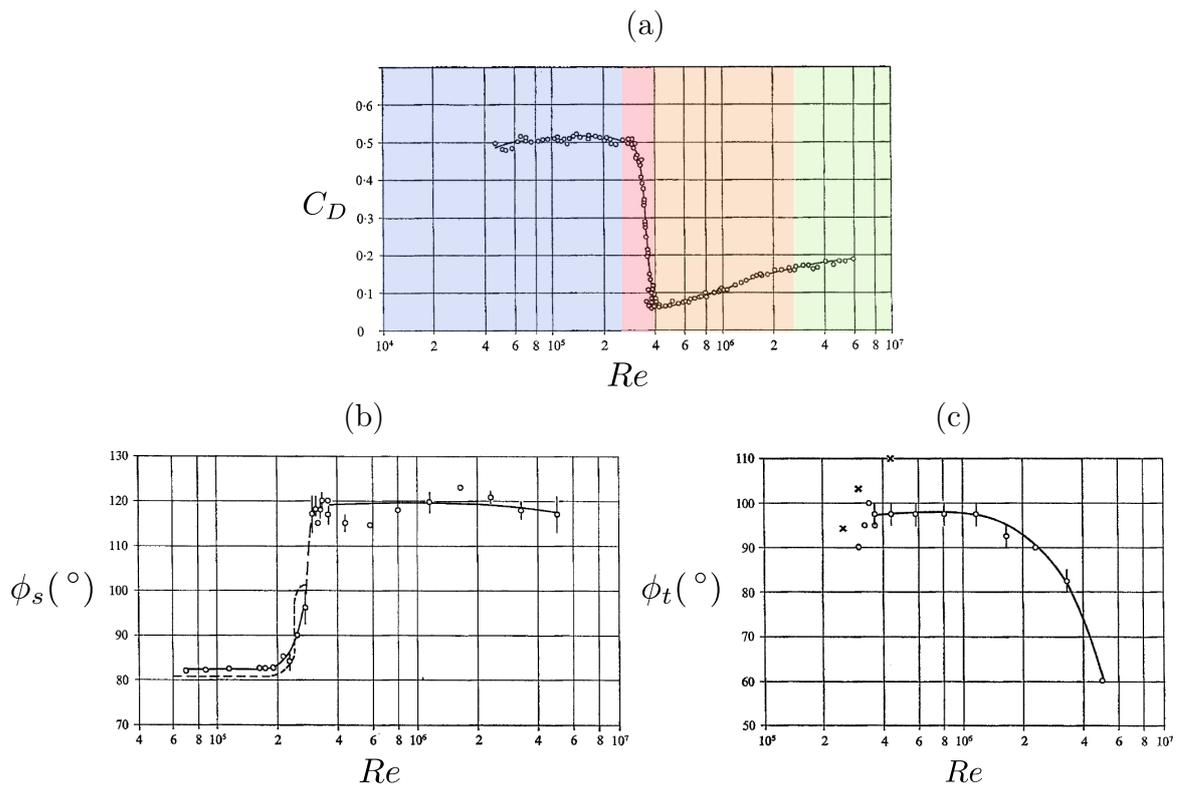


FIGURE 1.11 – (a) Coefficient de traînée d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds. (b) Angle de séparation  $\phi_s$  de la couche limite pour une sphère lisse en fonction du nombre de Reynolds. (c) Angle de transition  $\phi_t$  entre une couche limite laminaire et une couche limite turbulente pour une sphère lisse en fonction du nombre de Reynolds. Ces courbes sont extraites de l'article du travail de Achenbach [13].

de la sphère. Cette zone correspondant à des basses pressions par rapport à celle située en amont, la diminution de sa taille explique celle de la force de traînée exercée sur la sphère.

En conclusion, l'origine physique de la crise de traînée pour  $Re \simeq 3,7 \times 10^5$  est la transition de laminaire à turbulente de la couche limite entourant la sphère. Ceci est cohérent avec le fait que pour ce nombre de Reynolds, celui associé à la couche limite  $Re_\delta$  est égal à 610 ce qui correspond au seuil d'apparition de la turbulence dans un écoulement laminaire [15]. Cette origine explique la sensibilité de la position de la crise de traînée au taux de turbulence de la soufflerie constatée par Achenbach [13].

### 1.2.3 Effet de la rugosité de la surface

Le sillage d'une sphère est fortement corrélé au comportement de la couche limite qui l'entoure. Dans le cas des balles de sport, l'épaisseur de cette zone a été évaluée à une centaine de microns. La présence d'une irrégularité de taille comparable à la surface de la sphère va pouvoir modifier l'écoulement en aval. Il est donc pertinent de comprendre comment le sillage de la sphère dépend de son état de surface. Le cliché de la figure 1.12-(a) montre une sphère lisse dont l'hémisphère inférieur a été rendu rugueux. La présence de ces rugosités retarde la séparation de la couche limite avec la sphère. Ceci peut être interprété comme le passage prématuré d'une couche limite laminaire à une couche limite turbulente causé par les irrégularités de la surface. Dans l'exemple précédent, l'asymétrie haut/bas pour la séparation de la couche limite produit un sillage dévié vers le haut. À cette déviation correspond une force transverse dans la direction opposée (vers le bas sur la figure 1.12-(a)). Metha a montré que la dissymétrie de la séparation de la couche limite pouvait également être produite par les coutures d'une balle de cricket judicieusement orientées (cf. figure 1.12-(b)). Dans ce cas, la dissymétrie engendrée par la présence d'une couture cause une déviation latérale sur le trajectoire de la balle [22, 23].

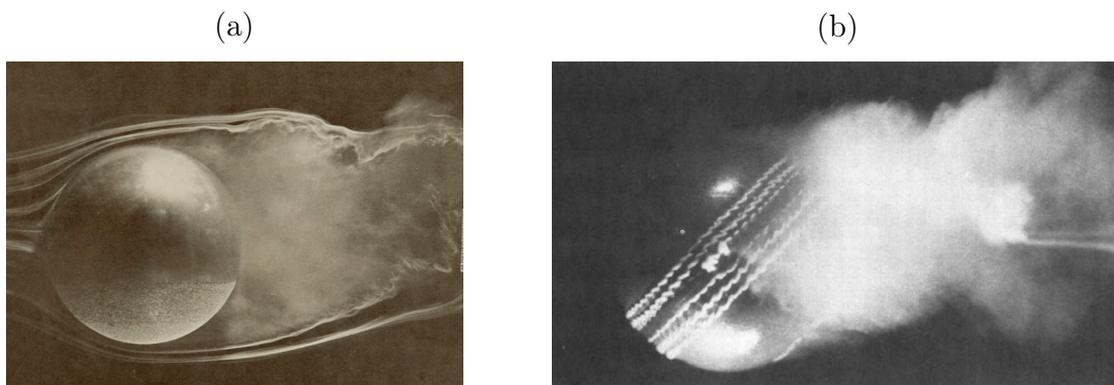


FIGURE 1.12 – (a) Écoulement en amont d'une sphère lisse dont l'hémisphère inférieur est rendu rugueux. Il en résulte un retard de la séparation de la couche limite autour de cet hémisphère. Ce cliché est extrait du livre "See the wind blow" [24]. (b) Visualisation du sillage en aval d'un balle de cricket où  $Re \simeq 8,5 \times 10^4$  [25]. Les coutures sont orientées à  $40^\circ$  vis-à-vis de l'horizontale et provoquent une transition à la turbulence prématurée au bas de la balle.

L'état de surface facilite la transition de la couche limite entourant la sphère vers un état turbulent. Les rugosités présentes à la surface d'une sphère vont pouvoir influencer la crise de traînée. L'étude du coefficient de traînée dans le régime critique pour des sphères de

différentes rugosités a été conduite par Achenbach en 1974 [26]. Ses résultats expérimentaux sont portés sur la figure 1.13.

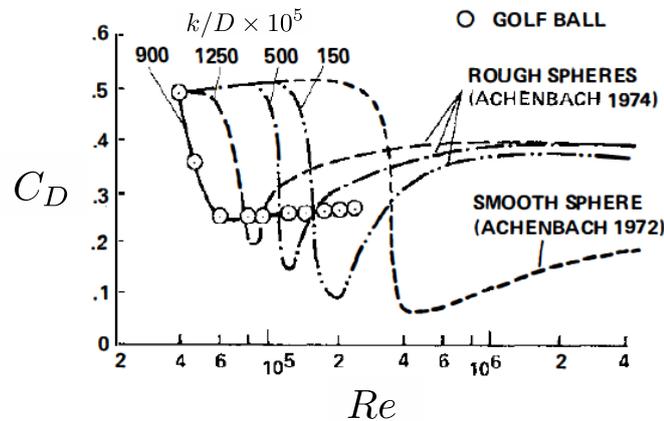


FIGURE 1.13 – Évolution du coefficient de traînée  $C_D$  autour du nombre de Reynolds critique pour des sphères de différentes rugosités. La rugosité est quantifiée par la taille  $k$  des irrégularités présentes à la surface de la sphère adimensionnée par son diamètre  $D$ .

L'observation de ce graphique montre que la chute du coefficient de traînée se produit plus tôt pour des sphères plus rugueuses. La transition vers la turbulence de la couche limite est favorisée par la présence d'irrégularités à la surface de la sphère. On note aussi que la valeur atteinte par le coefficient de traînée dans la zone transcritique est supérieure à celle d'une sphère lisse. Ce comportement est dû au fait que les irrégularités à la surface de la sphère favorisent l'avancée du point de transition vers l'amont et épaississent artificiellement la couche limite turbulente. En conclusion, la rugosité de la surface d'une sphère fait apparaître la crise de traînée plus tôt en terme de nombre de Reynolds et diminue son ampleur en terme de coefficient de traînée.

Un exemple où l'état de surface affecte la dynamique du projectile est celui d'une balle de golf [25]. En 1930, les balles possédant des alvéoles à leurs surfaces ont été acceptées par la fédération. Ces alvéoles agissent comme des irrégularités à la surface de la sphère et avancent la position de la crise de traînée pour cette balle (cf. figure 1.13). De plus l'aspect rentrant des alvéoles n'implique pas l'épaississement de la couche limite turbulente et limite la remontée du coefficient de traînée dans la zone trans-critique. Ainsi une balle de golf en vol possédera un coefficient de traînée diminué sur une plus grande portion de sa trajectoire. Ce phénomène aura pour effet d'accroître la portée des balles alvéolées en comparaison avec les balles lisses, ce qui est un effet recherché au golf.

### 1.3 Force de portance sur une sphère

De manière analogue à la force de traînée, la force de portance sur un objet s'exprime ainsi :

$$\mathbf{F}_L = \frac{1}{2} \rho C_{Ly} S U^2 \mathbf{e}_y + \frac{1}{2} \rho C_{Lz} S U^2 \mathbf{e}_z \quad (1.7)$$

La direction de la force de portance dans le plan transverse à l'écoulement n'étant pas a priori connue, on procède à la décomposition de cette force selon les axes  $y$  et  $z$  (cf.

figure 1.3). Cette projection définit les coefficients de portance  $C_{Ly}$  et  $C_{Lz}$ . L'asymétrie de l'écoulement du fluide en amont de la sphère va rendre ces coefficients non nuls.

### 1.3.1 Composante continue

Pour des nombres de Reynolds supérieurs à 180, l'axisymétrie du sillage de la sphère est brisée. Il en résulte une force latérale stationnaire, c'est-à-dire indépendante du temps, appliquée par le fluide sur cet objet. L'intensité de cette force dans le régime sub et sur-critique a été l'objet du travail de A.K. Norman [14]. Ces résultats issus des mesures en soufflerie sur une sphère lisse sont tracés sur la figure 1.14-(a).

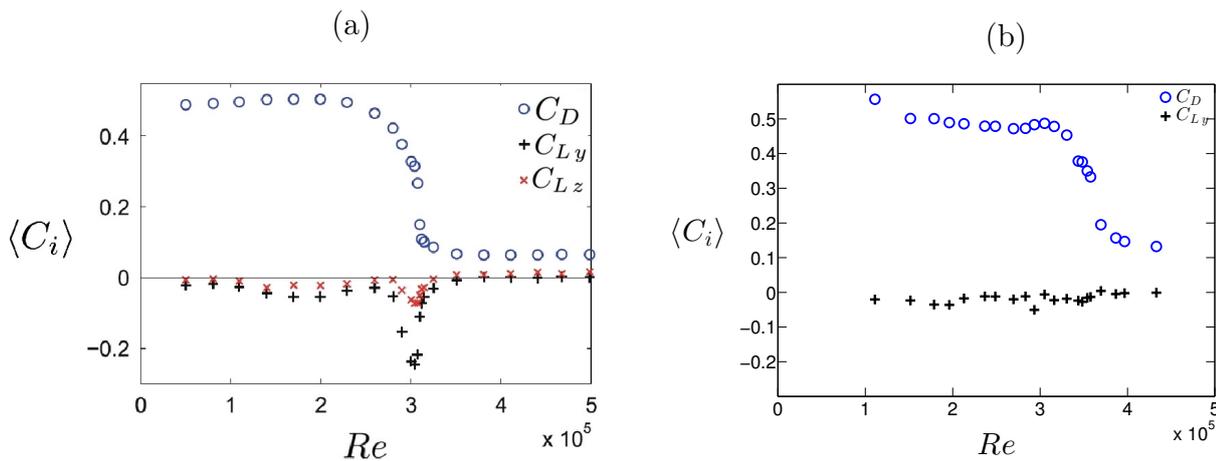


FIGURE 1.14 – Évolution de la moyenne  $\langle C_i \rangle_{i=\{D,Ly,Lz\}}$  des coefficients de traînée et de portance d'une sphère lisse en fonction du nombre de Reynolds ( $Re = DU/\nu$ ). (a) Données issues du travail expérimental de A.K. Norman [14]. (b) Données issues des expériences menées au CNAM sur une sphère lisse de 40 centimètres de diamètre.

Ce graphique permet de remarquer que la moyenne des coefficients de portance  $C_{Ly}$  et  $C_{Lz}$  est quasiment nulle dans les régions subcritique et surcritique. Cette observation est en désaccord avec celle de Taneda qui relate dans le régime surcritique un sillage incliné par rapport à la direction de l'écoulement [21]. En revanche, ces coefficients prennent une valeur non nulle autour du régime critique. Cela signifie que dans la crise de traînée, une sphère est soumise à une large force transverse. La direction de cette force transverse semble être choisie par les défauts présents à la surface de la sphère. En effet Norman et McKeon ont constaté que la rotation de la sphère autour de son axe entraînait la rotation de la direction de la force moyenne dans les mêmes proportions.

Il est intéressant de les comparer avec ceux obtenus dans la soufflerie S4 du CNAM aimablement mise à notre disposition par M. Massouh et M. Dobrev. Les résultats de ces expériences sont regroupés sur la figure 1.14-(b). L'évolution du coefficient de traînée  $C_D$  avec  $Re$  est similaire aux observations précédentes. En revanche, la valeur moyenne du coefficient  $C_{Ly}$  ne montre aucun pic à proximité du nombre de Reynolds critique.

### 1.3.2 Émission de structures dans le sillage d'une sphère

Pour des nombres de Reynolds supérieurs à environ 230, il y a advection de tourbillons dans l'écoulement. L'instabilité du sillage d'une sphère a été décrite comme la superposition d'une instabilité hélicoïdale [19] et d'une émission aléatoire de vortex tournant dans le plan

azimutal [18]. L'émission de ces tourbillons a fait l'objet de recherches par Achenbach en 1974 [27]. En étudiant les signaux temporels fournis par quatre anémomètres placés en aval de la sphère, il a pu accéder à la fréquence d'émission de ces structures. Les résultats de cette étude sont regroupés sur la figure 1.15 où cette fréquence es tracée en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement. La fréquence, portée en ordonnée de ce graphique, est adimensionnée par la fréquence caractéristique  $U/D$  qui correspond à la fréquence de passage d'une nouvelle particule fluide autour de la sphère. Ce rapport de fréquence,  $fD/U$ , est dénommé nombre de Strouhal et noté  $St$ .

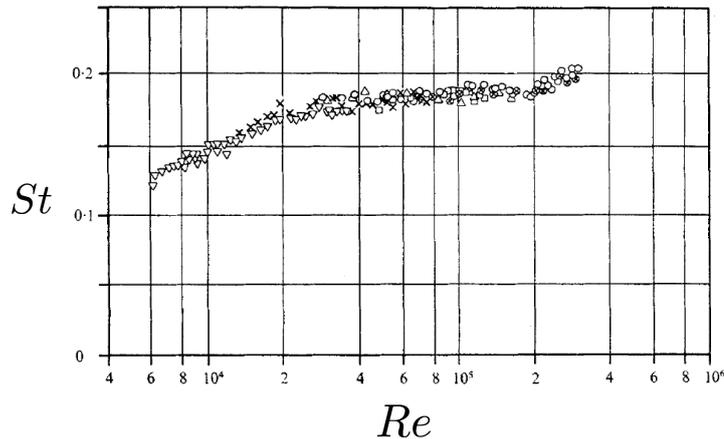


FIGURE 1.15 – Fréquence adimensionnée ( $St = fD/U$ ) d'émission des vortex en aval d'une sphère en fonction du nombre de Reynolds ( $Re = DU/\nu$ ). Ce graphique est extrait du travail de Achenbach [27] pour différents diamètres de sphère :  $\nabla$   $D = 2,0$  cm ;  $\times$   $D = 4,0$  cm ;  $\square$   $D = 7,6$  cm ;  $\triangle$   $D = 13,3$  cm ;  $\circ$   $D = 17,5$  cm ;  $\otimes$   $D = 20,0$  cm.

La figure 1.15 met en évidence que les données expérimentales se regroupent sur une même courbe quel que soit le diamètre de la sphère étudiée. Celle-ci montre également une faible variation du nombre de Strouhal dans la gamme de nombres de Reynolds allant de  $6 \times 10^3$  à  $3 \times 10^4$ . À partir de  $Re = 4 \times 10^4$ ,  $St$  est approximativement constant et égal à 0,19. Ceci signifie que la distance entre deux vortex émis est égale à environ cinq fois le diamètre de la sphère, indépendamment de la vitesse de l'écoulement. Enfin, le Strouhal finit par croître légèrement juste avant la crise de traînée pour atteindre la valeur de 0,20. Pour des nombres de Reynolds supercritiques, aucune fréquence d'émission particulière n'a pu être identifiée par Achenbach.

L'émission non constante et non uniforme de structures en aval d'une sphère va engendrer des forces transverses (forces de portance) dépendantes du temps. La section suivante résume les études liées à l'intensité, la direction et à la dépendance temporelle de ces forces dans le cas d'un objet sphérique.

### 1.3.3 Force de portance non stationnaire

Aux plus grands nombres de Reynolds, la localisation de l'émission tourbillonnaire se produit de manière erratique. Ceci entraîne une dépendance temporelle de la direction et de l'intensité des forces latérales. Ce phénomène de fluctuation de la force de portance sur une sphère a été remarqué pour la première fois sur la trajectoire d'un objet sphérique en chute libre ou celle d'un ballon sonde ascendant [28, 29]. Willmarth et Enlow ont étudié

la dépendance temporelle des forces transverses dans le régime super-critique [30]. Pour des Reynolds compris entre  $5,0 \times 10^5$  et  $1,6 \times 10^6$ , ils mesurent que la variance du coefficient de portance,  $\sqrt{\langle C_{Lx,y}^2(t) \rangle}$ , est indépendante du Reynolds et approximativement égale à 0,042. Dans cette même gamme de nombre de Reynolds, l'intensité spectrale des forces de portance décroît régulièrement entre des Strouhal de 0,02 et 2 sans présenter de pics à une fréquence particulière.

Plus récemment, Norman et McKeon ont procédé au même travail en étendant la gamme de Reynolds au régime subcritique [14]. Deux exemples d'enregistrement temporel des coefficients de portance d'une sphère sont fournis par la figure 1.16.

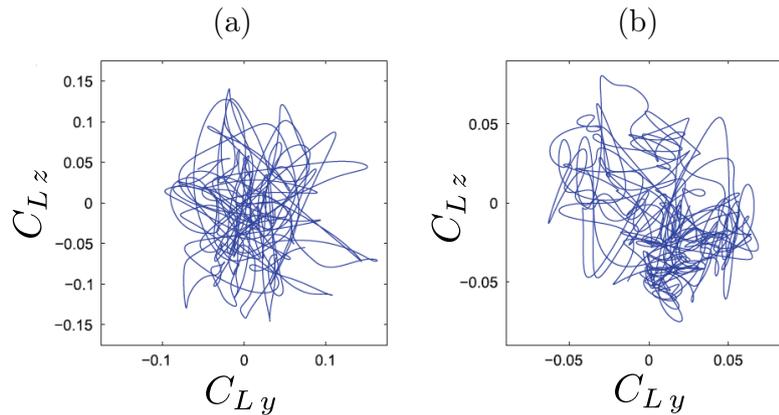


FIGURE 1.16 – Traces de l'évolution temporelle des forces latérales appliquées par un écoulement d'air sur une sphère lisse pour un nombre de Reynolds subcritique  $Re = 1,1 \times 10^5$  (a) et supercritique  $Re = 4,1 \times 10^5$  (b).

Les figures 1.16-(a) et 1.16-(b) mettent en évidence l'évolution erratique de la direction et de l'intensité de la force transverse appliquée à une sphère. On remarquera la différence d'échelle entre les graphiques 1.16-(a) et 1.16-(b), dénotant la diminution de l'intensité de la force latérale dans le régime surcritique par rapport à celui subcritique.

Norman et McKeon ont systématisé les mesures de l'évolution temporelle des coefficients de traînée et de portance d'une sphère pour des nombres de Reynolds compris entre  $5,0 \times 10^4$  et  $5,0 \times 10^5$ . Leurs résultats sont reportés sur la figure 1.17.

L'étude de la figure 1.17-(a) nous apprend que la variance des coefficients de traînée et de portance n'est jamais nulle. Celle relative au coefficient de traînée est systématiquement plus faible que celles des coefficients de portance. Toutes les variances des coefficients passent par un maximum à proximité du régime critique. Les auteurs de cette étude interprètent l'augmentation du coefficient de traînée dans ce régime par une bi-stabilité du sillage entre les configurations subcritiques et supercritiques. On notera également que la valeur constante des coefficients  $C_{Ly}$  et  $C_{Lz}$  dans le régime supercritique se raccorde avec les mesures de Willmarth et Enlow pour des nombres de Reynolds plus importants [30]. Ces résultats s'accordent également avec ceux que nous observons en soufflerie dans la région critique et supercritique (cf. figure figure 1.17-(b)). En revanche, la valeur de  $\sqrt{\langle C_{Ly}^2(t) \rangle}$  mesurée dans la zone subcritique est plus importante dans notre cas.

Norman et McKeon n'ont pas uniquement analysé les signaux sous forme statistique. La figure 1.18 regroupe le traitement spectral des signaux temporels des forces latérales à différents nombres de Reynolds. La densité spectrale est normalisée de manière à ce que

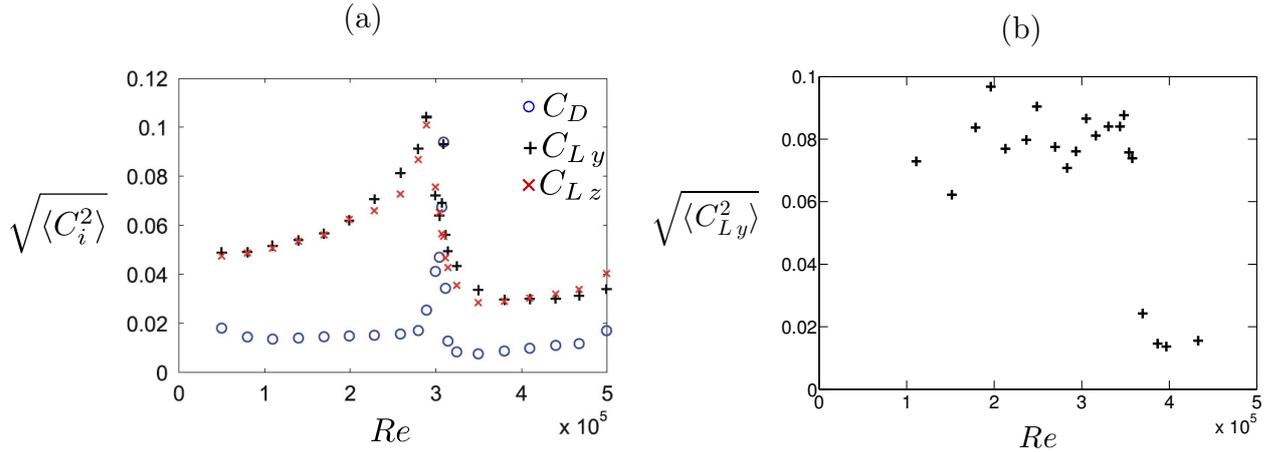


FIGURE 1.17 – Évolution de la variance  $\sqrt{\langle C_i^2(t) \rangle}$  des coefficients de traînée et de portance d'une sphère lisse en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement. (a) Données de Norman & McKeon. (b) Données issues des expériences réalisées dans la soufflerie S4 du CNAM sur une sphère lisse de 40 centimètres de diamètre.

l'aire sous le spectre soit égale au carré moyen des fluctuations du coefficient de portance ( $\langle C_L^2 \rangle = \int_0^\infty \Phi(St) dSt$ ).

Le spectre 1.18-(a) relatif au régime sous critique montre un pic à  $St = 0,19$ . Ce dernier correspond à la fréquence d'émission des tourbillons étudiée au paragraphe précédent. On remarque aussi sur ce spectre la grande importance de basses fréquences ( $St < 0,01$ ). Sans qu'aucune fréquence particulière ne domine cette gamme de Strouhal, la densité spectrale associée à ces basses fréquences est supérieure d'un ordre de grandeur à celle correspondant au détachement tourbillonnaire. L'intensité du pic à  $St = 0,19$  diminue avec le nombre de Reynolds avant de disparaître dans le régime supercritique (cf. figure 1.18-(b)).

Des simulations numériques menées dans le régime subcritique relatent l'importance des fréquences inférieures à celles de l'émission tourbillonnaire dans le sillage de la sphère [32, 33].

Nous avons considéré jusqu'ici les effets d'un fluide sur une sphère sans rotation propre. Nous envisageons maintenant l'influence de cette rotation sur les forces engendrées par le fluide sur la sphère.

### 1.3.4 Effet Robins-Magnus

La figure 1.19 montre des exemples de sphère en rotation dans un écoulement d'air. On observe une forte déviation du sillage due au mouvement de la sphère sur elle-même. Cet effet engendre une force latérale sur la sphère qui fait l'objet de ce paragraphe.

En 1672, Newton avait déjà émis l'idée que la rotation d'une balle de tennis produit un effet sur sa trajectoire [1]. Cette intuition fut confirmée en 1742 par les travaux de Benjamin Robins [34]. Ce dernier construisit un pendule dont la masse est une sphère en rotation autour du fil. La déviation du plan d'oscillation du pendule démontre l'existence d'une force perpendiculaire à la vitesse linéaire et angulaire de la sphère. Suite à ces travaux, un grand nombre d'études ont porté sur la mesure du coefficient de portance d'une balle en fonction de sa vitesse de rotation [35, 36].

Afin de comprendre l'effet de la rotation d'une sphère il nous faut observer en détail son sillage. Le cliché de la figure 1.19-(a) permet de visualiser l'écoulement autour d'une

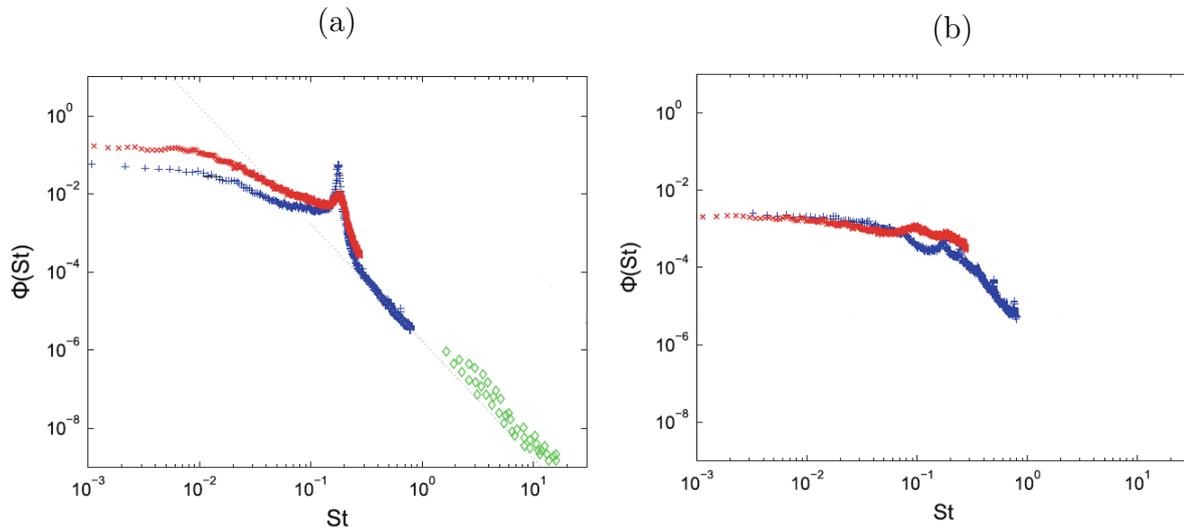


FIGURE 1.18 – Densité spectrale adimensionnée des forces transverses appliquées à la sphère ( $\Phi$ ) en fonction du nombre de Strouhal ( $St = fD/U$ ). (a) Régime subcritique. Les croix bleues correspondent à  $Re = 8,0 \times 10^4$  et celles rouges à  $Re = 2,3 \times 10^5$ . Les diamants verts indiquent les données de Lauchle and Jones pour  $7 \times 10^3 < Re < 3,5 \times 10^4$  [31]. (b) Régime critique et supercritique. Les croix bleues correspondent à  $Re = 3,8 \times 10^5$  et les rouges à  $Re = 5,0 \times 10^5$ .

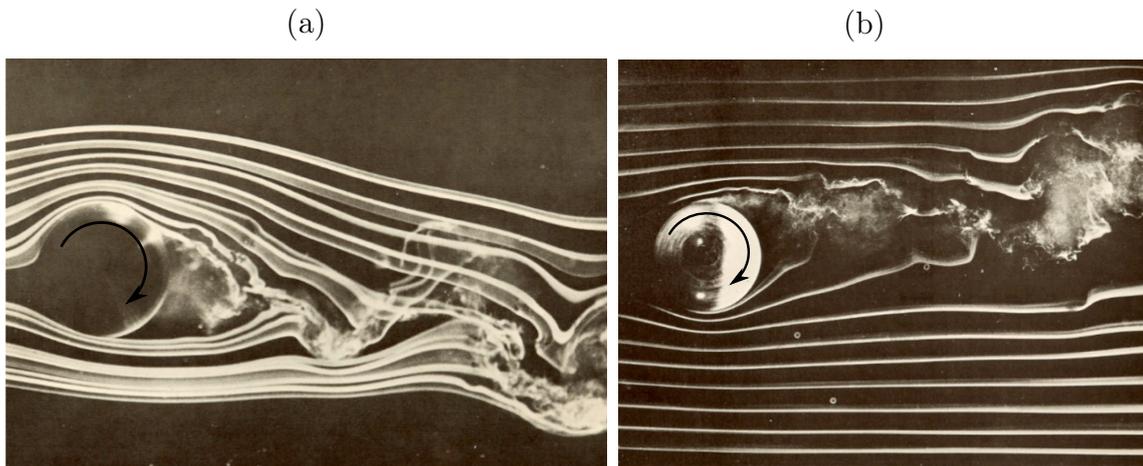


FIGURE 1.19 – Visualisations de l'écoulement autour d'une sphère en rotation. La sphère tourne dans le sens des aiguilles d'une montre avec une vitesse périphérique égale au double de la vitesse de l'écoulement ( $R\omega/U = 2$ ) sur la figure (a) et au tiers ( $R\omega/U = 0,33$ ) sur la figure (b). Son sillage est dévié vers le bas ou le haut indiquant la présence d'une force de portance dans le sens opposé. Le cliché (a) montre un effet Robins-Magnus direct tandis que le cliché (b) montre un effet inverse. Ces clichés sont extraits de [24].

sphère tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. On observe que le décollement de la couche limite est plus tardif en haut que en bas. Le mouvement de la sphère en haut accompagne la couche limite et retarde sa séparation. À l'inverse au bas de la sphère la rotation s'oppose au mouvement du fluide et provoque un décollement prématuré. Cette différence de point de séparation entre le haut et le bas de la sphère provoque la déviation de son sillage. Cette déviation vers le bas implique en réaction une force du fluide sur la sphère dirigée vers le haut (dans le sens du vecteur  $\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{U}$  où  $\mathbf{U}$  est la vitesse de la sphère par rapport au fluide). L'existence d'une force transverse due à la rotation d'une sphère ne souffre pas de la présence d'irrégularités à sa surface. Cet effet est par exemple présent sur une balle de golf en rotation comme le montre la figure 1.20.

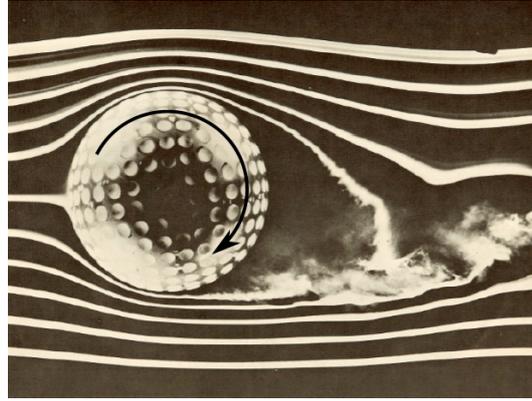


FIGURE 1.20 – Visualisation de l'écoulement autour d'une balle de golf tournant dans le sens des aiguilles d'une montre. La déviation du sillage montre la présence d'un effet Robins-Magnus direct. Ce cliché est issu du livre [24].

Il arrive que pour une sphère tournant dans le même sens de rotation, la déviation du sillage soit dans le sens opposé (effet Robins inverse). Ce phénomène s'observe dans le cas où la vitesse de l'écoulement ou celle de rotation de la balle est suffisamment grande pour faire transiter la couche limite dans un état turbulent. Si cette transition ne se produit que du côté où la rotation s'oppose à l'écoulement alors il se crée une dissymétrie haut/bas de l'angle séparation de la couche limite (cet angle  $\phi_s$  est plus important dans le cas d'une couche limite turbulente). Cette dissymétrie étant inverse à celle du cas précédent, elle dévie le sillage et engendre une force dans le sens opposé (cf. figure 1.19-(b)).

Plus formellement, la force de portance engendrée par la rotation propre de la balle à la vitesse angulaire  $\boldsymbol{\omega}$  s'écrit :

$$\mathbf{F}_L = \frac{1}{2} \rho C_R \pi R^3 \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{U} \quad (1.8)$$

où  $C_R$  est le coefficient de portance du à l'effet Robins-Magnus. Nathan a synthétisé l'ensemble des mesures relatives aux forces de portance engendrées par la rotation d'une balle [37]. Ces mesures regroupent des expériences réalisées sur des sphères lisses, des ballons de foot ainsi que des balles de baseball. Elles montrent que le coefficient  $C_R$  est approximativement constant et égal à  $C_R \approx 0,52$  dans la gamme des grands nombre de Reynolds ( $Re > 10^4$ ). Cette valeur est cohérente avec les résultats de Dupeux & al. pour la trajectoire d'une bille en rotation dans l'eau [38] ou avec ceux de Goff pour un ballon de football dans l'air [39].

L'apparition d'une force transverse due à la rotation est observée pour tous les types de balle et en particulier les balles de sport. Au moment de la frappe, les joueurs tentent d'influer sur la rotation initiale afin d'orienter la trajectoire. C'est l'exemple de la frappe "liftée" au tennis qui fait plonger la balle après le filet ou celui du coup-franc enroulé au football qui ramène la balle dans les cages [40].

## Conclusion

L'écoulement d'un fluide autour d'une balle produit divers effets que nous essayons de synthétiser sur la figure 1.21. D'abord il s'oppose à son mouvement en lui soumettant une force de traînée. Cette force de résistance à l'avancement va influencer sur la trajectoire de la balle. Ces modifications sont significatives lorsque l'intensité de la force de traînée  $F_D$  devient comparable au poids  $Mg$  de cet objet. Nous pouvons d'ores et déjà classer les sports en deux catégories. La première est celle des sports gravitaires où  $F_D/Mg < 1$ . Dans ce régime, la traînée agit peu par rapport au poids de la balle et le trajet de la balle est parabolique. La pétanque représente à merveille ce type de sport. La deuxième catégorie est celle opposée où  $F_D/Mg > 1$ . Ce régime, où l'effet de la résistance de l'air est prépondérant, est qualifié d'aérodynamique. Nous verrons que la plupart des situations dans les sports de balle correspondent à cette limite.

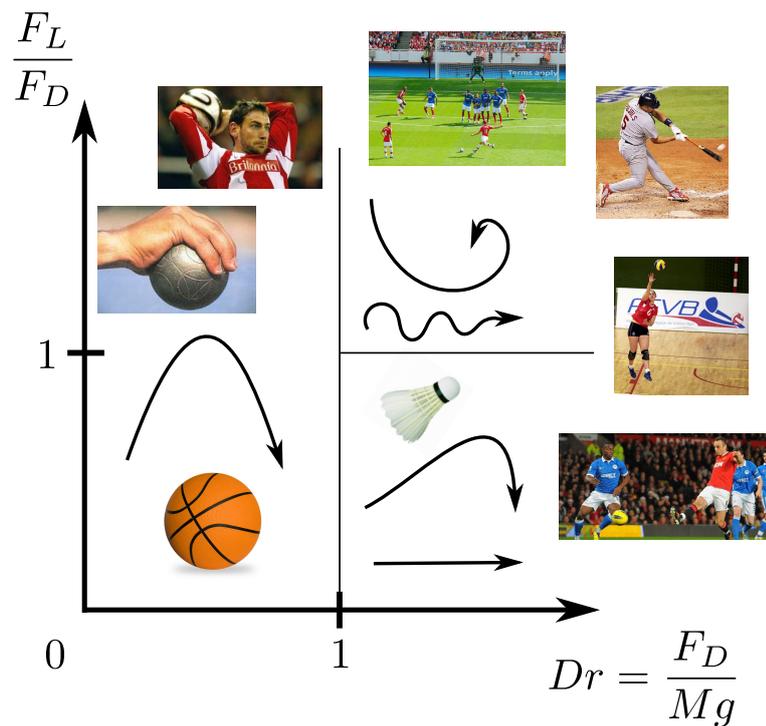


FIGURE 1.21 – Diagramme de phase des trajectoires observées en sport. L'abscisse de ce diagramme représente le rapport de la force de traînée  $F_D$  avec le poids  $Mg$  de la balle. L'ordonnée correspond au rapport des forces de portance  $F_L$  sur celle de traînée  $F_D$ .

La balle ne subit pas uniquement son poids et sa traînée. L'existence d'une circulation du fluide autour de cette dernière entraîne la présence de forces transverses. Selon qu'elles soient plus ou moins élevées que la traînée, le projectile va montrer des comportements différents. Au sein des sports aérodynamiques apparaît donc deux sous catégories. Dans

le cas où la force de portance est petite devant celle de traînée ( $F_L < F_D$ ), la balle subit uniquement cette dernière et son poids. L'étude des trajectoires dans cette limite sera l'objet du chapitre 2 qui se base sur l'exemple du badminton. Nous verrons que dans ce régime, les trajectoires diffèrent notablement de la parabole galiléenne. Mais c'est lorsque la force de portance devient comparable à celle de traînée ( $F_L > F_D$ ) que les effets sont les plus surprenants. La portance peut être produite par la rotation propre de la balle. Dans ce cas, la force transverse possède une orientation fixe et courbe la trajectoire dans cette direction. Nous étudierons au chapitre 3 l'effet d'une force de portance contenue dans le plan initial avec l'exemple des dégagements de gardiens au football. Lorsque ces conditions ne sont pas respectées, la portance produit des déviations latérales menant à des trajectoires en forme de spirale [40] ou tridimensionnelles. Ce chapitre a montré qu'une force transverse est également produite par l'émission tourbillonnaire en aval de la balle. Du fait de l'alternance de l'émission des tourbillons, cette dernière possède une dépendance temporelle complexe. L'effet de ce phénomène produit des trajectoires en zigzag qui seront étudiées au chapitre 5.

La classification des sports établie précédemment peut avantageusement être résumée dans le diagramme 1.21. Ce dernier porte en abscisse le rapport de la force de traînée avec le poids de la balle. Cet axe permet de distinguer les sports gravitaires et aérodynamiques. L'ordonnée de ce diagramme représente le rapport des forces de portance avec la traînée. Il permet de séparer les trajectoires de balle subissant ou non des efforts aérodynamiques transverses.

# Chapitre 2

## Le mur aérodynamique

Interdite, j'allongeai la main et je sentis quelque chose de froid et de lisse :  
une résistance lisse et froide à un endroit où il ne pouvait y avoir rien  
d'autre que de l'air.

---

*Le mur invisible*  
MARLEN HAUSHOFER

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Balistique sportive : approche qualitative . . . . .</b>	<b>35</b>
2.1.1	Observations expérimentales . . . . .	35
2.1.2	Équation du mouvement . . . . .	36
2.1.3	Discussion qualitative . . . . .	36
<b>2.2</b>	<b>Balistique sportive : approche quantitative . . . . .</b>	<b>38</b>
2.2.1	Le volant de badminton . . . . .	38
2.2.2	Trajectoire expérimentale . . . . .	39
2.2.3	Portée expérimentale . . . . .	40
<b>2.3</b>	<b>Analyse théorique de la trajectoire . . . . .</b>	<b>41</b>
2.3.1	Une solution analytique exacte . . . . .	41
2.3.2	Position du mur . . . . .	42
2.3.3	Expression de la portée . . . . .	44
2.3.4	Expression de la hauteur . . . . .	46
2.3.5	Angle optimal de tir . . . . .	47
2.3.6	Comparaison aux autres théories . . . . .	48
2.3.7	Validité de l'expression de la portée . . . . .	48
<b>2.4</b>	<b>Les trajectoires de type "Tartaglia" . . . . .</b>	<b>49</b>
2.4.1	Lances à incendie . . . . .	50
2.4.2	Portée des canons . . . . .	51

---

*Ce travail a été réalisé avec Caroline Cohen et Guillaume Dupeux.*

## Introduction

Ce chapitre porte sur l'étude des trajectoires des projectiles soumis à leurs poids et à une traînée aérodynamique à grand nombre de Reynolds ( $Re > 10^3$ ). Les résultats de ces travaux s'appliquent lorsque les forces de portance subit par le projectile sont négligeables vis-à-vis des autres.

### Approche historique

Le problème de la trajectoire d'une particule se mouvant dans l'air s'est d'abord posé sur les champs de bataille. Dans le contexte militaire, la connaissance des paramètres de tir permettant d'atteindre des coordonnées précises procure un avantage stratégique certain. L'intérêt pour cette question est tel qu'il a fait naître une science, celle de la "balistique extérieure" dont le développement est présenté en 1904 par Le Charbonnier [41].

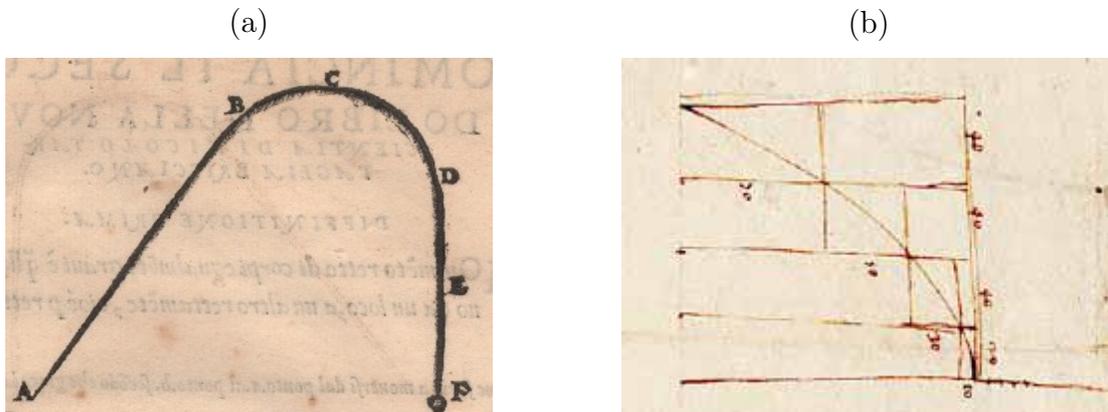


FIGURE 2.1 – (a) Illustration historique de la trajectoire d'un boulet de canon représenté par Niccolò Tartaglia dans son traité *La nova Scientia* en 1537 [42]. (b) Illustration historique de Galilée issue de [43].

Précédant les développements mathématiques initiés par Galilée au XVII<sup>e</sup> siècle [43], certains physiciens ont tenté une description qualitative de ces trajectoires. C'est le cas de Niccolò Tartaglia qui esquisse en 1537 dans son manuscrit *La nova Scientia* les trajectoires des boulets de canon (cf. figure 2.1-(a)) [42]. On remarque immédiatement les caractéristiques singulières de cette courbe. En particulier elle n'est pas symétrique vis-à-vis de son sommet (point C sur la figure 2.1-(a)). Les deux portions de trajectoire  $\widehat{AB}$  et  $\widehat{DF}$ , que Tartaglia qualifie respectivement de "mouvement violent" et "mouvement naturel", sont des segments de droite. La portion  $\widehat{AB}$  est orientée par la direction initiale tandis que celle  $\widehat{DF}$  montre une chute quasi verticale du projectile. Ces deux portions sont reliées par un arc de cercle  $\widehat{BD}$ .

Les propriétés des trajectoires dessinées par Tartaglia sont très différentes de celles de la parabole introduite par Galilée en 1638. Ce dernier décrit le mouvement des objets pesants par une parabole (cf. figure 2.1-(b)). La trajectoire parabolique, symétrique par rapport à son sommet, ne possède ni phases rectilignes, ni asymptote verticale.

Près de cinq siècles après les travaux de Tartaglia, nous avons cherché notre inspiration non pas sur les champs de batailles mais sur les terrains de sport (qui rappelons-le ne doivent jamais se confondre!). Tout comme la trajectoire des munitions intéresse le stratège militaire, la courbe décrite par une balle de sport est de première importance pour les

joueurs. En effet, la maîtrise de ces trajectoires permet aux sportifs de prendre la possession de la balle, de dominer le jeu et bien sûr de marquer des points. Ce chapitre aborde l'étude des trajectoires sportives sous l'angle expérimental puis théorique.

## 2.1 Balistique sportive : approche qualitative

### 2.1.1 Observations expérimentales

L'étude balistique des balles de sport est entamée avec deux exemples : le basket et le badminton. Des séquences de jeu ont été enregistrées depuis le bord du terrain à l'aide d'une caméra rapide. La fréquence d'acquisition de cette dernière est de 250 images par seconde. Ceci permet de ralentir le temps d'un facteur dix en repassant les vidéos à la vitesse usuelle de 25 images par seconde. En superposant toutes les images d'un film nous obtenons les chronophotographies de la figure 2.2.

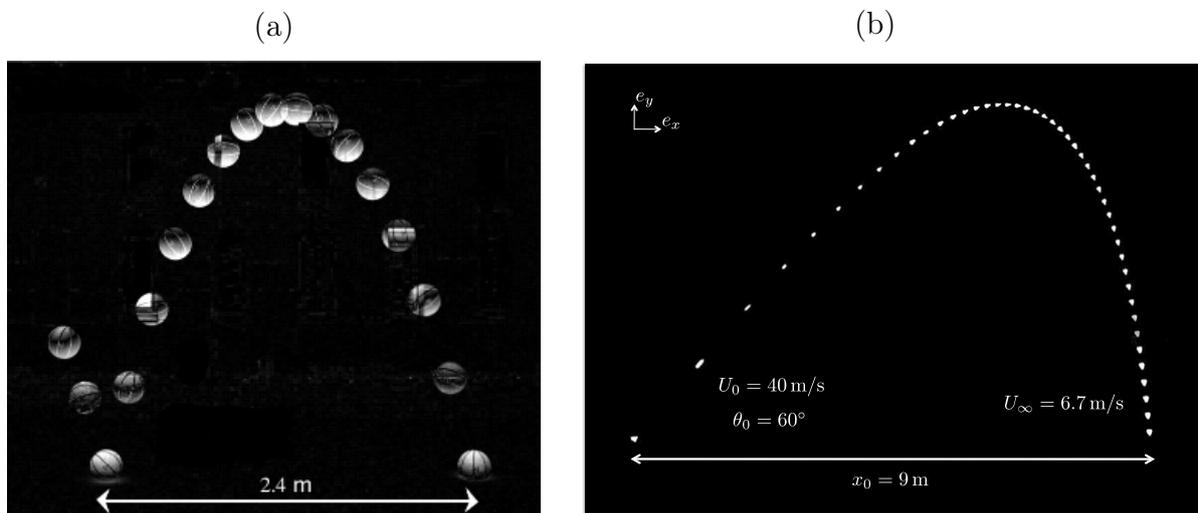


FIGURE 2.2 – Chronophotographies de deux balles de sport : (a) Rebond d'un ballon de basket sur le sol avec une vitesse initiale  $U_0 = 15$  m/s et un angle par rapport à l'horizontal  $\theta_0 = 47^\circ$ . (b) Dégagé de fond de court au badminton avec les conditions initiales  $U_0 = 40$  m/s et  $\theta_0 = 60^\circ$ . Les positions des projectiles sont séparées de 40 ms.

Ces chronophotographies mettent en évidence la différence entre les trajectoires d'un ballon de basket et d'un volant de badminton. Alors que la trajectoire d'un ballon de basket adopte toutes les caractéristiques de la parabole galiléenne (symétrie par rapport au sommet et absence d'asymptote), celle du volant de badminton s'apparente d'avantage à la trajectoire dessinée par Nicollo Tartaglia (départ rectiligne, asymétrie par rapport au sommet et chute verticale).

Les figures 2.2-(a) et 2.2-(b) apportent également des informations concernant la vitesse des projectiles. On remarque sur la chronophotographie du ballon de basket que sa vitesse horizontale reste sensiblement constante alors que celle verticale ne fait que décroître (en valeur algébrique). Ces observations ne restent pas valables pour la trajectoire du volant de badminton. Ce projectile voit dans un premier temps sa vitesse diminuer fortement le long de son trajet. Il s'oriente ensuite selon la verticale et finit par tomber selon cette direction

à la vitesse constante de 6,7 m/s. Ainsi la vitesse horizontale du volant tend vers zéro alors que celle verticale tend vers une valeur limite.

La question à laquelle il convient de répondre concerne les conditions nécessaires pour observer l'une ou l'autre de ces deux trajectoires aux propriétés radicalement différentes.

### 2.1.2 Équation du mouvement

L'équation du mouvement pour une particule de masse  $M$  se déplaçant dans l'air à une vitesse  $\mathbf{U}$  est donnée par l'équation suivante :

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{F}_G + \mathbf{F}_A \quad (2.1)$$

où  $\mathbf{F}_G = M\mathbf{g}$  est le poids du projectile et  $\mathbf{F}_A$  les forces aérodynamiques que le fluide exerce sur lui. L'équation (2.1) doit être résolue avec la condition initiale  $\mathbf{U}(t=0) = \mathbf{U}_0$ . Si les forces aérodynamiques sont nulles ( $\mathbf{F}_A = 0$ ), l'équation du mouvement mène à la parabole classique introduite par Galilée [43]. Cette trajectoire a une portée  $x_0 = U_0^2 \sin(2\theta_0)/g$  qui est maximale pour l'angle de tir  $\theta_0^* = \pi/4$  par rapport à l'horizontale.

Dans le cas général la force aérodynamique  $\mathbf{F}_A$  dépend de la vitesse du projectile  $\mathbf{U}$  et confère à ce problème toute sa complexité [44]. Nous avons vu au chapitre précédent que la force aérodynamique se décompose en une force de traînée  $\mathbf{F}_D$  alignée avec la vitesse  $\mathbf{U}$  et une force de portance  $\mathbf{F}_L$  qui lui est transverse. Cette deuxième force est engendrée par la circulation de l'air autour de la balle. L'étude suivante envisage le cas des trajectoires où les effets du fluide sur le projectile se résument à la seule traînée. Cette hypothèse impose qu'aucune force transverse ne s'applique sur la balle ( $\mathbf{F}_L = \mathbf{0}$ ). Compte tenu de l'expression de la force de traînée aux grands nombres de Reynolds introduite dans le chapitre 1, l'équation de la dynamique de cet objet se ramène à l'équation :

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = M\mathbf{g} - \frac{1}{2} \rho \pi R^2 C_D U \mathbf{U} \quad (2.2)$$

Remarquons qu'à la différence du cas purement gravitaire ( $\mathbf{F}_A = \mathbf{0}$ ), l'équation (2.2) permet un état stationnaire ( $\frac{d\mathbf{U}}{dt} = \mathbf{0}$ ) lorsque la traînée compense le poids. Cet état stationnaire se caractérise par une vitesse terminale  $\mathbf{U}_\infty$  qui est verticale et qui suit la relation  $U_\infty \mathbf{U}_\infty = \mathcal{L} \mathbf{g}$  où  $\mathcal{L} = 2M/\rho\pi R^2 C_D$ . Le paramètre  $\mathcal{L}$  possède la dimension d'une longueur et ne dépend que des caractéristiques du projectile et du fluide. Cette longueur caractéristique sera qualifiée de longueur aérodynamique. Elle représente la distance typique de chute verticale nécessaire pour que le projectile atteigne sa vitesse terminale  $U_\infty$ . Avant d'être résolue analytiquement à la section 2.3, le comportement de l'équation du mouvement (2.2) peut être analysé qualitativement.

### 2.1.3 Discussion qualitative

La trajectoire de la particule est repérée par son abscisse curviligne  $s$  et l'angle  $\theta$  entre l'horizontale et sa vitesse instantanée  $\mathbf{U}$  comme explicité sur la figure 2.3.

En adimensionnant l'abscisse curviligne du projectile  $s$  par la longueur aérodynamique  $\bar{s} = s/\mathcal{L}$  et sa vitesse par celle initiale  $\bar{\mathbf{U}} = \mathbf{U}/U_0$ , l'équation (2.2) se transforme en :

$$\underbrace{\bar{U}}_{\textcircled{1}} \frac{d\bar{\mathbf{U}}}{d\bar{s}} = - \underbrace{\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2}_{\textcircled{2}} \mathbf{e}_y - \underbrace{\bar{U}\bar{\mathbf{U}}}_{\textcircled{3}} \quad (2.3)$$

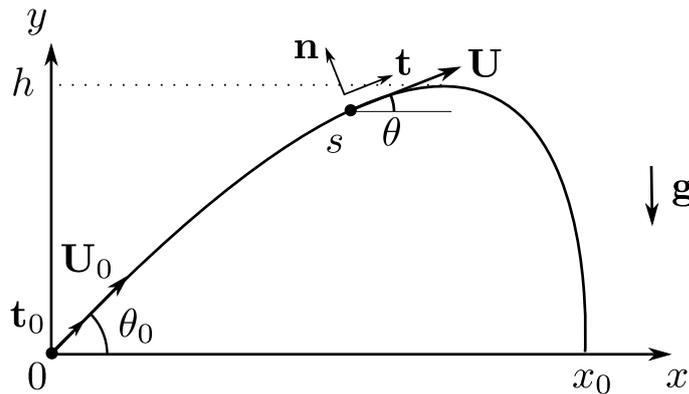


FIGURE 2.3 – Notations utilisées pour décrire le mouvement d'un projectile dans l'air.

La condition initiale du problème se réécrit alors  $\bar{\mathbf{U}}(\bar{s} = 0) = \mathbf{t}_0$  avec  $\mathbf{t}_0$  le vecteur tangent à la trajectoire à l'origine (cf. figure 2.3). Selon la valeur du rapport entre la vitesse terminale et celle initiale (terme ②), l'équation (2.3) va donner lieu à deux comportements distincts.

#### Cas où $U_0 \ll U_\infty$

Lorsque la vitesse initiale est faible devant celle terminale, le terme ③ qui est initialement égal à 1, est négligeable devant le terme ② et l'équation de la dynamique se ramène au cas purement gravitaire. On comprend que la trajectoire du ballon de basket représentée sur la figure 2.2-(a) soit parabolique car sa vitesse initiale, de l'ordre de 15 m/s, est inférieure à la vitesse terminale qui a été déterminée expérimentalement à 31 m/s. Pour le badminton, les trajectoires observées seront paraboliques lorsque la vitesse initiale du volant sera inférieure à 6,7 m/s. Cette situation intervient dans les courts échanges à proximité du filet.

#### Cas où $U_0 \gg U_\infty$

À l'inverse si la vitesse du départ du projectile est grande par rapport à la vitesse terminale alors c'est le terme ③ qui domine initialement le terme ②. Dans ces circonstances, l'équation du mouvement (2.3) se réduit à :

$$\frac{d\bar{\mathbf{U}}}{d\bar{s}} = -\bar{\mathbf{U}} \quad (2.4)$$

Cette équation s'intègre directement pour donner  $\bar{\mathbf{U}}(\bar{s}) = e^{-\bar{s}} \mathbf{t}_0$ . La première partie de la trajectoire est donc une droite orientée par l'angle de tir. Le projectile décélère selon cette direction sur une distance caractéristique  $\mathcal{L}$ . Cette décélération va se poursuivre jusqu'à atteindre l'état stationnaire où le projectile tombe verticalement à sa vitesse terminale  $U_\infty = \sqrt{\mathcal{L}g}$ . Rappelons que cette vitesse terminale résulte de l'équilibre entre les termes ② et ③ de l'équation (2.3). Entre ces deux portions rectilignes de trajectoire, il faut prendre en considération les trois termes de l'équation précédente pour décrire la dynamique du projectile. Dans ce régime, l'équation du mouvement ne se ramène jamais au cas gravitaire où seuls les termes ① et ② interviennent.

Cette description qualitative de la trajectoire, fournie par l'étude de l'équation du mouvement, correspond aux observations expérimentales de la chronophotographie 2.2-(b). En effet, le volant de badminton possède dans cet exemple une vitesse initiale  $U_0 = 40$  m/s

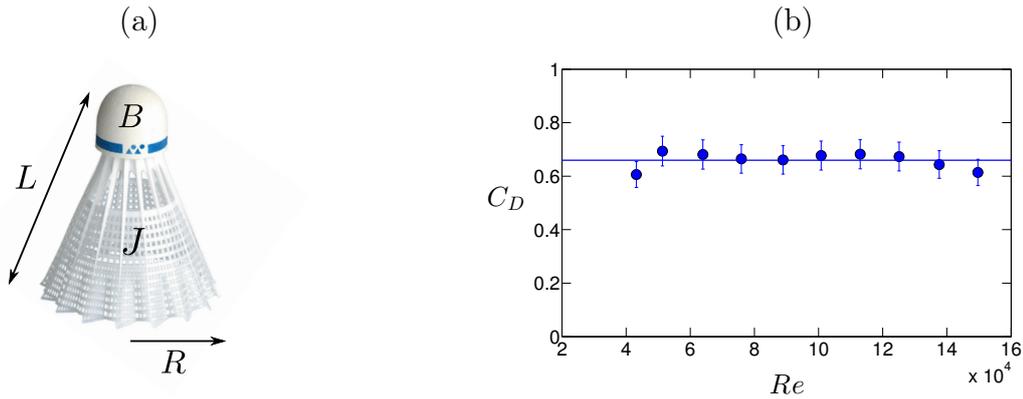


FIGURE 2.4 – (a) Modèle de volant modèle MAVIS 370 de longueur  $L = 60$  mm et un rayon de  $R = 34$  mm. La masse de ce volant est de 5,3 g dont 3 g sont répartis dans le bouchon (B) et 2,3 g dans la jupe (J). (b) Coefficient de traînée ( $C_D = 2F_D/\rho\pi R^2U^2$ ) d'un volant mesuré en soufflerie en fonction du nombre de Reynolds ( $Re = 2RU/\nu$ ).

supérieure à sa vitesse terminale  $U_\infty = 6,7$  m/s.

Au final, il existe un critère simple permettant de prévoir le type de trajectoire suivie par un projectile. Lorsque la vitesse de tir du projectile est inférieure à sa vitesse terminale, la trajectoire est parabolique. Dans le cas inverse, la trajectoire est similaire à l'esquisse de Tartaglia (cf. figure 2.1-(a)). La suite de ce chapitre explicite en détail la forme de ces trajectoires et s'intéresse à leurs portées.

## 2.2 Balistique sportive : approche quantitative

Le badminton est le sport où les vitesses de lancer sont les plus grandes par rapport aux vitesses terminales. Ce sport va servir d'exemple afin d'étudier les trajectoires obtenues dans la limite où  $U_0 \gg U_\infty$ . Avant d'entamer ce travail il est utile de rappeler les caractéristiques d'un volant de badminton.

### 2.2.1 Le volant de badminton

Le volant de badminton est un objet conique constitué par un bouchon en liège et une jupe en plastique ou en plume. Celui utilisé pour nos expériences est un modèle MAVIS 370 dont la jupe est en plastique (cf. figure 2.4-(a)). Cet objet a une masse  $M = 5,3$  g dont 3 g sont répartis dans le bouchon. Il possède une longueur de  $L = 60$  mm et un rayon de  $R = 34$  mm.

L'estimation des forces subies par ce volant dans un écoulement d'air uniforme a été réalisée à l'aide d'un capteur de force triaxial dans une soufflerie Deltalab EA600. Les mesures expérimentales du coefficient de traînée  $C_D$  sont reportées dans la figure 2.4-(b) en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement. Pour les nombres de Reynolds typiques de jeu ( $Re \sim 10^5$ ) le coefficient de traînée du volant est relativement constant et égal à  $C_D \approx 0,65 \pm 5\%$ . Ces caractéristiques du volant permettent d'estimer sa vitesse terminale à  $U_\infty = 6,2$  m/s. Cette valeur concorde avec celle obtenue dans la phase terminale d'une frappe dégagée où  $U_\infty = 6,7$  m/s (cf. figure 2.2-(b)).

En plus de posséder un coefficient de traînée constant, le volant de badminton présente

l'avantage de ne subir aucune force de portance. Comme nous le verrons au chapitre 6, la forme particulière du volant de badminton le maintient aligné avec la direction de sa vitesse. Cette contrainte l'empêche de tourner selon un axe différent de celui de sa vitesse  $\mathbf{U}$  et élimine ainsi la possibilité d'un effet Robins-Magnus. Les caractéristiques du volant de badminton maintenant connues, il est utile d'observer sa trajectoire selon diverses conditions initiales.

### 2.2.2 Trajectoire expérimentale

La trajectoire d'un volant MAVIS 370 a été enregistrée pour des vitesses et des angles de tir divers. Ces trajectoires sont indiquées au moyen des symboles ronds sur la figure 2.5. Chaque couleur correspond à des conditions initiales différentes.

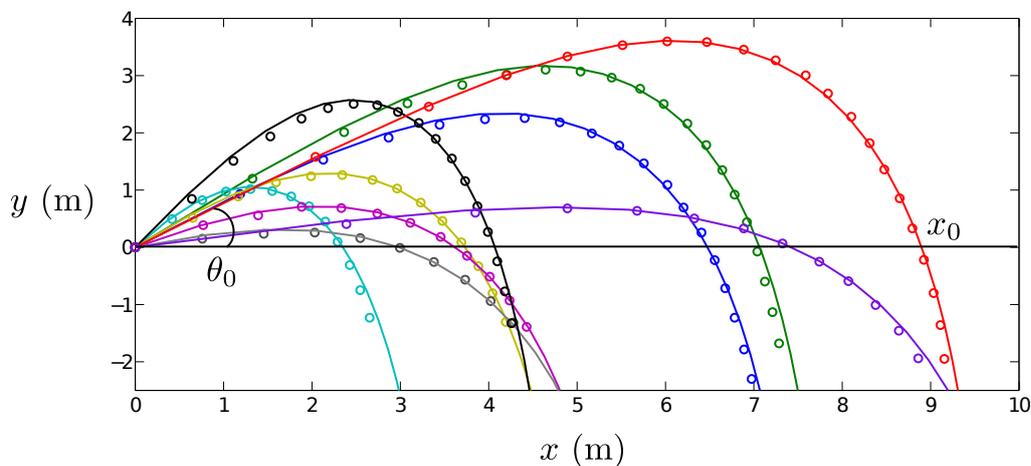


FIGURE 2.5 – Comparaison entre les trajectoires expérimentales (ronds) et la résolution de l'équation (2.3) (lignes pleines) pour différentes conditions initiales : bleu :  $U_0 = 19,8$  m/s,  $\theta_0 = 39^\circ$ , vert :  $U_0 = 24,7$  m/s,  $\theta_0 = 44^\circ$ , cyan :  $U_0 = 6,8$  m/s,  $\theta_0 = 55^\circ$ , jaune :  $U_0 = 9,7$  m/s,  $\theta_0 = 44^\circ$ , violet clair :  $U_0 = 9,7$  m/s,  $\theta_0 = 44^\circ$ , gris :  $U_0 = 9,6$  m/s,  $\theta_0 = 18^\circ$ , noir :  $U_0 = 13,4$  m/s,  $\theta_0 = 58^\circ$ , rouge :  $U_0 = 37,6$  m/s,  $\theta_0 = 38^\circ$ , violet foncé :  $U_0 = 32,3$  m/s,  $\theta_0 = 12^\circ$ . L'intervalle de temps entre chaque point expérimental est de 100 ms.

Ce graphique montre la transition entre une trajectoire sensiblement symétrique vis-à-vis de son sommet pour les faibles vitesses de tir (courbe cyan où  $U_0/U_\infty \approx 1$ ) et une trajectoire fortement dissymétrique aux grandes vitesses initiales (courbe rouge où  $U_0/U_\infty \approx 5,3$ )

Ces trajectoires expérimentales ont pu être comparées aux résultats de l'intégration numérique de l'équation (2.3). Cette démarche a été effectuée avec les mêmes conditions initiales que celles des expériences et avec la valeur de la longueur aérodynamique déterminée expérimentalement, soit  $\mathcal{L} = U_\infty^2/g = 4,6$  m. Les résultats des différentes résolutions numériques sont représentés par des lignes continues sur la figure 2.5.

La bonne concordance entre les trajectoires expérimentales et celles issues de la résolution numérique montre que la trajectoire est uniquement fonction du poids et de la traînée du projectile. De plus, l'approximation qui considère le coefficient de traînée de ce projectile comme constant permet de décrire convenablement la dynamique de ce projectile.

### 2.2.3 Portée expérimentale

La portée  $x_0$  d'un projectile est définie comme la distance horizontale qu'il doit parcourir pour retrouver sa hauteur initiale (cf. figure 2.3 et 2.5). Comme le montre les trajectoires d'un volant reportées sur la figure 2.5,  $x_0$  dépend à la fois de la vitesse et de l'angle initial de tir. L'évolution de la portée du projectile en fonction de ces deux paramètres est étudiée en réalisant comme précédemment une série de tirs d'un même volant avec des conditions initiales variées. Les mesures expérimentales sont portées sur le graphique de la figure 2.6. Celle-ci représente la portée adimensionnée  $x_0/(\mathcal{L} \cos \theta_0)$  en fonction du carré adimensionné de la vitesse initiale  $(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0$ .

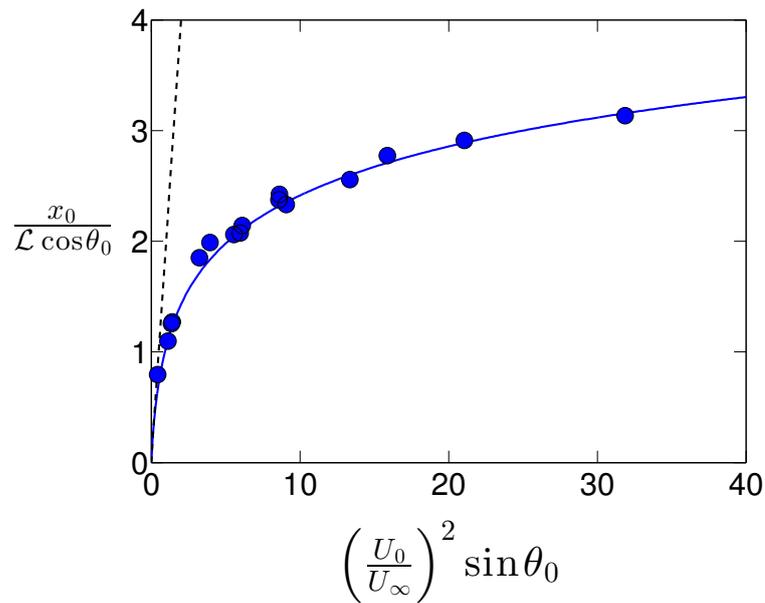


FIGURE 2.6 – Portée expérimentale adimensionnée  $x_0/\mathcal{L} \cos \theta_0$  en fonction du carré de la vitesse initiale adimensionné  $U_0^2 \sin \theta_0/g \mathcal{L}$ . Chaque point bleu représente un tir expérimental, la ligne solide bleue correspond au tracé de l'équation (2.15) et la ligne noire pointillée à la portée dans le cas purement gravitaire.

Dans le cas gravitaire, on s'attend à une dépendance linéaire entre ces deux paramètres :  $x_0/(\mathcal{L} \cos \theta_0) = 2U_0^2 \sin \theta_0/g \mathcal{L}$ . Cette dépendance est indiquée sur la figure 2.6 par la ligne noire pointillée. Cette droite ne s'ajuste qu'aux données expérimentales vérifiant la condition  $U_0^2 \sin \theta_0/g \mathcal{L} < 1$ . Au delà de cette limite, les portées mesurées au badminton dévient largement du cas parabolique pour saturer avec la vitesse de lancer. En effet, lorsque  $U_0^2 \sin \theta_0/g \mathcal{L} = 30$ , la valeur de  $x_0/\mathcal{L} \cos \theta_0$  est de 3 au lieu de 60 dans le cas où seule la gravité agit. C'est cette notion de saturation de la portée avec la vitesse de départ qui explique la qualification de "mur aérodynamique". Ce constat de la saturation de la portée avec la vitesse de tir est particulièrement sensible sur le court de badminton. En effet dans le cas d'un dégagé de fond de court, le joueur sait que le doublement de sa vitesse de frappe n'entraîne pas une multiplication par quatre de la distance atteinte.

Enfin, la ligne solide bleue tient compte du comportement non linéaire des données expérimentales. Elle correspond aux prévisions théoriques de la portée détaillées dans la suite du chapitre.

## 2.3 Analyse théorique de la trajectoire

Dans le cas des grandes vitesses de tir ( $U_0 \gg U_\infty$ ), l'étude qualitative de l'équation du mouvement (2.3) a révélé l'existence de deux régimes limites. Au démarrage, le projectile suit un trajet rectiligne et est décéléré sur une distance caractéristique  $\mathcal{L}$ . Le second régime limite est une chute verticale jusqu'à atteindre la vitesse terminale  $U_\infty$ . Ces deux portions rectilignes du trajet du projectile sont reliées par une région courbe. L'approche précédente ne permet que de décrire grossièrement les propriétés des trajectoires de type "Tartaglia". Afin de prédire l'évolution de la portée du projectile avec les conditions de tir, une approche plus précise est nécessaire. Un grand nombre d'études ont cherché sans succès une solution analytique exacte à l'équation (2.3) [45, 46, 47, 48]. La section à venir présente les approximations permettant de décrire de manière analytique les propriétés de cette trajectoire.

### 2.3.1 Une solution analytique exacte

La cas particulier où la vitesse initiale est alignée avec la verticale ( $\mathbf{U}_0 \wedge \mathbf{g} = \mathbf{0}$ ) possède une solution analytique exacte. Si  $\mathbf{U}_0$  est orientée vers le bas ( $\mathbf{U}_0 = -U_0 \mathbf{e}_y$  sur la figure 2.3), l'équation (2.2) devient :

$$\frac{\left(1 + \frac{U}{U_\infty}\right) \left(1 - \frac{U_0}{U_\infty}\right)}{\left(1 - \frac{U}{U_\infty}\right) \left(1 + \frac{U_0}{U_\infty}\right)} = e^{2gt/U_\infty} \quad (2.5)$$

Lorsque  $t \gg U_\infty/g$ , la vitesse  $\mathbf{U}$  tends vers  $-U_\infty \mathbf{e}_y$  quelque soit la vitesse initiale  $U_0$ . L'intégration analytique de l'équation (2.5) dans le cas où  $U_0 = 0$  est réalisée dans le paragraphe 4.3.1.

Dans la situation opposée où  $\mathbf{U}_0$  est orientée vers le haut ( $\mathbf{U}_0 = U_0 \mathbf{e}_y$  sur la figure 2.3), l'équation du mouvement (2.2) se ramène à :

$$U(t) = U_\infty \tan \left( \operatorname{atan} \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right) - \frac{gt}{U_\infty} \right) \quad (2.6)$$

Cette solution reste valable tant que  $U(t) > 0$ . Aussi, elle prédit le temps  $t_{max}$  pour lequel la vitesse devient nulle ( $U(t_{max}) = 0$ ). Ce temps vérifie la relation :  $gt_{max}/U_\infty = \operatorname{atan}(U_0/U_\infty)$ . L'équation (2.6) peut être intégrée pour donner :

$$y(t) = \mathcal{L} \left( \log \left[ \cos \left( \frac{gt}{U_\infty} - \operatorname{atan} \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right) \right) \right] - \log \left[ \cos \left( \operatorname{atan} \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right) \right) \right] \right) \quad (2.7)$$

Ceci permet d'exprimer la hauteur maximale atteinte  $h = y(t_{max})$  :

$$h = \frac{\mathcal{L}}{2} \log \left( 1 + \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right)^2 \right) \quad (2.8)$$

Ainsi, pour les grandes vitesses initiales ( $U_0 \gg U_\infty$ ), la hauteur maximale  $h$  que le projectile peut atteindre dépend principalement de la longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$ . La dépendance avec la vitesse initiales  $U_0$  ne se fait qu'au travers une correction logarithmique.

### 2.3.2 Position du mur

Quel que soit le régime de tir, la trajectoire s'achève par une chute verticale à vitesse constante  $U_\infty$ . Il est intéressant de savoir quelle est la position horizontale du projectile  $x_w$  lorsqu'il adopte ce régime stationnaire. La figure 2.7 reporte deux exemples de trajectoires déduite de l'intégration numérique de l'équation (2.3) où la position du mur a été repérée.

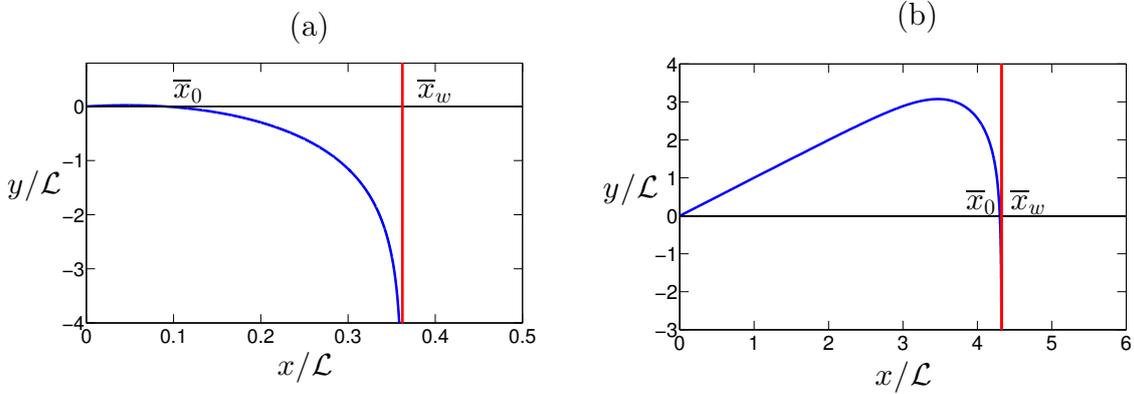


FIGURE 2.7 – Position horizontale  $\bar{x}_w$  du mur aérodynamique pour deux tirs réalisés avec le même angle initial  $\theta_0 = 45^\circ$  mais à des vitesses différentes : (a)  $U_\infty/U_0 = 3,2$  et (b)  $U_\infty/U_0 = 0,01$ .

Dans le régime des basses vitesses ( $U_\infty/U_0 = 3,2$  sur la figure 2.7-(a)), la position du mur et la portée diffèrent notablement. À l'inverse, dans le régime des hautes vitesses ( $U_\infty/U_0 = 0,01$  sur la figure 2.7-(b)), la position du mur  $x_w$  est quasiment confondue avec la portée  $x_0$ .

Analytiquement, la position du mur s'exprime comme :

$$x_w = \int_0^\infty \cos \theta ds \quad (2.9)$$

Or  $\cos \theta = U_x/U$  où  $U_x$  est la composante de la vitesse selon la direction horizontale  $x$ . Par projection de l'équation (2.3) selon cette direction on déduit la relation  $U_x(s) = U_{x0} e^{-s/\mathcal{L}} = U_0 \cos \theta_0 e^{-s/\mathcal{L}}$ . L'équation (2.9) devient :

$$x_w = U_0 \cos \theta_0 \int_0^\infty \frac{e^{-s/\mathcal{L}}}{U(s)} ds \quad (2.10)$$

La fonction  $U(s)$  se doit d'être exprimée selon le régime de vitesse considéré.

#### Régime parabolique

Dans le régime des faibles vitesses initiales ( $U_0 \ll U_\infty$ ), le terme ③ de l'équation (2.3) peut être négligé devant le terme ②. Dans cette situation, la vitesse horizontale est majorée par sa valeur initiale  $U_0 \cos \theta_0$  qui est petite devant  $U_\infty$ . Ceci signifie que c'est principalement l'accroissement de la vitesse verticale  $U_y$  qui va permettre au projectile d'atteindre sa vitesse terminale  $U_\infty$ . Dans ces conditions on peut supposer que  $U^2 \approx U_y^2$  et l'équation du mouvement (2.3) devient alors  $d\bar{U}^2/d\bar{s} = 2(U_\infty/U_0)^2$ . Cette relation permet d'exprimer la loi d'évolution de la vitesse le long de la trajectoire :  $U(s) = \sqrt{2gs}$ . On en déduit que l'abscisse du mur s'exprime comme :  $x_w = U_0 \cos \theta_0 \sqrt{2\mathcal{L}/g} \int_0^\infty e^{-\zeta^2} d\zeta$  avec  $\zeta = \sqrt{s/\mathcal{L}}$ . Le calcul de cette intégrale donne :

$$\frac{x_w}{\mathcal{L} \cos \theta_0} = \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{U_0}{U_\infty} \quad (2.11)$$

Cette expression prédit une augmentation linéaire de la position horizontale du mur  $x_w$  avec la vitesse de tir  $U_0$ . La figure 2.8 montre le résultat précédent sous forme d'une ligne pointillée. La comparaison entre cette prédiction théorique et les résultats de l'intégration numérique de l'équation (2.3) montre sa validité dans la gamme  $U_0/U_\infty \leq 1$ .

### Régime Tartaglia

Dans le régime des grandes vitesses initiales ( $U_0 \gg U_\infty$ ), c'est le terme ② qui est initialement négligeable par rapport au terme ③ dans l'équation du mouvement (2.3). Il en résulte l'expression de la vitesse avec la coordonnée  $s$  suivante :  $U(s) = U_0 e^{-s/\mathcal{L}}$ . Ceci reste valable jusqu'à l'abscisse  $s^* = \mathcal{L} \ln U_0/U_\infty$  où  $U(s^*) = U_\infty$ . Au delà de cette abscisse, la vitesse du projectile est constante et égale à  $U_\infty$ . De ce comportement découle une expression de la position horizontale du mur :  $x_w = \cos \theta_0 \int_0^{s^*} ds + U_0/U_\infty \cos \theta_0 \int_{s^*}^\infty e^{-s/\mathcal{L}} ds$ . Le calcul de cette dernière mène à :

$$\frac{x_w}{\mathcal{L} \cos \theta_0} = 1 + \ln \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right) \quad (2.12)$$

Le résultat précédent est comparé à ceux provenant de l'intégration numérique de l'équation (2.3) sur la figure 2.8. La concordance entre ces deux approches est convenable dans la limite des grandes vitesses ( $U_0/U_\infty \geq 1$ ). En raison de la dépendance logarithmique, la position du mur avec la vitesse de tir est faible dans ce régime. Ainsi  $x_w/\mathcal{L} \cos \theta_0 = 3,3$  pour  $U_0/U_\infty = 10$  et  $x_w/\mathcal{L} \cos \theta_0 = 5,6$  pour  $U_0/U_\infty = 100$ . Dans le régime des grandes vitesses initiales,  $x_w$  se réduit au premier ordre à  $\mathcal{L} \cos \theta_0$ .

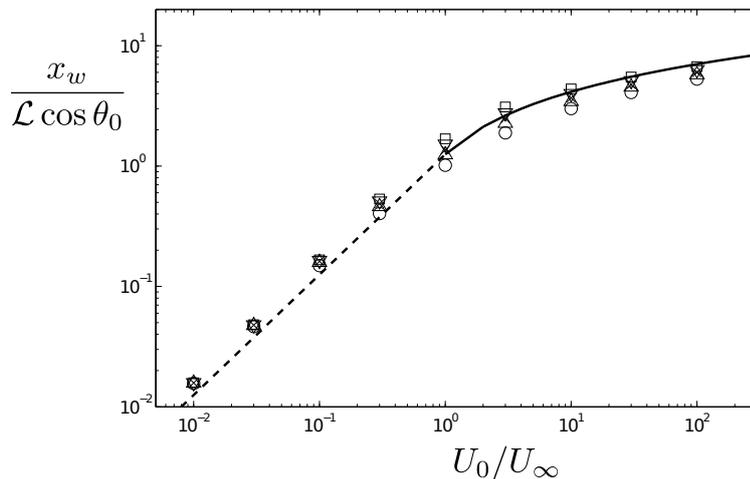


FIGURE 2.8 – Évolution de la position adimensionnée du mur,  $x_w/\mathcal{L} \cos \theta_0$ , en fonction du rapport  $U_0/U_\infty$ . Les points résultent de l'intégration numérique de l'équation (2.3). Chaque symbole est associé à un angle de tir :  $\triangle \theta_0 = 20^\circ$ ,  $\times \theta_0 = 40^\circ$ ,  $\nabla \theta_0 = 60^\circ$ ,  $\square \theta_0 = 80^\circ$ ,  $\circ \theta_0 = -60^\circ$ . La ligne pointillée représente la solution analytique obtenue dans le cas des faibles vitesses (cf. équation (2.11)) et celle continue, la solution dans le cas opposé (cf. équation (2.12)).

### 2.3.3 Expression de la portée

Au delà de l'expression de la position du mur, la propriété des trajectoires pertinente en sport est la portée des balles, définie comme l'abscisse horizontale pour laquelle elles repassent par leur altitude de départ (cf. figure 2.2-(b) et 2.3). Il est possible de trouver une expression analytique approchée pour la portée d'un projectile soumis à son poids et à sa traînée aérodynamique. Pour cela il faut commencer par projeter l'équation du mouvement (2.3) selon la direction  $\mathbf{n}$ , ceci donne :  $U^2 d\theta/ds = -g \cos \theta$ . En combinant la relation géométrique  $U^2 = U_x^2 / \cos^2 \theta$  et celle établie au paragraphe précédent pour la vitesse horizontale  $U_x = U_{x0} e^{-s/\mathcal{L}}$ , il résulte :

$$-\frac{1}{\cos^3 \theta} \frac{d\theta}{ds} = \frac{g}{U_{x0}^2} e^{\frac{2s}{\mathcal{L}}} \quad (2.13)$$

L'intégration de cette relation permet de déduire la trajectoire du projectile en coordonnées curvilignes  $\theta(s)$ . La figure 2.9 reporte le résultat de cette intégration réalisée numériquement pour un angle initial  $\theta_0 = \pi/4$  et deux valeurs extrêmes du rapport  $U_0/U_\infty$ .

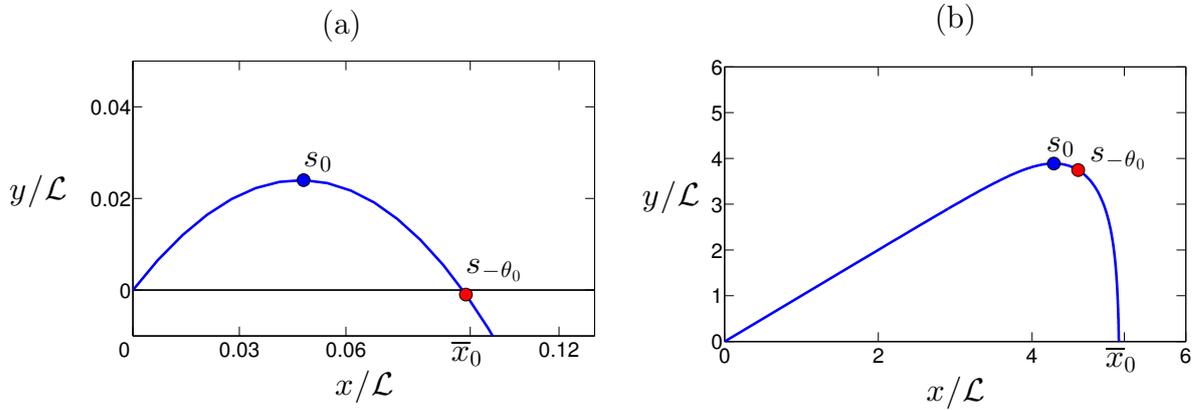


FIGURE 2.9 – Trajectoires obtenues avec l'intégration de la relation (2.13) avec  $\theta_0 = \pi/4$  et différentes vitesses initiales : (a)  $(U_0/U_\infty)^2 = 0,1$ , (b)  $(U_0/U_\infty)^2 = 10^5$ . Les points bleus indiquent la position du maximum de la trajectoire ( $\theta(s_0) = 0$ ) alors que les points rouges montrent l'abscisse  $s_{-\theta_0}$  pour laquelle  $\theta(s_{-\theta_0}) = -\theta_0$ .

L'équation (2.13) peut également être intégrée analytiquement pour donner :

$$\left[ \ln \left( \frac{1 + \sin u}{\cos u} \right) + \frac{\sin u}{\cos^2 u} \right]_\theta^{\theta_0} = \left( \frac{U_\infty}{U_0 \cos \theta_0} \right)^2 (e^{2s/\mathcal{L}} - 1) \quad (2.14)$$

Cependant, cette relation ne permet pas déduire une expression de la portée  $x_0$  du projectile. En réalité il est possible de substituer la fonction  $F(u) = \ln \left( \frac{1 + \sin u}{\cos u} \right) + \frac{\sin u}{\cos^2 u}$  par  $G(u) = 2 \sin u / \cos^2 u$ . La validité de cette approximation est discutée dans l'annexe A. Compte tenu de ce changement, l'abscisse  $s_0$  du maximum de la trajectoire (correspondant à  $\theta = 0$ ) peut être exprimée ainsi :  $s_0 = 1/2\mathcal{L} \ln [1 + 2(U_0/U_\infty)^2 \sin \theta_0]$ . La position de cette coordonnée est visible sur les deux graphiques de la figure 2.9 sous forme d'un point bleu.

Dans la limite des grandes vitesses ( $U_0 \gg U_\infty$ ), la forme triangulaire des trajectoires mène à supposer que  $x_0 \approx s_0 \cos \theta_0$ . Cependant dans le cas des trajectoires paraboliques, cette expression diffère d'un facteur 2 avec la portée galiléenne. Il est plus intéressant de se rapprocher de la portée de la trajectoire par l'expression  $x_0 \approx s_{-\theta_0} \cos \theta_0$  avec  $s_{-\theta_0}$  l'abscisse

pour laquelle  $\theta = -\theta_0$ . La position de cette abscisse est figurée par des points rouges dans la figure 2.9. Dans ce cas l'expression analytique de la portée du projectile s'écrit :

$$x_0 \approx \frac{\mathcal{L} \cos \theta_0}{2} \ln \left( 1 + 4 \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right)^2 \sin \theta_0 \right) \quad (2.15)$$

On remarque que l'expression (2.15) relative à la portée d'un projectile dépend des conditions initiales de tir,  $U_0$  et  $\theta_0$ , ainsi que de sa longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$ . Dans le cas où  $U_0 \ll U_\infty = \sqrt{g\mathcal{L}}$ , le logarithme de l'expression (2.15) peut être développé. L'expression de la portée se ramène alors à l'expression de la portée gravitaire :  $x_0 = U_0^2 \sin(2\theta_0)/g$ . La portée ne dépend alors plus de la longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$  et donc des caractéristiques du projectile. Dans cette limite, la distance atteinte par le projectile possède une dépendance quadratique avec la vitesse initiale. Cette évolution est à mettre en regard de celle linéaire de la position du mur avec  $U_0$  dans ce régime. À l'inverse, lorsque  $U_0 \gg U_\infty = \sqrt{g\mathcal{L}}$ , la portée du projectile perd cette dépendance quadratique avec la vitesse initiale. L'évolution de la portée avec vitesse initiale est alors largement atténuée du fait de l'existence d'un terme logarithmique. Dans ce régime, la portée est fixée en premier lieu par  $\mathcal{L} \cos \theta_0$  et le terme logarithmique ne présente qu'une correction secondaire. La situation où  $x_0 = \mathcal{L} \cos \theta_0$  correspond au cas limite d'une trajectoire triangulaire où le projectile ralentit en ligne droite sur une distance  $\mathcal{L}$  jusqu'à sa vitesse terminale puis tombe verticalement. Il est également possible de remarquer que dans la limite des grandes vitesses, l'expression (2.15) pour la portée  $x_0$  et (2.12) relative à la position du mur  $x_w$  coïncident. Ceci est cohérent avec la trajectoire dessinée sur la figure 2.9-(b).

Etant donné que l'expression (2.15) pour la portée repose sur une approximation, il est important de comparer ces prédictions à la théorie. La figure 2.10 compare les résultats de l'intégration numérique de l'équation (2.13) avec ceux de l'expression analytique pour la portée juste établie.

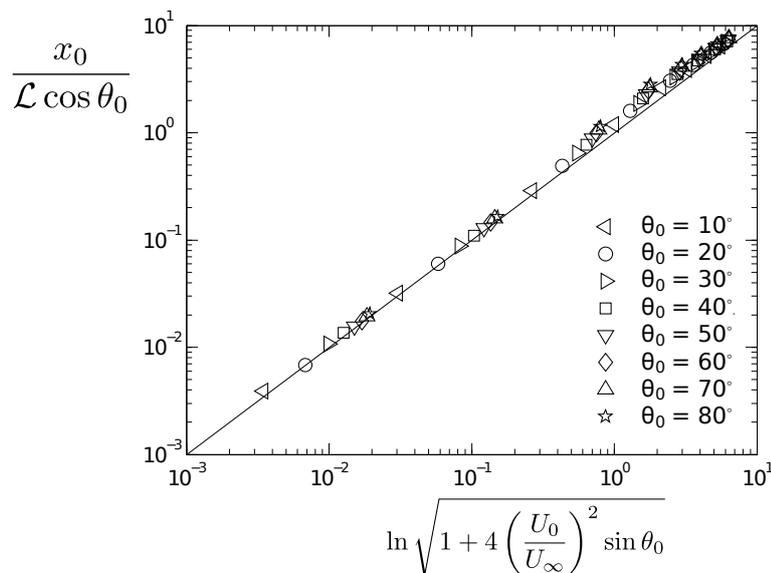


FIGURE 2.10 – Comparaison entre  $x_0$  calculé numériquement à l'aide de l'équation (2.13) et prédit par la relation (2.15). Cette confrontation est effectuée pour différentes vitesses et angles initiaux : ■  $\theta_0 = 10^\circ$ , □  $\theta_0 = 20^\circ$ , ●  $\theta_0 = 30^\circ$ , ○  $\theta_0 = 40^\circ$ , ▽  $\theta_0 = 50^\circ$ , ◇  $\theta_0 = 60^\circ$ , △  $\theta_0 = 70^\circ$ , ×  $\theta_0 = 80^\circ$ . La ligne continue représente la relation (2.15).

Ce graphique révèle la validité de l'expression analytique (2.15) pour la portée  $x_0$  quelles que soient les conditions initiales de tir. Cette validité est encore renforcée par la superposition des portées expérimentales au badminton avec la prédiction théorique (ligne continue bleue sur la figure 2.6).

### 2.3.4 Expression de la hauteur

Fort du succès de l'expression analytique relative à la portée du volant, poursuivons avec l'étude de la hauteur maximale  $h$  atteinte par le projectile au cours de sa trajectoire. Il est naturel d'estimer cette grandeur à l'aide de la relation  $h \approx s_0 \sin \theta_0$ . Ceci mène à l'expression :

$$h \approx \frac{\mathcal{L} \sin \theta_0}{2} \ln \left( 1 + 2 \left( \frac{U_0}{U_\infty} \right)^2 \sin \theta_0 \right) \quad (2.16)$$

Cette expression se réduit bien au cas gravitaire  $h = U_0^2 \sin^2 \theta_0 / g$  dans la limite des faibles vitesses de tir ( $U_0 \ll U_\infty$ ). Aussi, lorsque  $\theta_0$  tend vers  $\pi/2$ , l'expression (2.16) se ramène à celle (2.8) déduite pour un tir vertical. Comme précédemment, l'équation analytique est comparée aux résultats de l'intégration numérique de la trajectoire. Les résultats de ces deux approches sont portés sur la figure 2.11.

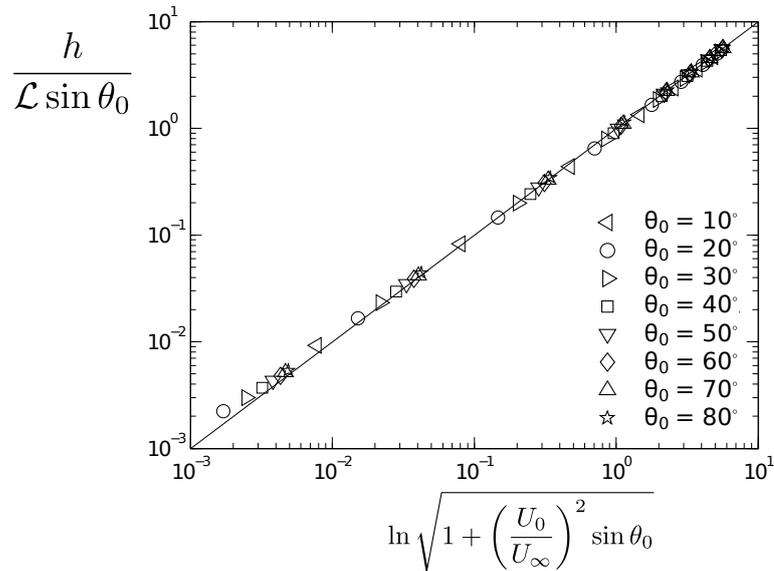


FIGURE 2.11 – Comparaison entre la hauteur,  $h$ , calculée numériquement à l'aide de la relation (2.13) et l'expression théorique (2.16). Cette confrontation est effectuée pour différentes vitesses et angles initiaux : ■  $\theta_0 = 10^\circ$ , □  $\theta_0 = 20^\circ$ , ●  $\theta_0 = 30^\circ$ , ○  $\theta_0 = 40^\circ$ , ▽  $\theta_0 = 50^\circ$ , ◇  $\theta_0 = 60^\circ$ , ⊠  $\theta_0 = 70^\circ$ , ×  $\theta_0 = 80^\circ$ . La ligne continue représente l'équation (2.16).

Pour toutes les conditions initiales possibles, les prédictions analytiques s'accordent avec les résultats numériques. Pareillement à la portée dans le régime des grandes vitesses de lancer, la hauteur maximale de la trajectoire dépend de  $U_0^2$  au travers d'un terme logarithmique. Au premier ordre, cette grandeur se réduit donc à  $h \approx \mathcal{L} \sin \theta_0$ .

### 2.3.5 Angle optimal de tir

Dans le cas d'une trajectoire parabolique la portée est maximisée, à vitesse initiale donnée, pour un angle  $\theta_0^* = \pi/4$ . On peut se demander ce que devient cet angle optimal  $\theta_0^*$  dans le cas d'une trajectoire de type "Tartaglia". Cette question a déjà été envisagée numériquement par Chudinov [49] et mathématiquement par Groetsch [50]. Mais l'existence de l'expression (2.15) pour la portée d'un projectile permet de discuter la notion d'angle optimal de tir plus simplement. Afin de répondre à cette question, il faut annuler la dérivée de l'expression (2.15) par rapport à l'angle de tir  $\theta_0$  en maintenant la vitesse initiale constante ( $(\partial x_0/\partial \theta_0)_{U_0}(\theta^*) = 0$ ). Ce calcul mène à l'expression  $\theta^* = \arctan \sqrt{X/[(1+X) \ln(1+X)]}$ , où  $X = 4(U_0/U_\infty)^2 \sin^2 \theta^*$ . En supposant que l'angle  $\theta^*$  s'écarte peu de la valeur de  $\pi/4$  attendue dans le cas gravitaire, la variable  $X$  peut être réduite à  $X \approx 2\sqrt{2}(U_0/U_\infty)^2$ . Cette approximation permet de déduire l'expression suivante pour  $\theta^*$  :

$$\theta^* \approx \arctan \sqrt{\frac{2\sqrt{2}(U_0/U_\infty)^2}{(1 + 2\sqrt{2}(U_0/U_\infty)^2) \ln(1 + 2\sqrt{2}(U_0/U_\infty)^2)}} \quad (2.17)$$

Dans la limite des faibles vitesses ( $U_0 \ll U_\infty$ ) l'expression (2.17) se réduit à  $\theta^* = \pi/4$ , en accord avec le résultat attendu dans le cas d'une trajectoire parabolique. Dans la limite opposée ( $U_0 \gg U_\infty$ ), l'expression de l'angle optimal se ramène à  $\theta^* \approx \arctan(1/\sqrt{2 \ln(U_0/U_\infty)})$ . La dépendance de l'angle optimal de tir avec la vitesse initiale de tir est représentée sur la figure 2.12-(a). Ce tracé regroupe l'approche analytique précédente et les résultats basés sur la résolution numérique de l'équation (2.13).

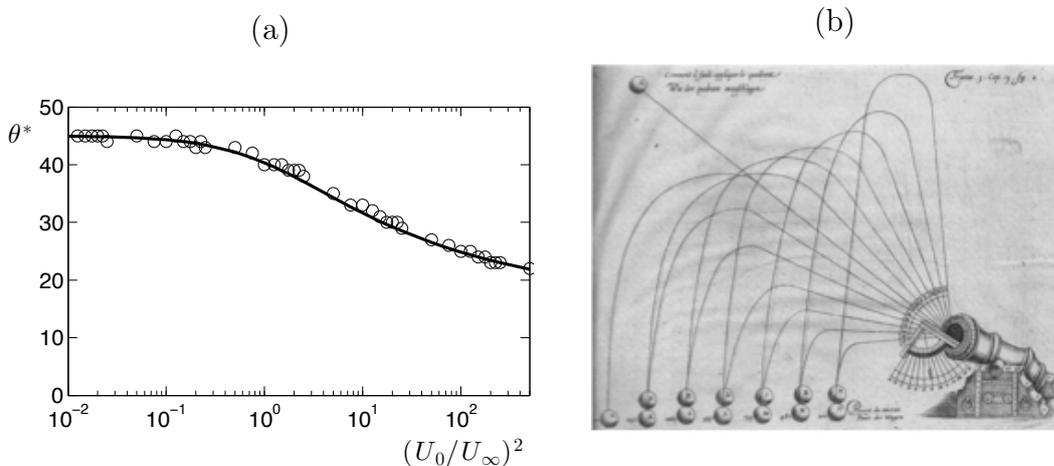


FIGURE 2.12 – (a) Angle optimal de tir d'un projectile en fonction du carré adimensionné de sa vitesse. La ligne solide correspond au tracé de l'expression (2.17) et les ronds aux résultats de l'intégration numérique. (b) Schéma extrait du traité d'artillerie de Diego Ufano [51].

Ce graphique montre une lente décroissance de l'angle de tir optimal  $\theta^*$  avec la vitesse initiale. Ainsi l'angle optimal de tir vaut  $\theta^* = 30^\circ$  pour un rapport de vitesse  $U_0/U_\infty = 14$  qui correspond aux plus fortes frappes d'un volant de badminton. Le fait que l'angle  $\theta^*$  s'écarte peu de sa valeur gravitaire ( $\theta^* = \pi/4$ ) justifie a posteriori l'approximation  $\sin \theta^* \approx \sqrt{2}/2$  faite précédemment. De plus, la superposition des résultats numériques avec la prédiction théorique (2.17) renforce la validité de cette approximation.

Le phénomène de diminution de l'angle optimal de tir avec l'augmentation de la vitesse de tir était déjà connu au XVI<sup>ème</sup> siècle. Cette loi avait été mise en évidence par Tartaglia et portait alors son nom. Une illustration de cette loi est présente dans le manuscrit d'artillerie de Diego Ufano [51] comme le montre la figure 2.12-(b).

### 2.3.6 Comparaison aux autres théories

La résolution analytique de l'équation du mouvement relatif à une particule subissant uniquement l'effet de son poids et de sa traînée est un problème ancien. Avant nous, d'autres physiciens ont proposé différentes approximations visant à aboutir à des résultats analytiques. Parmi ces derniers, Lamb a obtenu une expression de la trajectoire  $y(x)$  [52] alors que Chudinov déduit une expression approchée pour la portée  $x_0$  différente de la notre [45, 49]. La figure 2.13 compare les prédictions de deux approches précédentes pour la portée  $x_0$  avec celle de la relation (2.15).

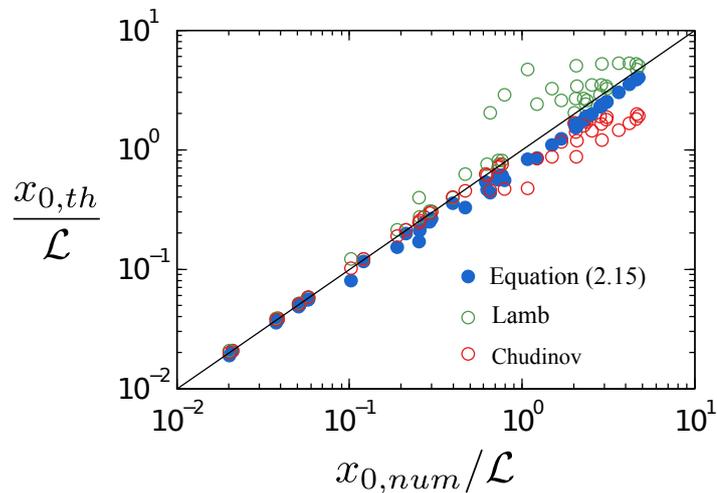


FIGURE 2.13 – Comparaison des portées prédites par l'équation (2.15) avec les prédictions des travaux de Chudinov et Lamb [45, 52].  $x_{0,th}/\mathcal{L}$  est la portée prédite par chaque modèle et  $x_{0,num}/\mathcal{L}$  est celle obtenue par l'intégration de l'équation du mouvement. L'angle initial  $\theta_0$  varie entre  $10^\circ$  et  $80^\circ$  et le rapport  $U_0/U_\infty$  entre 0,1 et 10. La ligne continue indique l'égalité entre ces deux quantités.

La courbe précédente montre que les différents modèles capturent raisonnablement les évolutions numériques. Cependant, notre modèle est celui qui s'en écarte le moins sur l'ensemble de la gamme de vitesses et d'angles initiaux envisagée.

### 2.3.7 Validité de l'expression de la portée

L'approche précédente s'est basée sur les observations expérimentales des trajectoires de volants. Cependant la généralité des équations résolues est bien plus large que ce seul cas. En effet, l'étude précédente s'applique à tous les projectiles subissant l'effet unique de la gravité et d'une traînée au grand nombre de Reynolds. Afin de vérifier la généralité de cette approche, nous avons étudié expérimentalement la portée de différents projectiles tels une balle de ping-pong, un ballon de baudruche et une bille en plastique dans l'eau.

La longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$  de chacun de ces objets est préalablement déterminée dans une expérience de chute libre ou en mesurant la décélération initiale selon la direction horizontale (en se rappelant que  $U_x = U_{x0}e^{-s/\mathcal{L}}$ ). Tous les projectiles ont ensuite subi une série de tir dont les conditions initiales et les portées ont été mesurées.

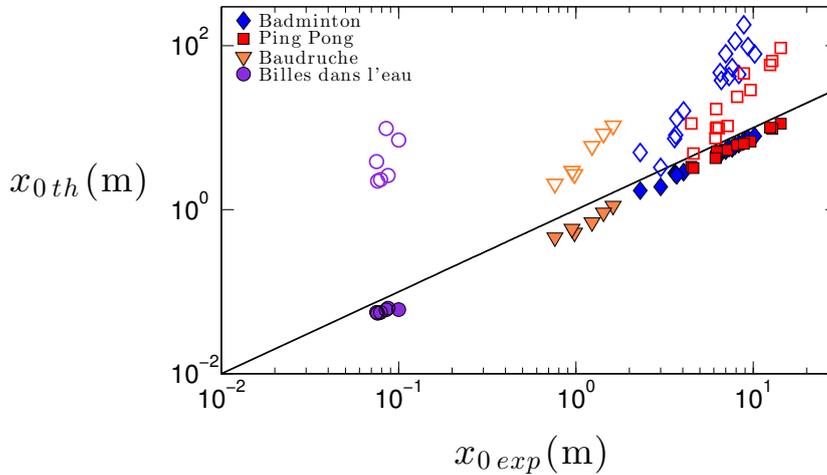


FIGURE 2.14 – Portée expérimentale  $x_{0th}$  en fonction de celle théorique  $x_{0exp}$  estimée à l'aide de la relation (2.15). Les conditions de tirs  $U_0$  et  $\theta_0$  utilisées dans cette relation sont celles déterminées expérimentalement pour chaque tir. Les symboles pleins représentent les portées expérimentales : les losanges bleus pour le volant de badminton, les carrés rouges pour la balle de ping-pong, les triangles oranges pour le ballon de baudruche et les ronds violets pour la bille en plastique dans l'eau. Les symboles vides correspondent à la portée gravitaire attendue pour un tir réalisé avec les mêmes conditions initiales. La ligne continue noire correspond à  $x_{0th} = x_{0exp}$ .

La figure 2.14 montre la portée mesurée  $x_{0th}$  en fonction de celle estimée  $x_{0exp}$  par l'intermédiaire de la relation théorique (2.15) et des conditions initiales déterminées expérimentalement. Les symboles pleins correspondent aux portées expérimentales des différents projectiles lancés selon diverses conditions initiales. L'alignement des données sur une même droite de pente unité (ligne noire solide) démontre la validité de l'expression obtenue pour la portée sur plus de deux ordres de grandeurs. Sont également représentées avec des symboles vides les portées attendues pour un lancer où seul le poids agirait. L'infériorité des portées expérimentales vis-à-vis de celles gravitaires rappelle que ces projectiles sont lancés dans un régime aérodynamique ( $U_0 > U_\infty$ ).

## 2.4 Les trajectoires de type "Tartaglia"

Autour de nous, différentes situations révèlent des trajectoires non symétriques vis-à-vis de leur sommet. C'est le cas des gouttes d'eau projetées sur les cultures agricoles (cf. figure 2.15-(a)), des particules incandescentes de métal (cf. figure 2.15-(b)) ou des feux d'artifices (cf. figure 2.15-(c)).

La suite de ce chapitre se propose de détailler deux exemples balistiques : la trajectoire d'un jet d'eau éclaté sortant d'une lance à incendie et celle d'un boulet de canon.

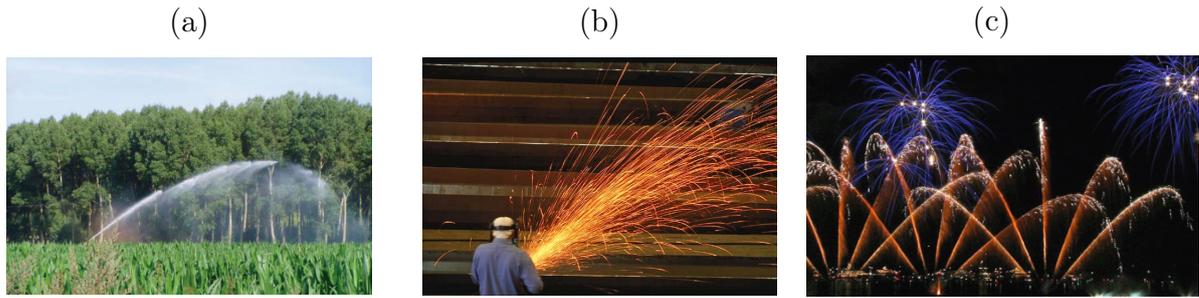


FIGURE 2.15 – Exemple de situation où des trajectoires de type "Tartaglia" apparaissent : Des gouttes d'eau projetées par un arrosage automatique d'une plantation (a), des particules incandescentes produites par ponçage d'une surface métallique (b) ou par des feux d'artifices (c).

### 2.4.1 Lances à incendie

Les jets d'eau utilisés dans les champs pour l'arrosage des plantations (cf. figure 2.15-(a)) ou ceux des pompiers employés lors des incendies (cf. figure 2.16-(a) et (b)) présentent des trajectoires très dissymétriques vis-à-vis de leur sommet. Ces trajectoires ne sont pas sans rappeler celles observées au badminton. Après passage dans la buse, le jet se retrouve soumis à la gravité et aux frottements de l'air.

L'étude des trajectoires des jets d'eau produit par les lances à incendie a été menée en collaboration avec l'entreprise POK. S.A. C'est au sein de cette société, spécialisée dans le matériel de pompier, que les mesures de la portée des jets d'eau ont été effectuées. Les expériences sont conduites avec des lances à incendie convergentes comme représentées sur la figure 2.16-(c). Deux diamètres différents de lance à incendie sont employés ( $D = 6$  et  $12$  mm). L'angle de tir est maintenu constant à une valeur  $\theta_0 = 25^\circ$ . C'est la modification du débit qui entraîne celle de la vitesse initiale du jet et permet de changer *in fine* sa portée.

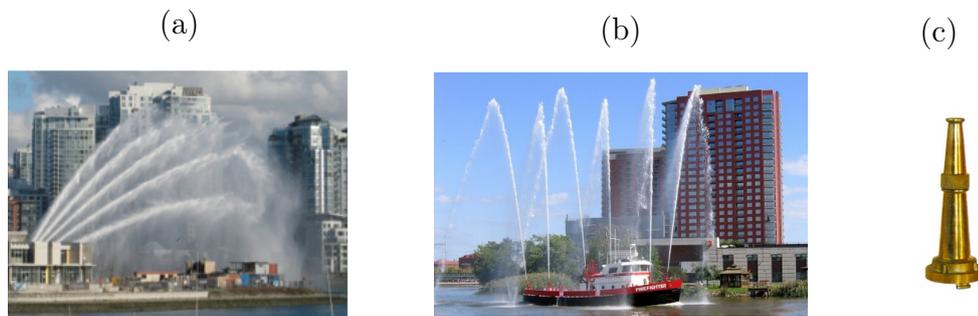


FIGURE 2.16 – (a) et (b) Exemples de trajectoires des jets d'eau issus d'une lance à incendie. (c) Buse de lance à incendie convergente.

La difficulté du traitement des expériences précédentes réside dans l'indétermination de la distribution de la taille des gouttes pulvérisées par le jet. Cette inconnue empêche l'estimation de la longueur aérodynamique relative à ces objets. À défaut de connaître les caractéristiques des gouttes d'eau, les portées expérimentales des jets ont été adimensionnées par le diamètre  $D$  de la buse. Ceci suppose que le diamètre maximal des gouttes éjectées par la buse varie proportionnellement à son diamètre. La figure 2.17 reporte la portée maximale adimensionnée relativement au carré adimensionné de la vitesse d'éjection des gouttes d'eau.

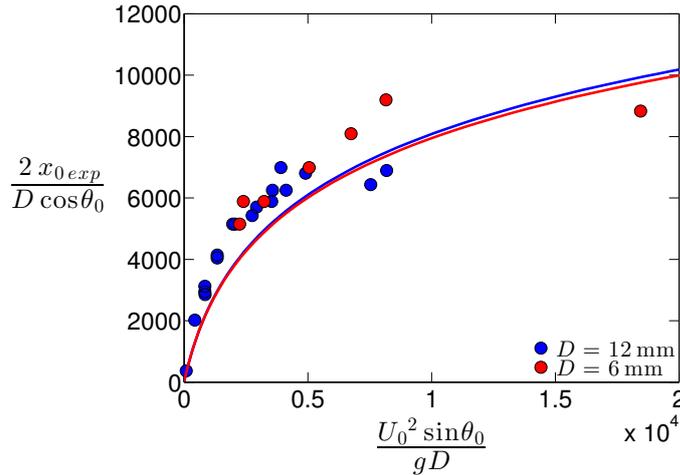


FIGURE 2.17 – Portée expérimentale adimensionnée d'un jet d'eau en fonction du carré adimensionné de sa vitesse en sortie de buse. Les points bleus correspondent à la buse de diamètre  $D = 6$  mm et les points rouges à celle de diamètre  $D = 12$  mm. Les lignes continues représentent l'ajustement de chaque série de données avec l'expression (2.15) où  $\mathcal{L}$  est considéré comme un paramètre ajustable.

On remarque sur ce graphique que la portée adimensionnée des jets d'eau sature avec le carré adimensionné de la vitesse initiale. Conformément à l'étude précédente cela signifie que, au plus grand débit, la vitesse d'éjection des gouttelettes d'eau en sortie de buse est supérieure à leurs vitesses terminales. De plus la superposition des deux séries de données semble montrer que le choix du diamètre comme longueur d'adimensionnement est pertinent. L'ajustement des données expérimentales avec l'expression théorique (2.15) de la portée fournit une estimation des longueurs aérodynamiques pour ces expériences. On trouve  $\mathcal{L}_6 = 20,3$  m et  $\mathcal{L}_{12} = 40,3$  m pour les buses de diamètres respectifs  $D = 6$  mm et  $D = 12$  mm. En supposant que le diamètre des plus grosses gouttes d'eau sortant d'une buse est égal à  $D$ , il est possible d'estimer les longueurs aérodynamiques correspondantes. En effet celles-ci s'expriment en fonction de la masse volumique de l'eau  $\rho_{eau}$  selon l'expression  $\mathcal{L} = 4D\rho_{eau}/3\rho$ . Ce calcul donne  $\mathcal{L}_6 = 18$  m et  $\mathcal{L}_{12} = 36$  m qui en bon accord avec les valeurs issues de l'ajustement aux données expérimentales.

Cette étude montre que la portée des jets d'eau peut être prédite par l'expression (2.15). La prédiction des longueurs aérodynamiques des gouttes se fait en première approche en substituant à la taille des gouttes, le diamètre de la buse.

## 2.4.2 Portée des canons

Revenons enfin sur l'illustration 2.1-(a) de la trajectoire des boulets de canon dessinée par Tartaglia. Afin de savoir si les boulets de canon suivent véritablement ces trajectoires il faut estimer leurs vitesses de tir initiales et leurs vitesses terminales.

Félix Hélié exécute de 1830 à 1864 à Grâves de nombreuses mesures balistiques. Il publie ses résultats concernant la portée des canons à poudre dans le très détaillé *traité de balistique expérimentale* [53]. La page 258 de ce traité répertorie les portées d'un canon de 30 pour diverses conditions initiales. Un schéma de ce canon est représenté sur la figure 2.18-(a). Ce manuscrit reporte également les caractéristiques des boulets de canon employés pour ces expériences. Ceci permet d'estimer la longueur aérodynamique des

projectiles utilisés à  $\mathcal{L} = 8\rho_b R / (3\rho C_D) \approx 3,0 \times 10^3 \text{ m}$  où  $\rho_b = M / (4\pi R^3 / 3)$ . La vitesse terminale correspondante à cette longueur aérodynamique est  $U_\infty = \sqrt{\mathcal{L}g} \approx 180 \text{ m/s}$ . Hélié avait accès aux vitesses initiales de tir des boulets au moyen d'un pendule balistique (cf. figure 2.18-(b)). La vitesse de lancer des boulets correspondant aux expériences précédentes varient entre 372 et 415 m/s. La vitesse de tir des boulets de canon est dans ce cas supérieure à leur vitesse terminale. Ces données justifient la représentation de Nicollo Tartaglia des trajectoires des boulets de canon selon deux segments de droites reliés par un arc.

Plus quantitativement, les résultats des expériences de Félix Hélié peuvent être revus à la lumière de l'expression trouvée précédemment pour la portée. La figure 2.18-(c) positionne les portées des boulets mesurées par Hélié en fonction de celles prédites par l'intermédiaire de l'expression (2.15) avec les conditions initiales déterminées expérimentalement. Chaque point de cette courbe correspond à un tir effectué avec un canon de 30 (cf. 2.18-(a)) et un boulet identique à celui décrit précédemment. Seuls la quantité de poudre et l'angle de tir varient dans les campagnes d'étude de Félix Hélié.

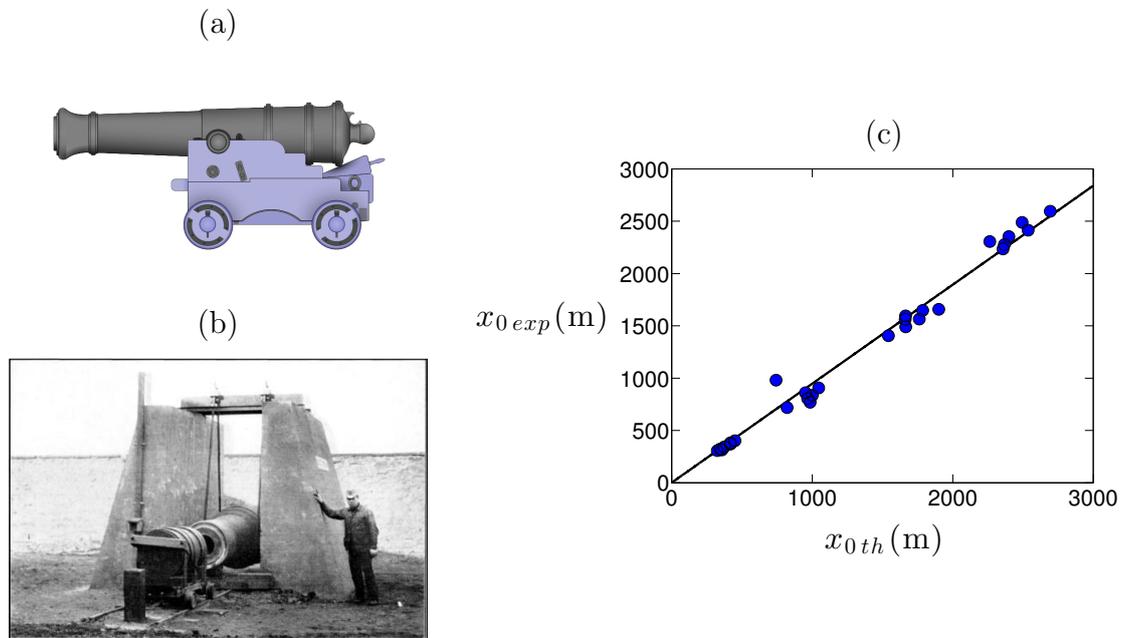


FIGURE 2.18 – (a) Schéma d'un Canon français de 30 livres long, non grée. (b) Photographie d'un pendule balistique. L'étude du mouvement de ce dispositif suite à l'impact inélastique d'un boulet permet de déterminer sa vitesse. (c) Portée expérimentale des boulets de canon déterminée par Félix Hélié en fonction de celle estimée par l'intermédiaire de l'expression (2.15) pour la portée avec ses données. La longueur aérodynamique des boulets utilisés est  $\mathcal{L} = 3,17 \times 10^3 \text{ m}$ , les vitesses initiales varient entre 372 et 415 m/s et les angles de tir entre  $0,6^\circ$  et  $12^\circ$ .

Les points expérimentaux issus du travail de Hélié s'alignent sur une même droite de pente proche de l'unité. Ceci prouve la validité de la nouvelle expression de la portée des projectiles pour prédire celles des boulets de canon. Il est remarquable que l'approche adoptée au cours de chapitre reste valable dans le cas des boulets de canons lancés à des vitesses supersoniques. Ce résultat s'explique par le fait que le coefficient de traînée d'un objet supersonique ne diffère pas grandement de sa valeur subsonique [54]. Pour une sphère,  $C_D$  est évalué à environ 0,9 lorsque  $U/c = 1,0$  et  $Re > 10^3$ . Aussi, la distance  $s_S$  parcourue

par le projectile dans le régime supersonique est faible devant la longueur totale de la trajectoire ( $s_S/\mathcal{L} = \ln(U_0/c) \approx \ln(415/330) \approx 0,3$ ).

## Conclusion

L'objet de ce chapitre est la trajectoire d'une particule soumise à la gravité et à une traînée à grand nombre de Reynolds. Chaque projectile possède une vitesse terminale de chute libre dans l'air. S'il est lancé avec une vitesse initiale inférieure à cette vitesse terminale, le projectile suit une parabole qui est la trajectoire galiléenne classique en l'absence de frottement (correspondant à la zone où  $F_D/Mg < 1$  dans le diagramme 1.21). En revanche pour des vitesses de lancer supérieures aux vitesses terminales, le projectile suit une trajectoire asymétrique de type "Tartaglia" (correspondant à la zone où  $F_D/Mg > 1$  et  $F_L/F_D < 1$  dans le diagramme 1.21). Nous avons établi une expression pour la portée de ces projectiles valable quel que soit le régime étudié. Cette expression montre une saturation de la portée avec la vitesse de tir. Ce phénomène, que nous appelons "le mur aérodynamique", est particulièrement visible sur le terrain de badminton. Ceci explique que ce sport ai servi d'exemple pour illustrer ce chapitre. Cependant, les résultats précédents s'appliquent à tous les projectiles subissant uniquement l'effet de leur poids et de leur traînée. C'est le cas des jets d'eau qu'utilisent les pompiers ou des boulets de canon. Le chapitre 3 montre que cette situation décrit également les trajectoires de la plupart des ballons de sports.



# Chapitre 3

## Le terrain de sport enmuré



*Philipp Lohöfener photographie des terrains de sport enmurés dans la ville. Ces clichés rappellent les dimensions culturelle et sociale associées au sport.*

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Sur la taille des terrains</b>	<b>57</b>
3.1.1	Vitesses terminales des balles de sport	57
3.1.2	Portée maximale et taille des terrains	58
3.1.3	Implications stratégiques et techniques	60
<b>3.2</b>	<b>Dégagements au football</b>	<b>60</b>
3.2.1	Trajectoires expérimentales	61
3.2.2	Équation de la dynamique	62
3.2.3	Discussion sur la portée	64
3.2.4	Critère pour négliger l'effet de la rotation	67
<b>3.3</b>	<b>Jeu long au badminton</b>	<b>68</b>
3.3.1	Différence entre le volant en plume et en plastique	69
3.3.2	Effet des conditions atmosphériques	71
3.3.3	Effet de la rotation du volant	73

---

*Ce travail a été réalisé avec Caroline Cohen.*

## Introduction

La taille des terrains de sport est une grandeur qui peut être fonction de nombreux paramètres tels le nombre de joueurs, le type de terrain ou les règles du jeu. Ce chapitre considère l'influence de la portée des balles sur les dimensions des terrains où elles sont employées.

Le lien entre la portée maximale et la taille du terrain est particulièrement marqué dans le cas du ballon de baudruche. Imaginons que l'on invente un sport se pratiquant avec cette balle. Celui qui a déjà frappé à la main un ballon de baudruche sait à quel point il est difficile de l'envoyer à plus de trois mètres. Dans cette situation, la vitesse de frappe  $U_0$  est généralement plus importante que la vitesse terminale de ces objets ( $U_\infty \sim 1 \text{ m/s}$ ) et leurs trajectoires est de type "Tartaglia" (cf. figure 3.1). La portée des ballons de baudruche sature avec la vitesse de lancer  $U_0$  pour atteindre une valeur maximale qui dépend uniquement des caractéristiques de ces objets. La portée maximale des ballons de baudruche est typiquement de l'ordre de trois mètres. Sachant cela, on se garde bien de jouer avec ces objets sur un terrain de football! Il est préférable d'imaginer un terrain dont les dimensions sont comparables avec la portée maximale des ballons.

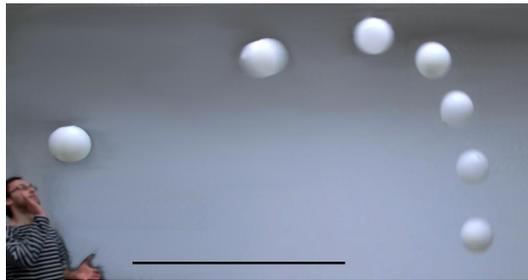


FIGURE 3.1 – Chronophotographie du lancer d'un ballon de baudruche par un joueur amateur. La ligne blanche en bas à gauche indique un mètre. Chaque position est séparée par 200 ms. La vitesse de tir du ballon est estimée à  $U_0 \approx 4,8 \text{ m/s}$  et l'angle initial à  $\theta_0 = 18^\circ$ .

Le chapitre 2 nous a appris que la portée maximale d'un projectile soumis uniquement à son poids et à sa traînée ne dépend que de la vitesse de lancer  $U_0$  et de sa vitesse terminale  $U_\infty$ . Ce chapitre se propose d'estimer la vitesse terminale  $U_\infty$  des différents ballons de sports ainsi que la vitesse maximale  $U_0 = U_{max}$  à laquelle ils sont lancés sur le terrain. Ceci permettra de déduire les portées maximales de ces différents projectiles et de les comparer à la taille des terrains sur lesquels ils sont utilisés. Dans un deuxième temps, nous étudierons les paramètres capables d'influer sur cette portée maximale. Le premier d'entre eux est la rotation propre de la balle. Cet effet sera étudié en se basant sur l'exemple des dégagement des gardiens de football. Ces derniers utilisent systématiquement la rotation arrière pour prolonger la trajectoire des ballons. Le second paramètre susceptible de modifier la portée maximale d'une balle est sa constitution physique (masse, taille et géométrie). Nous regarderons comment les fines variations des propriétés physiques des volants de badminton modifient leurs portées et donc le jeu.

## 3.1 Sur la taille des terrains

### 3.1.1 Vitesses terminales des balles de sport

Les vitesses terminales  $U_\infty$  des balles de sport auraient pu être mesurées dans une expérience de chute verticale. Cependant la hauteur nécessaire pour atteindre un équilibre entre poids et traînée nous a dissuadé d'utiliser cette méthode. Les vitesses terminales ont été déterminées dans la soufflerie verticale SV4 de l'ONERA à Lille. Ce dispositif exceptionnel permet de souffler de l'air jusqu'à 50 m/s dans une veine de 4 m de diamètre. Le protocole adopté consiste à augmenter graduellement la vitesse de l'écoulement jusqu'à atteindre la vitesse seuil permettant de mettre la balle en lévitation. À chaque augmentation de la vitesse de l'écoulement, une attente de plusieurs minutes est nécessaire à l'établissement d'un flux stationnaire. Si la balle tombe vers le bas, la vitesse de l'écoulement est augmentée, dans le cas inverse elle est diminuée. Lorsque l'équilibre est atteint, la vitesse de l'écoulement est mesurée à l'aide d'un anémomètre VT 200 Kimo et d'une sonde pitot. Ce protocole permet de déterminer précisément la vitesse du flux d'air nécessaire pour que la traînée de la balle compense exactement son poids. Deux exemples de lévitation sont portés sur la figure 3.2, le premier pour la ballon de football Jabulani où  $U_\infty = 30$  m/s et le second pour un volant en plume pour lequel  $U_\infty = 6,7$  m/s. Les résultats de ces expériences pour les différentes balles sont regroupés dans le tableau 3.1.

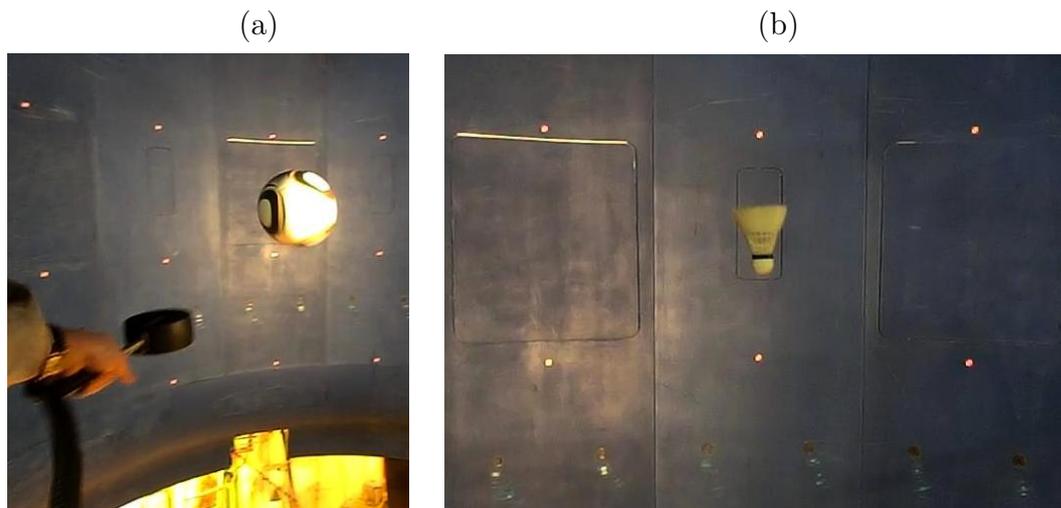


FIGURE 3.2 – Exemples de sustentation de balles dans la soufflerie verticale SV4 de l'ONERA à Lille. (a) Ballon de football Jabulani à  $U_\infty = 30$  m/s. (b) Volant de badminton en plume à  $U_\infty = 6,7$  m/s.

La colonne de ce tableau correspondant au coefficient de traînée montre que leurs valeurs sont comprises entre 0,1 et 0,6. Pour les objets sphériques et des nombres de Reynolds de l'ordre de  $10^5$ , les coefficients de traînée sont proches de la valeur classique de 0,45 mesurée en soufflerie sur une sphère lisse. Pour des nombres de Reynolds plus importants le coefficient de traînée des balles chute vers une valeur proche de 0,2. Cette diminution correspond au phénomène de crise de traînée mentionné au paragraphe 1.2.2.

Il est intéressant de comparer les vitesses terminales de chaque balle à celles typiques de lancer. La dernière colonne du tableau 3.1 donne les valeurs du rapport  $U_{max}/U_\infty$  entre la vitesse maximale de tir homologuée sur le terrain [8] et la vitesse terminale mesurée pour les différents projectiles. Hormis au handball et au basketball, les vitesses maximales  $U_{max}$

de lancer de ces balles sont supérieures à leurs vitesses terminales. Dans ces situations, les balles vont suivre des trajectoires de type "Tartaglia", similaires à celles du volant de badminton que nous avons étudiés au chapitre 2. L'expression (2.15) déduite de cette étude pour la portée des projectiles va pouvoir être appliquée à l'ensemble des balles de sports. Cette formule sera particulièrement adaptée aux sports aérodynamiques où la portée dévie grandement du cas gravitaire. Elle reste valable tant que la rotation de la balle peut être négligée. Les limites de cette hypothèse sont envisagées au paragraphe 3.2.4.

Au regard des observations précédentes, les différences entre les deux trajectoires des chronophotographies de la figure 2.2 paraissent plus compréhensibles. Le basket et le badminton représentent les deux sports dans lesquels les valeurs du rapport  $U_{max}/U_\infty$  sont extrêmes. Dans le cas du basket, la vitesse de tir est inférieure à la vitesse terminale. Les effets de la traînée sont faibles et la trajectoire est proche de la parabole galiléenne. À l'inverse, un dégagé au badminton s'exécute avec une vitesse initiale plus de dix fois supérieure à la vitesse terminale du projectile.

Connaissant les vitesses  $U_{max}$  et  $U_0$  pour chaque balle, il est possible de déduire leur portée maximale  $x_{max}$ . Cette grandeur est l'abscisse maximale qu'un projectile peut atteindre en le lançant selon l'angle optimal  $\theta_{max} = \theta^*(U_{max})$  correspondant à  $U_0 = U_{max}$ . Les valeurs des vitesses maximales,  $U_{max}$ , des angles optimaux de tir relatifs,  $\theta_{max}$ , et des portées maximales,  $x_{max}$ , relatives aux différents ballons de sport sont indiqués dans le tableau 3.1.

sport	$2R$ (cm)	$M$ (g)	$L_t$ (m)	$U_{max}$ (m/s)	$U_\infty$ (m/s)	$U_{max}/U_\infty$	$Re_\infty$ $\times 10^5$	$(C_D)_\infty$	$\mathcal{L}$ (m)	$\theta_{max}$ (°)	$x_{max}$ (m)
badminton	6,3	5,0	13,4	117	6,7	17	0,27	0,64	4,6	22,7	13
ping pong	4,0	2,5	2,7	32	9,5	3,4	0,25	0,36	9,2	31,2	12,6
tennis	6,5	55	24	73	22	3,3	0,95	0,56	49	31,3	67
golf	4,2	45	230	91	48	1,9	1,3	0,23	235	35,6	214
football	21	450	100	51	30	1,7	4,2	0,23	92	36,5	76
volley	21	210	18	33	20	1,65	4,5	0,25	40	36,7	33
softball	9,7	190	76	47	33	1,4	2,0	0,38	111	37,9	78
baseball	7,0	145	110	55	40	1,3	1,9	0,38	163	38,1	111
hand ball	19	450	40	20	36	0,6	4,6	0,20	132	43,1	30
basketball	24	650	28	16	31	0,5	4,9	0,24	98	43,3	20
pétanque	7,3	700	15	10	78	0,12	0,45	0,51	620	44,9	10

TABLE 3.1 – Caractéristiques des différentes balles de sport et du terrain sur lequel elles sont employées : diamètre ( $2R$ ), masse ( $M$ ), longueur du terrain ( $L_t$ ), record de vitesse homologué sur le terrain ( $U_{max}$ ), vitesse terminale ( $U_\infty$ ) mesurée dans la soufflerie verticale, rapport entre la vitesse maximale et la vitesse terminale ( $U_{max}/U_\infty$ ), nombre de Reynolds ( $Re_\infty = \rho 2R U_\infty / \eta$ ), coefficient de traînée  $(C_D)_\infty = 2Mg / (\rho U_\infty^2 \pi R^2)$ , longueur aérodynamique ( $\mathcal{L} = U_\infty^2 / g$ ). Les deux dernières colonnes contiennent l'angle optimal de tir ( $\theta_{max}$ ) pour  $U_0 = U_{max}$  et la portée maximale associée ( $x_{max}$ ).

### 3.1.2 Portée maximale et taille des terrains

La distance maximale atteignable par chaque balle,  $x_{max}$ , et la taille du terrain sur lequel elle est utilisée,  $L_t$ , sont caractéristiques de chaque sport. Afin de comparer ces deux

grandeurs, la figure 3.3 représente la longueur du terrain  $L_t$  en fonction de la distance maximale atteignable par la balle  $x_{max}$ .

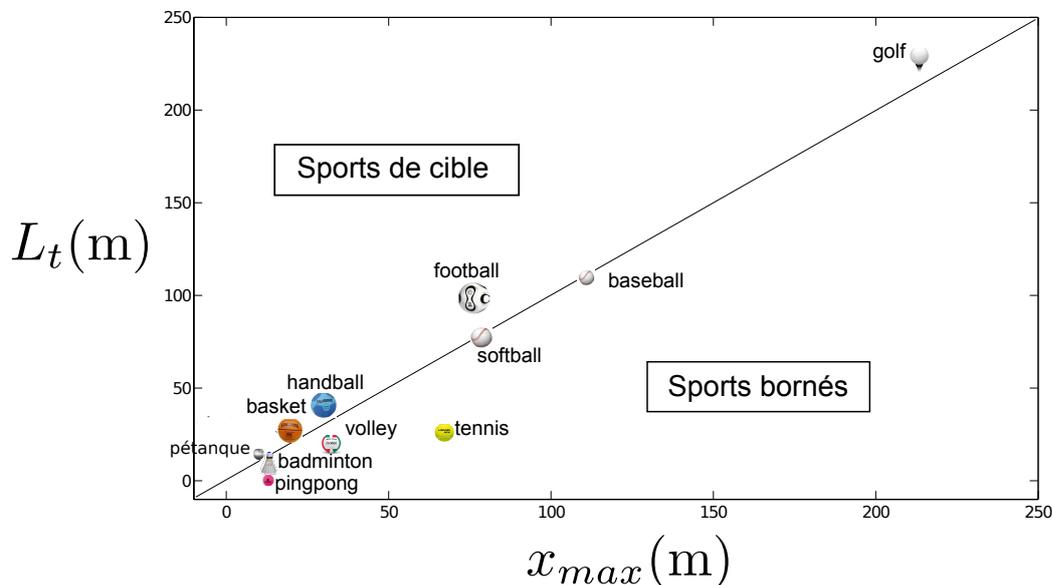


FIGURE 3.3 – Taille moyenne des terrains de sport  $L_t$  en fonction de la portée maximale atteignable  $x_{max}$  par la balle correspondante. Chaque point est issu des données reportées sur le tableau 3.1 et la ligne noire représente la droite de pente unité.

On observe sur cette figure une corrélation entre la taille des terrains de sport et la portée maximale des balles respectives. De plus la pente de la droite d'interpolation est proche de l'unité. Cette tendance s'explique par le fait qu'il n'y a pas d'intérêt à construire un terrain ni beaucoup plus grand, ni beaucoup plus petit que la portée maximale du ballon employé pour le jeu. La corrélation entre  $L_t$  et  $x_{max}$  est particulièrement remarquable dans le cas du badminton où la portée maximale ( $x_{max} = 13$  m) est proche de la taille du terrain ( $L_t = 13,4$  m). Elle est également valable pour les cas du baseball et du softball. Pour ces deux sports, la différence entre les propriétés des balles entraîne celle de la taille des terrains [55].

En plus de prouver la corrélation entre les deux grandeurs  $L_t$  et  $x_{max}$ , le diagramme 3.3 permet de classer les sports en deux catégories : ceux dont le terrain est moins grand que la portée maximale ( $x_{max} < L_t$ ) et ceux où le terrain la dépasse ( $x_{max} > L_t$ ). Dans les sports situés en deçà de la droite solide noire (badminton, tennis, ping pong et volley), il est facile de dépasser les limites du terrain. L'exemple le plus marquant est celui du tennis où la portée maximale de la balle est de 67 mètres alors que le terrain n'est long que de 24 mètres. Pour ces sports, le score représente la capacité des joueurs à garder la balle dans les limites du terrain. C'est pourquoi ils sont qualifiés de « sports bornés ». En revanche pour ceux dont la taille des terrains est supérieure à la portée maximale des balles (c'est le cas du basketball, du football et du golf), les sorties de balles sont plus difficiles. Au football par exemple le terrain mesure entre 90 et 120 mètres alors que la portée maximale n'atteint que 76 mètres. Ces sports correspondent à ceux où il est nécessaire d'atteindre une cible (une cage, un panier ou un trou) pour marquer un point. Ils sont regroupés sous la dénomination de « sports de cible ». On comprend que le choix de construire un terrain plus petit ou plus grand que la portée maximale de la balle a des conséquences sur la

physionomie du jeu. Ces implications peuvent être regroupées en deux catégories : celles stratégiques et celles techniques.

### 3.1.3 Implications stratégiques et techniques

Les stratégies de jeu seront différentes pour les deux types de sport. Dans les sports bornés, un coup suffit à marquer le point. Le service est une phase déterminante du jeu et participe grandement au score final. En effet les « aces » ou les services gagnants sont courants. La plupart de ces sports autorisent les confrontations un contre un où la balle est échangée un grand nombre de fois. À l'inverse, pour les sports de cible, plusieurs passes sont généralement nécessaires pour atteindre la cible et marquer le point. Conséquemment, ces derniers sont pratiqués en équipe et le nombre de points marqués y est plus faible que dans le cas des sports contenus. Cet effet est amplifié d'autant que la cible est petite ou gardée par un gardien. À la différence des sports bornés, la durée du jeu est fixée par avance et ne s'achève pas pour un score donné.

Les techniques employées pour les deux types de jeu seront également différentes. C'est le cas de l'utilisation de la rotation propre des balles. Comme il sera détaillé dans le paragraphe 3.2, une balle qui possède un vecteur de rotation transverse à sa trajectoire va voir sa portée modifiée [36]. Dans le cas d'une rotation arrière ( $(\boldsymbol{\omega}_0 \wedge \mathbf{U}_0) \cdot \mathbf{e}_y > 0$ ) la portée est augmentée alors que dans le cas inverse (c'est-à-dire pour une rotation avant), elle est diminuée. Dans les sports bornés, c'est généralement ce dernier effet qui est utilisé. La rotation avant permet aux joueurs de conserver la balle dans les limites du terrain. Pour les sports de cible, les balles sont régulièrement lancées avec de la rotation arrière. Celle-ci prolonge la trajectoire des balles et augmente leurs portées. Cet effet est systématiquement employé par les gardiens de football lors des dégagements. Dans tous les cas, la rotation est employée afin de rapprocher la portée des balles de la ligne solide noire dans la figure 3.3.

La taille des terrains de sport, qui a été définie de manière empirique au cours de l'histoire, semble en réalité fixée par la portée maximale des balles utilisées pour le jeu. Deux catégories de sports peuvent être distinguées selon l'importance relative de la taille du terrain avec cette portée maximale.

## 3.2 Dégagements au football

La section précédente considère le cas des sports aérodynamiques où la portée maximale dépend principalement des caractéristiques physiques des balles. Ce résultat est valable lorsque le projectile est soumis uniquement à son poids et sa traînée. Cependant, la rotation de la balle sur elle-même peut être utilisée pour moduler la portée des ballons. À ce stade nous entrons dans le domaine des trajectoires soumises aux effets de portance (cf. diagramme 1.21). La paragraphe à venir considère l'effet Magnus-Robins qui engendre une force transverse sur une sphère en rotation. Cette force courbe la trajectoire de la balle et produit des effets surprenants. C'est le cas d'un coup-franc enrobé où la balle, subissant une rotation latérale ( $\omega_z = 0$ ), suit un trajet en spirale [38]. L'existence d'une rotation avant ou arrière de la balle ( $\omega_z \neq 0$ ) va quant à elle modifier la courbure de la trajectoire dans son plan ( $\mathbf{U}_0, \mathbf{g}$ ) [56]. Il est donc de la plus grande importance pour le joueur de maîtriser la rotation fournie à la balle à l'impact afin d'obtenir le résultat souhaité. C'est le cas des balles "coupées" ou "liftées" au tennis [57] ou des "home run" au baseball [37]. Ce type de

rotation modifie également la portée des balles. On se propose ici de s'intéresser à l'effet de la rotation avant ou arrière sur la trajectoire des projectiles et en particulier sur leurs portées. Cette étude s'appuie sur l'analyse des dégagements de gardien au football. Dans cette situation les balles sont systématiquement frappées avec une rotation arrière. Celle-ci permet d'accroître la portée des dégagements et de délivrer plus facilement la balle aux attaquants. Les trajectoires expérimentales des dégagements de gardien seront comparées aux prédictions théoriques.

### 3.2.1 Trajectoires expérimentales

La détermination des trajectoires des dégagements de gardiens est abordée par le biais de l'expérience. C'est grâce à l'accueil et à l'aide de l'entraîneur du club de Juvisy, Christian Puxel, qu'il a été possible de filmer une séance d'entraînement avec deux gardiens et une gardienne de football. Deux caméras rapides sont placées sur le bord du terrain pour enregistrer la trajectoire du ballon. La première des caméras se focalise sur le début de la trajectoire afin de déterminer précisément les conditions initiales de tir : la vitesse du ballon  $U_0$ , son angle avec l'horizontal  $\theta_0$  ainsi que sa vitesse de rotation propre  $\omega_0$ . La deuxième, placée plus en retrait, sert à capturer l'intégralité de la trajectoire. Le ballon utilisé pour ces expériences a été caractérisé par l'intermédiaire de sa longueur aérodynamique  $\mathcal{L} = 86$  m. Cette mesure provient de la diminution de la vitesse du ballon dans la première phase de sa trajectoire (où  $\mathbf{U} = \mathbf{U}_0 e^{-s/\mathcal{L}}$ ). La figure 3.4 reporte les enregistrements des deux caméras pour un exemple typique de dégagement de gardien.

(a)



(b)

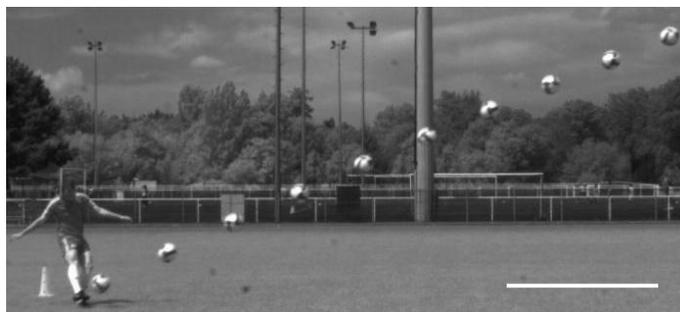


FIGURE 3.4 – (a) Chronophotographie d'un dégagement de gardien. Les images sont séparées par 33 ms et l'espacement entre deux plots jaunes au sol est de 10 m. (b) Chronophotographie du même dégagement réalisée sur le début de la trajectoire. Les images sont séparées par 40 ms et la ligne blanche en bas à droite indique une distance de 2 m.

La figure 3.4-(a) présente la trajectoire du ballon sous forme d'une chronophotographie. On y observe des similitudes avec les trajectoires de type "Tartaglia" : le trajet rectiligne et décéléré du ballon au démarrage ainsi que la dissymétrie de la trajectoire vis-à-vis du sommet. Cette observation est cohérente avec le fait que la vitesse de lancer du ballon est comparable à sa vitesse terminale ( $U_0 = 28,8 \text{ m/s}$  comparée à  $U_\infty = 29 \text{ m/s}$ ). Il est pertinent de confronter la trajectoire expérimentale précédente avec celle attendue en ne considérant que le poids et la force de traînée sur la balle. Cette comparaison est effectuée sur la figure 3.5.

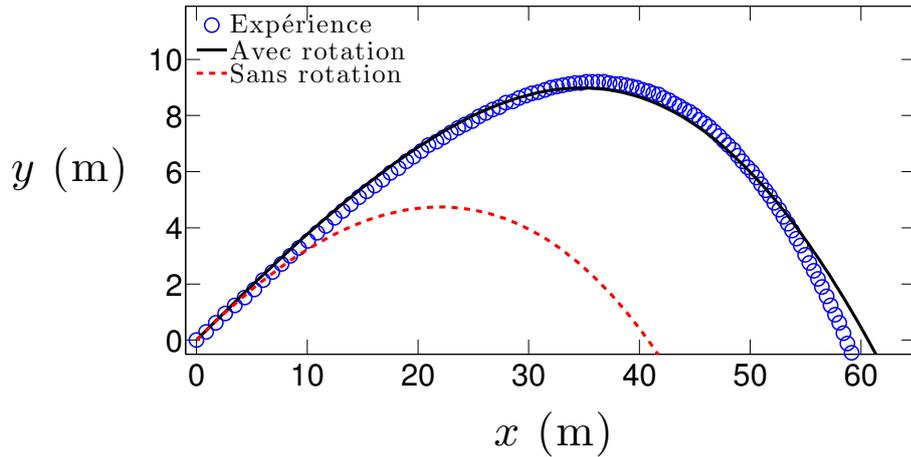


FIGURE 3.5 – Comparaison entre une trajectoire expérimentale d'un dégagement de gardien (ronds bleus) et la résolution numérique pour les mêmes conditions initiales dans le cas sans rotation (ligne pointillée rouge) et celui avec rotation (ligne continue noire). Les conditions initiales mesurées sont  $U_0 = 28,8 \text{ m/s}$ ,  $\theta_0 = 21,6^\circ$  et  $\omega_0 = 64 \text{ rad/s}$ , la longueur aérodynamique considérée est issue des mesures expérimentales préliminaires ( $\mathcal{L} = 86 \text{ m}$ ). La trajectoire avec rotation est comparée à celle issue de la résolution numérique des équations (3.2) et (3.3) pour les mêmes conditions initiales que la trajectoire expérimentale et un rapport  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2,3$ .

La superposition de ces trajectoires fait ressortir la différence entre la trajectoire expérimentale et celle attendue théoriquement en ne considérant que le poids et la traînée de la balle. La portée de ces deux trajectoires diffère de plus de 15 m sur une portée totale d'environ 60 m, c'est-à-dire de plus de 25 %. De même la hauteur atteinte expérimentalement est plus de deux fois supérieure à celle prédite par la résolution numérique. L'origine de ce désaccord doit être cherché dans l'effet de la rotation propre de la balle.

L'observation attentive des films zoomés sur la première phase de la trajectoire montre que la balle est systématiquement frappée avec une rotation propre importante. Cette rotation est le plus souvent perpendiculaire au plan de la trajectoire du ballon ( $\mathbf{U}_0, \mathbf{g}$ ) et dans le sens arrière ( $(\boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{U}) \cdot \mathbf{e}_y > 0$ ). Le paragraphe qui suit évalue l'effet de cette rotation sur la trajectoire. Ainsi, il sera possible de savoir dans quelle mesure elle explique les différences observées entre les trajectoires expérimentales et celles attendues dans une limite d'une traînée pure.

### 3.2.2 Équation de la dynamique

L'équation de la dynamique d'une particule soumise à son poids, sa traînée et une force de portance de type Robins-Magnus s'écrit :

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = M\mathbf{g} - \frac{1}{2}\rho\pi R^2 C_D \mathbf{U}\mathbf{U} + \frac{1}{2}\rho\pi R^3 C_R \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{U} \quad (3.1)$$

Considérons le cas particulier où le vecteur rotation de la particule est constant et perpendiculaire au plan de sa trajectoire ( $\boldsymbol{\omega}(t) = \omega_0 \mathbf{e}_z$ ). Dans le cadre de ces hypothèses le mouvement reste plan. Il est intéressant de projeter l'équation (3.1) selon la direction parallèle  $\mathbf{t} = \mathbf{U}/U$  et la direction transverse  $\mathbf{n} = \mathbf{e}_z \wedge \mathbf{U}/U$ . Ceci mène aux deux équations différentielles qui régissent l'évolution de  $U$  et  $\theta$  au cours du temps :

$$\frac{dU}{dt} = -g \sin \theta - \frac{U^2}{\mathcal{L}} \quad (3.2)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g \cos \theta}{U} + \frac{\rho\pi R^3 C_R \omega_0}{2M} \quad (3.3)$$

Dans cette situation, la rotation propre de la balle  $\omega_0$  n'intervient directement que dans la seconde équation. Elle va avoir pour effet de modifier la courbure de la trajectoire. Le dernier terme de l'équation (3.3), qui correspond à la force de portance, fait apparaître la longueur caractéristique  $\mathcal{L}_R = 2M/\rho\pi R^2 C_R$ . Il est important de remarquer que ce terme modifie l'état stationnaire du système. En effet, dans ce cas le régime terminal n'est plus nécessairement vertical mais possède un angle  $\theta_\infty$  qui vérifie la relation  $\cos \theta_\infty = R\omega_0 U_\infty / g\mathcal{L}_R$ . En adimensionnant les équations précédentes au moyen des relations :  $\bar{U} = U/U_0$  et  $\bar{t} = tU_0/\mathcal{L}$ , il en découle le système d'équation suivant :

$$\frac{d\bar{U}}{d\bar{t}} = -\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \sin \theta - \bar{U}^2 \quad (3.4)$$

$$\frac{d\theta}{d\bar{t}} = -\left(\frac{U_\infty}{U_0}\right)^2 \frac{\cos \theta}{\bar{U}} + \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_R} \frac{R\omega_0}{U_0} \quad (3.5)$$

L'effet de la rotation de la balle, contenu dans le dernier terme de l'équation (3.5), va influencer sur la trajectoire au moyen d'un paramètre sans dimension,  $(\mathcal{L}/\mathcal{L}_R)(R\omega_0/U_0)$ , contenant deux termes. Le premier terme est le nombre de "spin" :  $Sp_0 = R\omega_0/U_0$ . Celui-ci quantifie le rapport entre la vitesse de la surface de la balle  $R\omega_0$  et celle de l'écoulement au départ  $U_0$ . Plus la première est importante vis-à-vis de la seconde, plus la rotation de la balle va pouvoir modifier le parcours d'une particule fluide qui passe auprès d'elle. La modification de ce parcours va entraîner la déviation du sillage en aval de la sphère et accroître l'intensité de la force transverse. L'augmentation du paramètre de spin  $Sp_0$  entraîne donc un accroissement de l'effet de la rotation sur la trajectoire de la balle. Le second terme qui caractérise l'influence de la rotation est le rapport  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = C_R/C_D$ . L'effet de la rotation de la balle sur sa trajectoire augmente avec ce paramètre.

Expérimentalement nous avons accès à la vitesse de rotation initiale de la balle  $\omega_0$  ainsi qu'à sa vitesse de tir  $U_0$ . Il est donc possible d'estimer le nombre de spin initial ( $Sp_0 = R\omega_0/U_0$ ). La longueur  $\mathcal{L}_R$  peut quant à elle être estimée grâce aux travaux de Nathan [37]. Ces derniers synthétisent les différentes études relatives à la détermination du coefficient  $C_R$  pour des balles de sport. Nathan arrive à la conclusion que ce coefficient peut être considéré comme indépendant de l'aspect de la surface de la balle et du nombre de Reynolds de l'écoulement. Compte tenu de ces résultats, la valeur du coefficient  $C_R$  est fixée à 0,52 dans la suite de notre étude. Il en découle une valeur du rapport  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R \approx 2,3$  en considérant  $C_D \approx 0,23$  (cf. tableau 3.1) [58]. Ces valeurs sont cohérentes avec celles que

rapportent Eric Goff de l'analyse des trajectoires expérimentales d'un ballon de football [39, 59].

L'approche choisie consiste donc à résoudre numériquement les équations (3.4) et (3.5) en supposant la vitesse de rotation constante ( $\omega(t) = \omega_0$ ) et en considérant que  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R \approx 2,3$ . La trajectoire expérimentale est comparée à celle issue de la résolution numérique réalisée avec les mêmes conditions initiales ( $U_0, \theta_0$  et  $\omega_0$ ) sur la figure 3.5. La superposition des ces deux trajectoires prouve que la prise en compte de la rotation de la balle est essentielle pour capturer son mouvement. De plus, les hypothèses consistant à considérer la rotation propre du ballon comme constante et le coefficient  $C_R$  indépendant du nombre de Reynolds n'empêchent pas un bon accord entre les trajectoires théoriques et expérimentales.

Le maintien de la rotation propre le long de la trajectoire est une hypothèse qui peut être discutée. On considère le cas où le moment d'inertie  $MR^2\omega(t)$  de la balle est modifié par l'effet de la viscosité de l'air dans la couche limite qui l'entoure. Cette couche limite, associée à la rotation propre de la balle, a une épaisseur qui évolue comme  $\sqrt{\nu/\omega(t)}$ . Elle est typiquement de l'ordre de 0,4 mm pour un ballon de football dans l'air (en considérant que  $\nu = 1,6 \times 10^{-5} \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$  et  $\omega = 100 \text{ rad/s}$ ). Ainsi, la contrainte visqueuse qui s'applique à la surface de la balle s'exprime comme  $\eta R\omega/\sqrt{\nu/\omega}$  où  $\eta$  est la viscosité dynamique qui est liée à celle cinématique par la relation  $\nu = \eta/\rho$ . Cette contrainte s'appliquant sur une surface proportionnelle à  $R^2$ , on en déduit la loi d'évolution de la rotation de la balle au cours du temps :

$$MR^2 \frac{d\omega}{dt} \sim -\eta \frac{R\omega(t)}{\sqrt{\nu/\omega(t)}} R^3 \quad (3.6)$$

L'intégration de cette équation donne :

$$\frac{\omega(t)}{\omega_0} = \frac{1}{(1 + t/\tau_R)^2} \quad (3.7)$$

avec  $\tau_R = 2M/(\beta\rho R^2\sqrt{\nu\omega_0})$  où  $\beta$  est une constante estimée à 3,1 par Dupeux & al. pour des billes dans l'eau [38]. Selon ce modèle, la rotation de la balle décroît en un temps caractéristique  $\tau_R$  qui est de l'ordre de 500 s pour un ballon de football ( $M = 450 \text{ g}$  et  $2R = 21 \text{ cm}$ ) lancé dans l'air à  $\omega_0 = 100 \text{ rad/s}$ . Ce temps est beaucoup plus grand que le temps de vol du ballon de football sur le terrain qui est de l'ordre de  $U_0/\mathcal{L}$ , soit toujours inférieur à 5 s. Ceci justifie l'approximation qui consiste à supposer la conservation de la rotation initiale  $\omega_0$  le long de la trajectoire.

### 3.2.3 Discussion sur la portée

La rotation propre de la balle possède une influence notable sur sa portée. Il est intéressant de savoir dans quelle limite la rotation peut modifier  $x_0$  et comment les joueurs usent de ce phénomène afin de produire l'effet souhaité.

Dans le cas d'un dégagement, le gardien cherche à placer la balle le plus loin possible de ses cages et à proximité de celles de l'adversaire. Il repousse ainsi le danger et distribue la balle à ses attaquants. Ceci est cohérent avec l'observation faite sur le terrain que les gardiens dégagent systématiquement le ballon en lui donnant une rotation arrière. Le sens de cette rotation produit une force latérale orientée principalement vers le haut ( $\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{e}_y > 0$ ) et prolonge la trajectoire du ballon contre la gravité qui tend à le faire retomber. Si les gardiens donnaient une rotation vers l'avant à la balle, la force produite par l'effet Robins-Magnus serait orientée vers le bas ( $\mathbf{F}_L \cdot \mathbf{e}_y < 0$ ) et réduirait la portée du ballon.

L'intégration numérique des équations (3.4) et (3.5) permet de quantifier l'effet de la rotation d'une balle sur sa portée. La figure 3.6 reporte deux exemples de trajectoires obtenues à l'aide de l'outil numérique. Chaque graphique compare les trajectoires d'un projectile lancé sans rotation, avec une rotation arrière et une rotation avant.

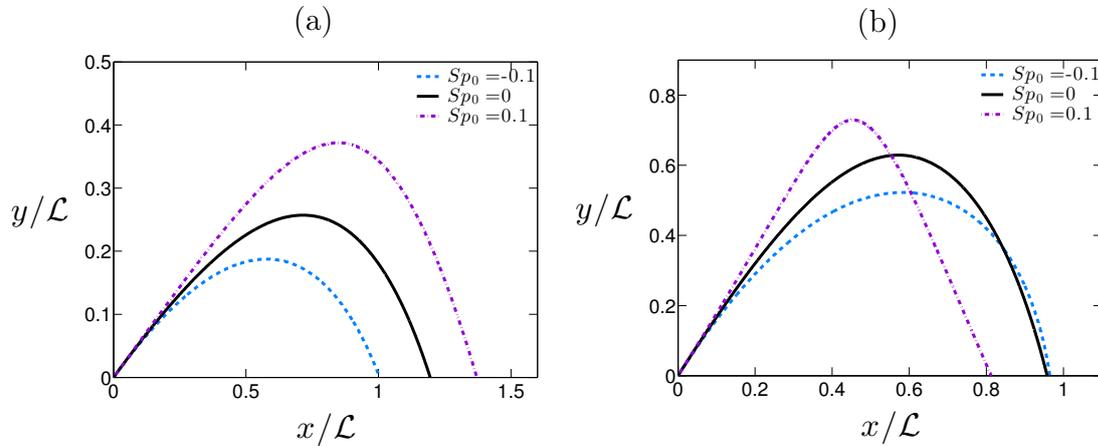


FIGURE 3.6 – Exemple de trajectoires numériques d'une balle lancée sans rotation (ligne continue noire), avec une rotation arrière (ligne double pointillée violette) et une rotation avant (ligne pointillée bleue) selon des vitesses et des angles identiques. Les conditions de tir sont : (a)  $\theta_0 = 30^\circ$  et  $U_0/U_\infty = 2$ , (b)  $\theta_0 = 60^\circ$  et  $U_0/U_\infty = 2$ . Le rapport  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$  est maintenu constant et égal à 2,3.

On observe que l'effet de variation de la portée dépend du sens de rotation. La figure 3.6-(a) montre que la portée de la balle est prolongée par une rotation arrière et raccourcie par une rotation avant par rapport au cas sans rotation. Cette conclusion est inversée dans le cas d'un angle de tir plus important comme c'est le cas de la figure 3.6-(b) où  $\theta_0 = 60^\circ$ .

L'intégration numérique précédente permet d'accéder à la différence de portée,  $\Delta x_0$ , introduite par l'effet de la rotation de la balle. Cette grandeur est reportée sur la figure 3.7 en fonction du nombre de spin  $Sp_0$ , de la vitesse initiale adimensionnée  $U_0/U_\infty$  et de l'angle de tir  $\theta_0$ .

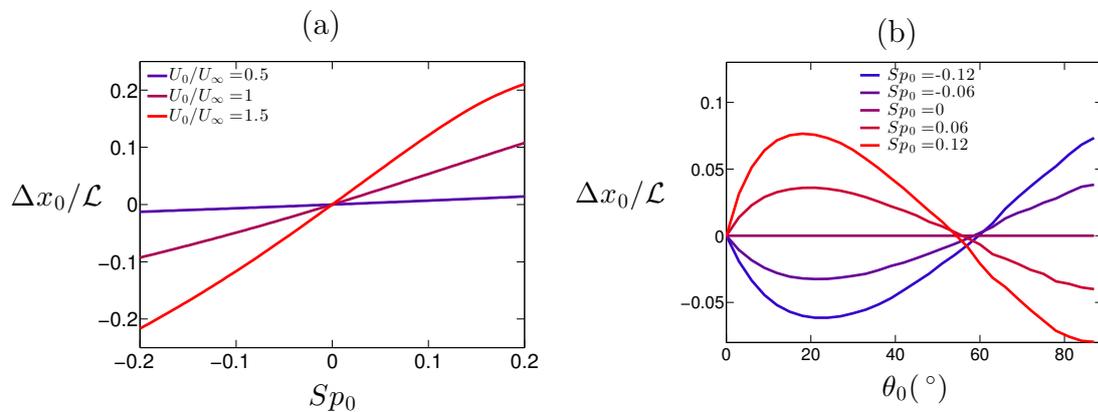


FIGURE 3.7 – Différence de portée adimensionnée induite par la rotation en fonction des paramètres de tir. (a) Dépendance de  $\Delta x_0$  avec le nombre de spin pour différentes vitesses initiales et  $\theta_0 = 30^\circ$ . (b) Évolution de  $\Delta x_0$  avec  $\theta_0$  pour une vitesse initiale  $U_0/U_\infty = 1$ . Le rapport  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$  est maintenu constant et égal à 2,3 dans toutes les simulations.

Ces graphiques mettent en évidence l'influence de la rotation sur la portée de la balle. On retrouve que pour une rotation arrière ( $\omega_0 > 0 \Rightarrow Sp > 0$ ), la portée est augmentée ( $\Delta x_0 > 0$ ) par rapport à la trajectoire de la même balle subissant uniquement son poids et sa traînée. À l'inverse la portée de la balle est diminuée ( $\Delta x_0 < 0$ ) dans le cas d'une rotation avant ( $\omega_0 < 0 \Rightarrow Sp < 0$ ). On constate également que ces phénomènes sont amplifiés avec l'augmentation du nombre de spin et de la vitesse initiale de la balle  $U_0$ .  $\Delta x_0$  montre une forte dépendance avec l'angle de tir  $\theta_0$ . La différence de portée introduite par la rotation passe par un maxima (aux alentours de  $\theta_0 \approx 20 - 15^\circ$  sur la figure 3.7-(b)). Aux grands angles de tir ( $\theta_0 \gtrsim 57^\circ$  sur la figure 3.7-(b)) le signe de la différence de portée  $\Delta x_0$  s'inverse par rapport aux cas des petits angles conformément à l'observation des trajectoires de la figure 3.6.

En pratique au football la rotation de la balle  $\omega_0$  est comprise entre 0 et 15 tours/s [39]. Dans le cas où  $U_0 = U_{max} = 51$  m/s, la rotation maximale d'un ballon de football correspond à un nombre de spin  $Sp_0 \approx 0,2$ . Compte tenu de l'étude précédente, la modification maximale de la portée du ballon due à la rotation  $\Delta x_0$  est de l'ordre de 25 % de sa longueur aérodynamique dans ce cas.

La figure 3.7-(b) révèle que  $\Delta x_0$  passe par une valeur maximale pour un angle de tir  $\theta_0$  inférieur à  $45^\circ$ . Cette constatation mène à la question de savoir comment la rotation de la balle modifie l'angle de tir optimal  $\theta^*$ . La résolution numérique des équations (3.4) et (3.5) pour différentes conditions initiales donne accès à l'angle qui maximise la portée du projectile. Les données issues de cette étude numérique sont reportées sur la figure 3.8.

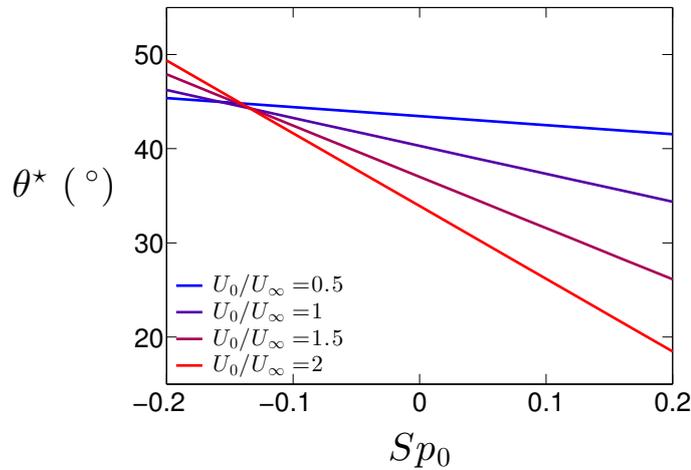


FIGURE 3.8 – Angle de tir  $\theta^*$  permettant de maximiser la portée du projectile en fonction du nombre de spin  $Sp_0 = R\omega_0/U_0$ . Ces données sont obtenues pour différentes valeurs du rapport  $U_0/U_\infty$  et pour  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2,3$ .

Ce graphique montre l'évolution de l'angle de tir optimal en fonction du paramètre de spin. Conformément aux résultats du chapitre 2, l'angle optimal de tir sans rotation (correspondant à  $Sp_0 = 0$ ) décroît avec le rapport  $U_0/U_\infty$ . On y observe la décroissance de l'angle  $\theta^*$  lors de l'augmentation de  $Sp_0$ . Cette diminution s'amplifie avec la valeur du rapport  $U_0/U_\infty$ . Ce résultat n'explique cependant pas la valeur anormalement basse de l'angle de tir généralement observée lors des dégagements. Au cours des essais décrits précédemment, l'angle initial de tir des dégagements a toujours été inférieur à  $30^\circ$  quand bien même  $U_0/U_\infty \approx 1$  et  $Sp_0 \approx 0,1$ . La faible valeur de l'angle initial des frappes dégagées est également visible en pratique lors des matchs. Il serait intéressant de savoir si le choix

d'un angle de tir inférieur à celui optimal provient d'une contrainte physiologique ou d'une contrainte temporelle quant au remplacement des adversaires sur le terrain.

### 3.2.4 Critère pour négliger l'effet de la rotation

Enfin, il est intéressant de savoir selon quelles conditions l'effet de la rotation d'une balle sur sa trajectoire est négligeable. En se reportant à l'équation (3.5), il est possible de déduire un critère quantifiant l'importance des effets de la rotation sur la trajectoire. Ces effets sont négligeables lorsque :

$$\frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_R} \frac{R\omega_0}{U_0} \ll \left( \frac{U_\infty}{U_0} \right)^2 \frac{\cos \theta}{\bar{U}} \quad (3.8)$$

Or  $\bar{U} \leq 1$  et  $\cos \theta \leq \cos \theta_0$  dans la première phase de la trajectoire. En se rappelant que  $\mathcal{L} = 2M/\rho\pi R^2 C_D$  et  $\mathcal{L}_R = 2M/\rho\pi R^2 C_R$ , l'inégalité (3.8) se réduit à :

$$Sp_0 \ll \frac{C_D}{C_R} \left( \frac{U_\infty}{U_0} \right)^2 \cos \theta_0 \quad (3.9)$$

Dans le cas d'un dégagement typique au football (où  $U_0/U_\infty \approx 1$ ,  $\theta_0 \sim 20^\circ$  et  $C_D/C_R \approx 0,14$ ), ce critère impose que  $Sp_0 \ll 0,13$ . Pour une balle de rayon  $R = 10$  cm voyageant à la vitesse  $U \approx 30$  m/s cela implique que la vitesse de rotation de la balle soit faible devant  $\omega_0 \approx 20$  rad/s. Cette vitesse de rotation seuil équivaut à environ trois tours sur elle même par seconde ce qui correspond aux vitesses typiques de rotation des ballons de football. En maîtrisant cette rotation, les joueurs ont le choix de modifier ou non la trajectoire de la balle avec cet effet.

Plus précisément, la résolution numérique des équations (3.4) et (3.5) permet de déterminer le nombre de spin critique  $Sp_{0c}$  à partir duquel la portée de la trajectoire diffère de plus de 1% de celle de la trajectoire sans rotation. La figure 3.9 résume les valeurs de  $Sp_{0c}$  en fonction des vitesses et des angles de tir initiaux.

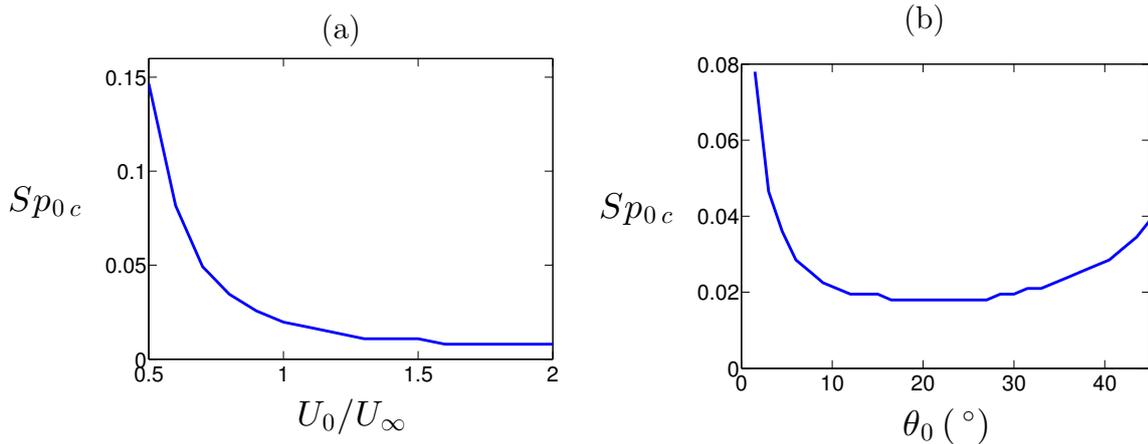


FIGURE 3.9 – Nombre de spin critique au delà duquel la différence de portée  $\Delta x_0$  de la balle est 1% supérieure à sa longueur aérodynamique. (a) Nombre de spin critique en fonction du rapport  $U_0/U_\infty$  pour un angle de tir  $\theta_0 = 30^\circ$ . (b) Dépendance du nombre de spin critique avec l'angle de tir pour  $U_0/U_\infty = 1$ . Toutes les simulations sont réalisées avec  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = 2,3$ .

Ces données appuient le fait que la rotation de la balle influe d'avantage la portée des balles possédant une grande vitesse initiale et un angle de tir intermédiaire ( $\theta_0 \sim 10 - 30^\circ$ )

[60]. Dans le cas du ballon de football (où  $U_0/U_\infty \approx 1$ ), un nombre de spin inférieur à 0,02 permet de négliger l'effet de la rotation propre de la balle à la hauteur du pour cent. Ce seuil équivaut à  $\omega_0 \lesssim 1$  tours/s, ce qui représente une rotation faible par rapport à celles typiques engendrées par la frappe de la balle.

L'étude précédente peut aisément être étendue à d'autres sports. Afin d'estimer l'influence de la rotation des différentes balles sur leurs trajectoires il faut connaître les paramètres qui interviennent dans les équations du mouvement (3.4) et (3.5) :  $U_0/U_\infty$ ,  $Sp_0$  et  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$ . Ce dernier est estimé à l'aide de la relation  $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R = C_R/C_D$  en sachant que  $C_R = 0,52$  et en utilisant les valeurs des coefficients  $C_D$  données dans le tableau 3.1. Le tableau 3.2 regroupe les valeurs maximales  $\omega_{max}$  des vitesses de rotation observées sur le terrain [8]. Ceci permet d'estimer le nombre de spin initial  $Sp_{max} = R\omega_{max}/U_{max}$  pour un tir réalisé à  $\omega_0 = \omega_{max}$  et  $U_0 = U_{max}$ . Pour ces conditions de tir, nous avons déterminé numériquement la modification maximale  $\Delta x_{max}$  que la rotation engendre sur la portée des différentes balles de sport. Cette quantité, adimensionnée par la longueur aérodynamique de la balle, est indiquée dans la dernière colonne du tableau 3.2.

sport	$2R$ (cm)	$\mathcal{L}$ (m)	$\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$	$\omega_{max}$ (rad/s)	$U_{max}$ (m/s)	$U_{max}/U_\infty$	$Sp_{max}$	$\Delta x_{max}/\mathcal{L}$
ping pong	4	9,2	0,8	300	32	3,4	0,19	0,44
tennis	6,5	49	1,4	350	73	3,3	0,16	0,24
football	21	92	2,3	100	51	1,7	0,21	0,11
golf	4,2	235	2,3	520	91	1,9	0,12	0,13
volley	21	40	2,1	50	33	1,65	0,16	0,11
softball	9,71	111	1,4	160	47	1,4	0,17	0,08
baseball	7	163	1,4	220	55	1,3	0,14	0,06
handball	19	132	2,6	30	20	0,6	0,14	0,01
basketball	24	92	2,1	20	16	0,5	0,15	0,008

TABLE 3.2 – Effet de la rotation des différentes balles de sport sur leurs portées : diamètre ( $2R$ ), longueur aérodynamique ( $\mathcal{L}$ ), rapport de la longueur aérodynamique sur la distance caractéristique de courbure de la trajectoire due à la rotation ( $\mathcal{L}/\mathcal{L}_R$ ), record de vitesse de rotation homologué ( $\omega_{max}$ ), record de vitesse homologué ( $U_{max}$ ), rapport entre la vitesse maximale précédente et la vitesse terminale ( $U_{max}/U_\infty$ ), nombre de spin maximal ( $Sp_{max} = R\omega_{max}/U_{max}$ ) et modification de la portée relativement à la portée maximale adimensionnée par la longueur aérodynamique ( $\Delta x_{max}/\mathcal{L}$ ) avec  $\Delta x_{max} = \Delta x_0(U_{max}, \theta_{max}, Sp_{max})$ .

La valeur de  $\Delta x_{max}/\mathcal{L}$  nous renseigne sur l'influence de la rotation de la balle dans les différents sports. Cet effet est considérable au ping pong où la modification de la portée de la balle peut aller jusqu'à environ la moitié de sa longueur aérodynamique. En revanche la rotation a un effet faible sur les sports non aérodynamiques comme le handball et le basketball.

### 3.3 Jeu long au badminton

La section 3.1 a montré que la portée maximale des différents ballons de sport était fonction de leurs propriétés physiques. Au sein d'un même sport, ses dernières peuvent

varier d'un modèle de balle à l'autre. Ces variations influent sur leur portée. Le badminton est un exemple de sport où la variabilité des propriétés des volants affecte grandement la perception des joueurs. Or parmi tous les projectiles de sport, le volant de badminton est certainement celui dont la construction demeure la plus artisanale. Malgré l'apparition de volants en plastique moulé, les joueurs préfèrent ceux fabriqués avec de véritables plumes d'oie. Ces plumes sont triées, ordonnées et assemblées à la main par des experts. Ce procédé de fabrication implique que chaque volant soit unique et qu'il existe une variabilité au sein d'une même catégorie de volant. Les joueurs sont extrêmement sensibles à ces modulations et développent de nombreux tests afin de s'assurer que le volant possède les qualités souhaitées. Au vu de ce constat, la question qu'il est légitime de se poser est celle de l'influence des caractéristiques d'un volant sur sa trajectoire. Ainsi les lois théoriques du chapitre 2 vont pouvoir expliquer le ressenti des joueurs de badminton quant aux trajectoires du volant en fonction de ses caractéristiques physiques.

### 3.3.1 Différence entre le volant en plume et en plastique

Les joueurs de badminton expérimentés préfèrent les fragiles volants en plume aux volants moins onéreux en plastique. Selon eux, le volant en plume possède une trajectoire plus "piquée". Cette propriété permet aux joueurs de frapper plus fort ce projectile sans qu'il dépasse les limites du terrain. Afin de comprendre les différences entre les trajectoires d'un volant en plume et en plastique, chacun de ces deux projectiles a été soumis à l'expérience. La figure 3.10 montre les trajectoires de ces deux volants pour des conditions initiales de tir sensiblement identiques.

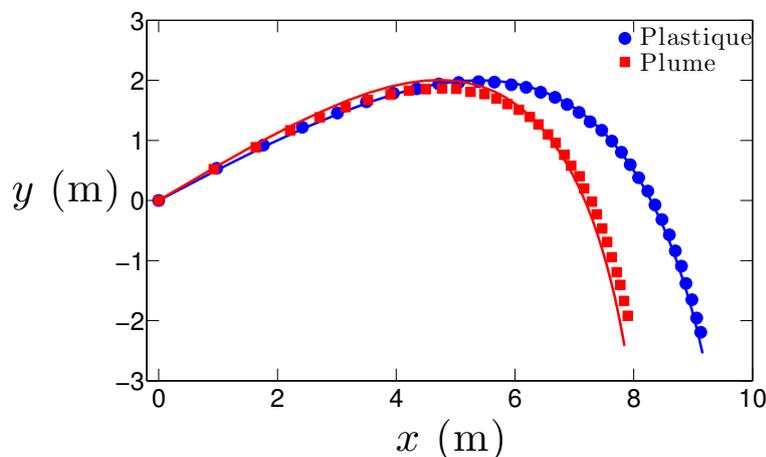


FIGURE 3.10 – Trajectoires d'un volant en plastique et en plume pour des conditions initiales identiques. Les ronds bleus représentent la trajectoire expérimentale du volant en plastique et les carrés rouges celle du volant en plume. Les lignes solides correspondent à la résolution numérique de l'équation (2.3) avec les conditions initiales expérimentales et les longueurs aérodynamiques issues des mesures réalisées en laboratoire.

L'observation des deux trajectoires des volants en plume et en plastique permet d'interpréter le ressenti des joueurs. Pour des conditions de tir identiques, le volant en plastique possède une portée supérieure à celle au volant en plume de plus d'un mètre. En comparaison avec la distance horizontale parcourue, qui est de l'ordre de neuf mètres, cette différence est notable. Le fait que le volant en plume ait une portée moins importante que

celui en plastique pour des conditions initiales identiques est un constat valable sur un grand nombre de modèle et de marque de volant [61]. Cette observation expérimentale est en accord avec le ressenti des joueurs de badminton selon lequel il est plus difficile de sortir un volant en plume des limites du terrain.

Le chapitre 2 a montré que la portée d'un volant pouvait être correctement évaluée à l'aide de l'expression (2.15). Dans le cas des dégagés où la vitesse de frappe du volant est grande par rapport à sa vitesse terminale, la portée sature vers une valeur qui ne dépend principalement de la quantité  $\mathcal{L} \cos \theta_0$ . Dans ce régime, la portée  $x_0$  croît linéairement avec la longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$  du projectile. L'observation précédente sur la portée des volants peut être interprétée comme une différence entre la longueur aérodynamique du volant en plume et de celui en plastique. Reste à comprendre l'origine physique de cette différence.

Dans ce but, la mesure des différents paramètres intervenant dans la longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$  a été réalisée pour des volants ayant une jupe synthétique et naturelle. L'étude des coefficients de traînée des volants a été menée dans les souffleries du FAST à Orsay. Les résultats de ces expériences sont regroupés sur la figure 3.11.

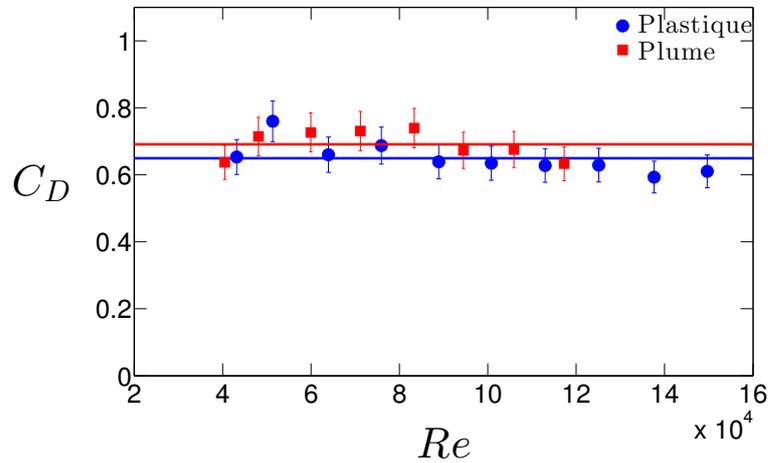


FIGURE 3.11 – Mesure du coefficient de traînée ( $C_D = 2F_D/\rho\pi R^2U^2$ ) en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement ( $Re = 2RU/\nu$ ). Les ronds bleus correspondent au volant en plastique et les carrés rouges à celui en plume. Les lignes continues représentent les valeurs moyennes des coefficients de traînée pour chacun des deux volants.

Ce graphique permet de comparer les valeurs de  $C_D$  pour les volants en plume et en plastique. L'évolution de ces coefficients avec le nombre de Reynolds étant faible, nous considérons leurs valeurs moyennes sur la gamme où les expériences ont été réalisées. Pour le volant en plume, la valeur moyenne est égale à  $C_{D_{plu}} = 0,65$  tandis que pour celui en plastique  $C_{D_{pla}} = 0,68$ . Ces valeurs sont en accord avec celles obtenues expérimentalement par Alam Firoz [62, 63] et numériquement par Verma [64]. La section transversale  $S = \pi R^2$  des deux volants étudiés étant égales à  $28 \text{ cm}^2$ , la différence de leurs coefficients de traînée implique celle de leurs traînées. Cependant, la différence entre la traînée du volant en plume et en plastique n'est pas suffisante pour expliquer une modification de portée supérieure à 10 % comme observée sur les trajectoires de la figure 3.10. La pesée des volants donne une masse  $M_{plu} = 5,0 \text{ g}$  pour celui en plume et  $M_{pla} = 5,3 \text{ g}$  pour celui en plastique. En regroupant ces données, on estime les longueurs aérodynamiques relatives aux deux volants :  $\mathcal{L}_{plu} = 4,04 \text{ m}$  et  $\mathcal{L}_{pla} = 4,48 \text{ m}$ . Afin de savoir dans quelle mesure cette différence peut expliquer la différence de portée entre un volant en plume et un en plastique, nous

avons procédé à la résolution numérique de l'équation du mouvement (2.3) avec les valeurs précédentes de longueurs aérodynamiques. Les conditions initiales de tir choisies pour cette intégration sont celles des expériences de la figure 3.11. Les trajectoires résultantes de cette approche sont représentées par des lignes continues. Ces dernières correspondent aux trajectoires expérimentales et reproduisent la différence de portée observée entre le volant en plume et celui en plastique. La différence entre les longueurs aérodynamiques de ces deux projectiles permet d'expliquer qu'ils n'aient pas la même portée. Il est important de remarquer que cette différence provient en majeure partie du poids plus important du volant en plastique. L'augmentation de ce poids réduit relativement l'effet de la traînée et rapproche la portée du volant vers sa limite gravitaire.

Le poids plus élevé du volant en plastique n'est pas spécifique aux volants considérés dans cette expérience. Ceux en plastique sont systématiquement plus lourds que leurs homologues en plume. Ceci provient du fait qu'il n'existe pas encore de matériaux plastique aussi rigides et légers que la plume.

Sur la forme des trajectoires, la différence entre le volant en plume et celui en plastique n'est pas marquée. La figure 3.10 reporte les trajectoires résultantes de l'intégration numérique de l'équation (2.3) réalisées avec les conditions initiales expérimentales et les longueurs aérodynamiques estimées précédemment. Les deux trajectoires expérimentales sont convenablement capturées par cette résolution qui tient uniquement compte d'une force de traînée à grand nombre de Reynolds avec  $C_D$  constant. Cet accord entre les trajectoires expérimentales et numériques a également été observé par Chen, Chan & al. [65, 66]. Même si la longueur aérodynamique du volant en plume est inférieure à celle de celui en plastique, les deux trajectoires ne diffèrent pas de nature et sont de type "Tartaglia". La sensation de trajectoires plus "piquées" dans le cas des volants en plume peut provenir de leur courbure au sommet  $\left(\frac{d\theta}{ds}\right)_{\theta=0}$ . Il est possible de montrer que cette courbure au sommet est inversement proportionnelle à  $\mathcal{L}$  et indépendante de la vitesse initiale. Ceci implique que les volants en plume ont des trajectoires plus courbées au passage par le sommet. Ce phénomène pourrait expliquer les observations des joueurs sur le terrain.

La comparaison menée entre les volants en plume et en plastique montre la forte influence des caractéristiques d'un volant sur sa trajectoire. Ceci explique la sensibilité des joueurs au modèle de volant utilisé dans le jeu. Le matériau de la jupe n'est d'ailleurs pas le seul paramètre capable d'influencer sur ces trajectoires, les conditions atmosphériques jouent également un rôle prépondérant.

### 3.3.2 Effet des conditions atmosphériques

Les joueurs de badminton testent systématiquement les volants avant d'entamer un match. Ils frappent les volants de toutes leurs forces depuis le fond du terrain. Seuls les volants retombant dans le couloir du fond du terrain adverse sont considérés comme bons pour la pratique du jeu. Ce test permet de sélectionner les volants dont les caractéristiques sont adaptées aux conditions atmosphériques du gymnase. Ceci montre que la température et l'humidité de l'environnement influent sur les trajectoires de ces projectiles. Les joueurs emploient par exemple des volants plus légers les jours les plus chauds. Aussi ils prennent soin de les sortir plusieurs heures avant le match afin qu'ils s'imprègnent de l'humidité ambiante.

La température de l'air va influencer sur la longueur aérodynamique du volant par le biais de sa masse volumique  $\rho$ . Le tableau 3.3 regroupe les variations de la masse volumique de l'air dans la gamme de température usuelle. Les variations de masse volumique se

répercutent sur la longueur aérodynamique du volant. Lorsque la température augmente, la longueur aérodynamique du volant fait de même. Ceci entraîne une augmentation de la portée des volants que les joueurs compensent habituellement par l'utilisation de volants plus légers.

T (°C)	$\rho$ (kg.m <sup>-3</sup> )	$\mathcal{L}$ (m)	$x_{max}$ (m)
0	1,293	4,60	13,1
10	1,247	4,77	13,5
20	1,204	4,94	13,9
30	1,164	5,11	14,3
40	1,127	5,28	14,7

TABLE 3.3 – Dépendance de la masse volumique de l'air  $\rho$  en fonction de sa température  $T$ . Pour chaque condition, la longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$  d'un volant de masse  $M = 5$  g, de section transverse  $S = 28$  cm<sup>2</sup> et de coefficient de traînée  $C_D = 0,6$  est calculée. La portée maximale  $x_{max}$  a été calculée pour  $U_0 = U_{max}$  et  $\theta_0 = \theta_{max} = \theta^*(U_{max})$  à l'aide de la relation 2.15.

L'effet du taux d'humidité de l'air sur le jeu de badminton est plus subtil à entrevoir. Les paramètres intervenant dans la longueur aérodynamique du volant ne semblent pas dépendre directement de l'humidité de l'atmosphère. En réalité cette dépendance avec l'humidité n'intervient que pour les volants en plume. Les plumes d'oie utilisées présentent des structures à des échelles variées (cf. figure 3.12). Ces microstructures rendent les plumes sensibles à l'humidité de l'air et leurs poids va varier selon ce paramètre atmosphérique. L'humidité de l'air modifie indirectement la longueur aérodynamique d'un volant en modifiant sa masse.

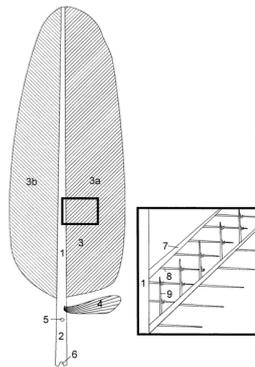


FIGURE 3.12 – Schéma de la structure d'une plume. La tige centrale (1), nommée rachis, porte de part et d'autre des « barbes » (7). Chacune de ces « barbes » se décline en « barbules » (8 et 9) de taille micrométrique.

L'étude expérimentale du poids d'un volant en plume a été réalisée dans différentes conditions d'humidité relative. Les résultats de ce travail sont regroupés dans le tableau 3.4.

Ils montrent que la masse d'un volant en plume augmente avec l'humidité relative de l'air. Cette variation, qui reste inférieure à 10 %, entraîne une modification sensible de la longueur aérodynamique du volant et de sa portée. Ces observations sont cohérentes avec

Humidité relative (%)	$M$ (g)	$\mathcal{L}$ (m)	$x_{max}$ (m)
15	5,20	5,16	14,4
32	5,30	5,25	14,6
42	5,33	5,29	14,7
92	5,51	5,46	15,1

TABLE 3.4 – Influence de l’humidité relative de l’air sur la masse d’un volant plume. Le calcul de la longueur aérodynamique de cet objet est effectué pour une section transversale  $S = 28 \text{ cm}^2$ , un coefficient de traînée  $C_D = 0,6$  et lorsque l’air, à  $20^\circ\text{C}$ , possède une masse volumique  $\rho = 1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . La portée maximale  $x_{max}$  a été calculée pour  $U_0 = U_{max}$  et  $\theta_0 = \theta_{max} = \theta^*(U_{max})$  à l’aide de la relation 2.15.

celles des joueurs sur le terrain de badminton. Dans le cas où ces derniers débutent un match dans une atmosphère humide avec un volant sec, l’évolution de sa masse au cours du match est en mesure de perturber le jeu. Ceci explique que les volants soient exposés à l’air plusieurs heures avant le début du match.

### 3.3.3 Effet de la rotation du volant

Les volants ne sont pas des objets exactement symétriques par rapport à leurs axes. Les plumes d’un volant se superposent les unes sur les autres et cet agencement brise la symétrie axiale de l’objet. Cette asymétrie, qui est également présente dans les modèles en matière plastique, implique que les volants soumis à un écoulement d’air tournent autour de leur axe central. En effet, les forces de pression du fluide sur le volant y exercent un couple moteur autour de son axe et le mettent en rotation. Après avoir décrit cet effet, nous tenterons d’évaluer son influence sur le jeu de badminton.

Le sens de rotation d’un volant qui avance le bouchon vers l’avant est indiqué sur la figure 3.13-(a). Ce sens peut être interprété en évaluant la résultante des forces aérodynamiques subies par chaque plume. En première approximation, le comportement d’une plume dans un fluide peut être vu comme celui d’une plaque mince. Pour une plaque mince, les forces aérodynamiques s’appliquent dans la direction perpendiculaire à la plaque et dans le sens opposé à sa vitesse. On en déduit que l’écoulement d’air sur une plume y exerce une force qui ne recoupe pas l’axe du volant (cf. figure 3.13-(a)). L’ensemble des forces s’exerçant sur chaque plume crée un couple moteur sur le volant et entraîne sa rotation dans le sens où les plumes fendent l’air.

*In fine*, le volant adopte la vitesse de rotation pour laquelle le couple moteur est équilibré par les forces de frottement du fluide s’opposant au mouvement de rotation. La vitesse de rotation  $\omega$  d’un volant sur lui-même a été mesurée en soufflerie en fonction de la vitesse de l’écoulement  $U$  auquel il est soumis. Les résultats de ces expériences sont regroupés sur la figure 3.13-(b). Ils montrent une évolution linéaire de la vitesse de rotation du volant avec celle de l’écoulement. Une différence entre la rotation d’un volant en plume et de son homologue en plastique est observée. Le coefficient de proportionnalité entre la vitesse de rotation et celle linéaire est d’environ 0,02 pour le volant en plastique et deux fois supérieure pour celui en plume.

Il est possible de comprendre la linéarité entre les deux vitesses précédentes en écrivant l’équilibre du couple moteur et celui du frottement fluide s’appliquant sur une plume :

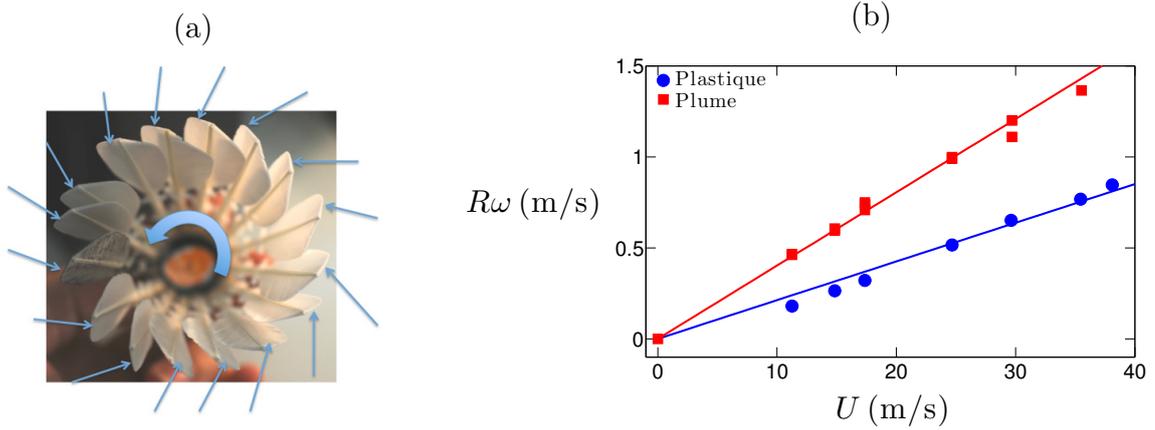


FIGURE 3.13 – (a) Schéma indiquant le sens de rotation d'un volant de badminton en plume avançant le nez vers l'avant. Les fines flèches bleues désignent la direction et le sens de la résultante des forces exercées par le fluide sur chaque plume. (b) Vitesse de rotation de l'extrémité du volant  $R\omega$  en fonction de la vitesse de l'écoulement  $U$  pour un volant en plastique MAVIS 370 (ronds bleus) et un volant en plume (carrés rouges).

$$\rho S_p \sin(\Lambda/2) \sin \beta \cos \beta U^2 R \sim \rho S_p \sin(\Lambda/2) \tan\left(\frac{R\omega}{U}\right) U^2 R \quad (3.10)$$

où  $S_p$  est la surface d'une plume,  $\Lambda/2$  le demi angle d'ouverture du volant et  $\beta$  celui d'inclinaison des plumes du à leur superposition. Les observations expérimentales montrent que  $R\omega \ll U$  ce qui permet de déduire la relation la relation :

$$R\omega \sim \sin \beta \cos \beta U \quad (3.11)$$

En plus de prédire la linéarité de la vitesse de rotation avec celle d'avancée du volant, cette approche permet de quantifier son coefficient de proportionnalité. Les caractéristiques du volant étant  $\Lambda \approx 45^\circ$  et  $\beta \approx 4^\circ$ , on trouve que  $R\omega \approx 0,06 U$ . Le modèle précédent capture grossièrement le phénomène de rotation d'un volant sur lui-même.

Interrogeons nous maintenant sur l'effet de la rotation du volant sur sa trajectoire. Pour répondre à cette question, une série d'expérience a été menée dans les souffleries du FAST. L'étude du coefficient de traînée d'un volant, dont la rotation est libre ou bloquée, est résumée sur les graphiques de la figure 3.14.

Ces expériences indiquent que le coefficient de traînée d'un volant en rotation est inférieur à celui de ce même volant sans rotation. On mesure une diminution du coefficient de traînée moyen de 0,73 à 0,65 pour un volant en plastique (cf. figure 3.14-(a)) et de 0,66 à 0,60 pour un volant en plume (cf. figure 3.14-(b)). Ce phénomène, mis ici en évidence pour deux volants particuliers, a été observé pour tous les modèles et types de volant étudiés.

L'effet de la rotation sur le coefficient de traînée d'un volant peut être compris en représentant les forces aérodynamiques qui s'appliquent à une plume. Le mouvement de rotation du volant soumet chaque extrémité de plume à un écoulement d'air de vitesse  $R\omega$ . Comme énoncé précédemment, cet écoulement applique une force sensiblement normale à la plume. Compte tenu de l'inclinaison de chaque plume d'angle  $\Lambda/2$  avec l'axe du volant, cette force de réaction du fluide possède une composante non nulle dans la direction d'avancée du volant. La somme des forces subies par chaque plume produit une résultante orientée dans le sens d'avancée du volant. Ainsi la rotation du volant induit une force qui s'oppose à

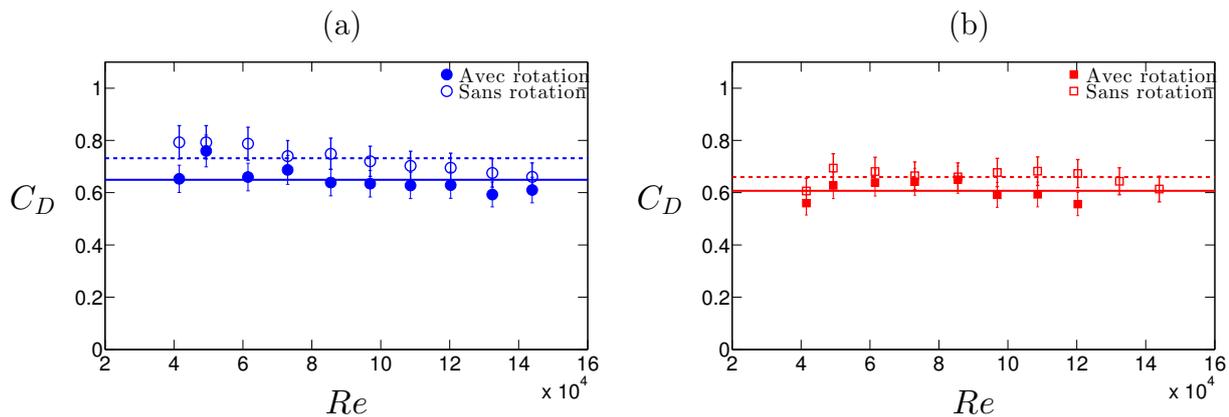


FIGURE 3.14 – Coefficient de traînée ( $C_D = 2F_D/\rho\pi R^2U^2$ ) d'un volant en fonction du nombre de Reynolds de l'écoulement ( $Re = 2RU/\nu$ ) selon qu'il est libre ou non de tourner sur lui-même. Les symboles pleins représentent les mesures pour une rotation libre alors que les symboles vides correspondent au cas où la rotation est interdite. (a) Cas du volant en plastique MAVIS 370. (b) Mesures relatives à un volant en plume.

la traînée totale du volant. On comprend que la traînée de cet objet soit réduite du fait de sa rotation autour de son axe. La réduction du coefficient de traînée d'un volant due à sa rotation propre va avoir pour effet d'augmenter sa longueur aérodynamique. Il en résulte une augmentation de la portée du volant par rapport au cas où ce même volant ne pourrait tourner sur lui-même. La différence de portée entre les deux cas envisagés est de l'ordre de 10% d'après les résultats tirés de la figure 3.14.

Dans le jeu de fond de court, la géométrie et la constitution d'un volant de badminton influent fortement sur sa trajectoire et donc sur sa portée. Les particularités du volant de badminton vont aussi importer sur le jeu proche du filet. Le cas de ce jeu sera abordé dans le chapitre 6.

## Conclusion

Ce chapitre nous a révélé la variété des trajectoires présentes en sport. Le comportement parabolique s'observe dans tous les sports lorsque la balle est lancée à une vitesse  $U_0$  inférieure à sa vitesse terminale  $U_\infty$ . Cette situation est systématique au basketball, au handball et à la pétanque. Dans ces disciplines, les trajectoires ne sont sensibles qu'à la vitesse et l'angle de tir des balles. Cependant la parabole n'est pas le seul cas rencontré en sport. De nombreuses balles sont lancées dans la limite aérodynamique ( $U_0 > U_\infty$ ). C'est le cas d'un dégagement au badminton et au football. Dans ce régime les trajectoires sont sensibles à la résistance de l'air qui limite leur portée. Cette dernière dépend alors principalement des caractéristiques des balles et de celles du fluide environnant. Ceci explique que les joueurs de badminton portent une attention particulière aux propriétés du volant employé pour le jeu. Le régime aérodynamique est également celui où la trajectoire de la balle peut être courbée par sa rotation propre. Lorsque cet effet se produit dans le plan de la trajectoire, il engendre une inclinaison du "mur aérodynamique" par rapport à la verticale et modifie la portée. Ce dernier est utilisé par les joueurs pour occuper au mieux l'espace du terrain.



# Chapitre 4

## Mouvement vertical non rectiligne

Devient gaga, celui qui trace sa trajectoire en ligne droite.

---

CLÉMENT PANSAERS

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Observations de zigzags verticaux . . . . .</b>	<b>79</b>
4.1.1	Mouvements ascendants d'objets sphériques . . . . .	79
4.1.2	Chutes de billes dans l'eau . . . . .	81
4.1.3	Chutes de balles dans l'air . . . . .	83
<b>4.2</b>	<b>Résultats expérimentaux . . . . .</b>	<b>85</b>
4.2.1	Caractérisation d'un zigzag . . . . .	85
4.2.2	Résultats . . . . .	86
<b>4.3</b>	<b>Description théorique . . . . .</b>	<b>87</b>
4.3.1	Mouvement vertical . . . . .	88
4.3.2	Mouvement transversal . . . . .	89
4.3.3	Résolution numérique . . . . .	90

---

*Ce travail a été réalisé avec Caroline Cohen.*

## Introduction

Le chapitre précédent s'est intéressé aux conséquences de la force de portance engendrée par l'effet Robins-Magnus. Celui-ci existe seulement si la sphère possède une rotation propre. Cependant, ce n'est pas le seul phénomène capable de produire des efforts transverses au mouvement d'une sphère. Le chapitre 1 nous a rappelé que l'intermittence d'un écoulement autour d'un objet sphérique engendrait également des forces de portance. L'étude qui suit considère leurs effets sur la trajectoire des projectiles. Nous verrons que l'alternance du signe et/ou de la direction des efforts transverses au cours du temps produit des trajectoires en zigzag. Leur étude s'inscrit dans le cadre plus général des trajectoires aérodynamiques du diagramme 1.21 vérifiant  $F_D/Mg > 1$  et  $F_L/F_D > 1$ .

Les effets des forces transverses seront d'autant plus visibles qu'elles agiront dans une direction où aucune autre force n'agit. La situation idéale pour ces observations est donc un mouvement vertical. Un exemple de chute verticale d'une bille dense dans un fluide est représentée sur la figure 4.1-(a) et (b). En dépit de la grande densité de la bille vis-à-vis de celle du fluide, on observe des trajectoires non rectilignes. Pour une chute verticale le poids, la poussée d'Archimède et la traînée du projectile sont orientés selon la direction verticale  $z$  et les forces transverses sont les seules à s'appliquer dans le plan horizontal  $(x,y)$  (cf. figure 4.1-(c)). Les expériences de chutes ou de montées verticales d'un objet sphérique sont classiques. Celles où les effets d'une force de portance y ont été observés sont résumées en début de chapitre. La suite est consacrée aux observations du phénomène de zigzag pour des chutes verticales dans l'air et dans l'eau réalisées au laboratoire. Nous étudierons les caractéristiques de ces trajectoires pour des balles aux propriétés variées. Enfin, ces données seront analysées en utilisant les mesures réalisées en soufflerie (rappelées au chapitre 1).

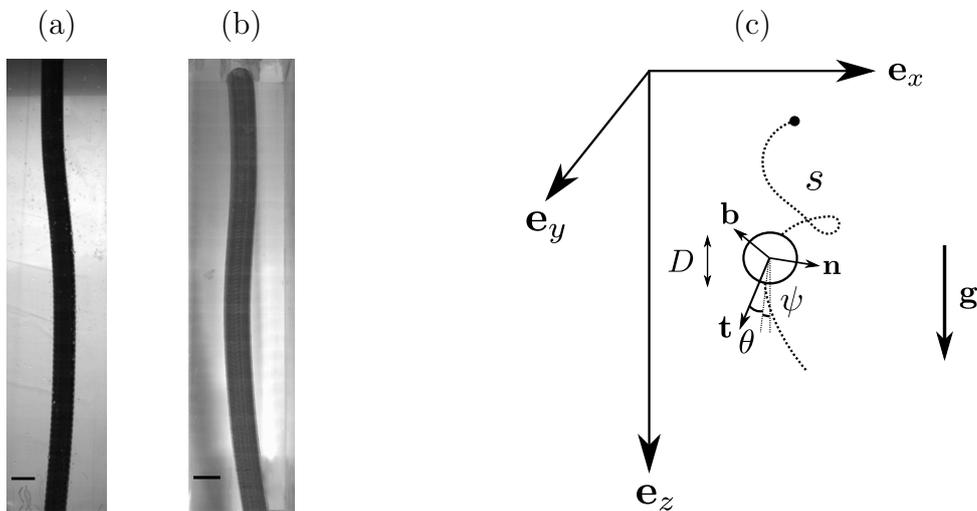


FIGURE 4.1 – (a) & (b) Trajectoires de chute verticale d'une bille homogène en acier ( $D = 5$  cm,  $\rho_b = M/(4\pi(D/2)^3/3) = 7,6 \times 10^3$  kg.m $^{-3}$ ) dans de l'eau ( $\rho = 1,0 \times 10^3$  kg.m $^{-3}$ ). La bille est lâchée sans vitesse ni rotation initiale d'une hauteur  $H = 1$  m. Les lignes noires en bas à gauche indiquent 5 cm. (c) Notations utilisées pour décrire les trajectoires des mouvements verticaux des billes. Une bille de diamètre  $D = 2R$  et de densité  $\rho_b$  chute dans un fluide de densité  $\rho$  selon la direction verticale  $z$ . La position de la bille peut être repérée par les coordonnées cartésiennes  $(x,y,z)$  mais également à l'aide des coordonnées curviligne  $s$ ,  $\theta$  et  $\psi$  dans le repère orienté par les vecteurs  $(\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b})$ .

## 4.1 Observations de zigzags verticaux

Selon la forme et les propriétés de l'objet étudié, son mouvement vertical dans un fluide montre des trajectoires rectilignes, périodiques ou irrégulières [67]. De nombreux physiciens ont été intrigués par ces phénomènes et ont cherché à les élucider. On peut citer les travaux de Léonard de Vinci pour le mouvement de montée des bulles d'air dans de l'eau (cf. figure 4.2-(a)), ceux d'Augsburger & al. et Burrows pour le mouvement des graines chutant depuis un arbre ou une plante [68, 69], ou encore ceux de Belmonte et Moses pour la chute d'une feuille de papier dans l'air (cf. figure 4.2-(b)) [70, 71]. Concernant les sphères, les trajectoires verticales non rectilignes ont été observées dans le cas d'un mouvement ascendant, c'est-à-dire pour des objets moins denses que le fluide [67]. Le paragraphe qui suit se propose de résumer l'état actuel des connaissances relatives à la sphère.

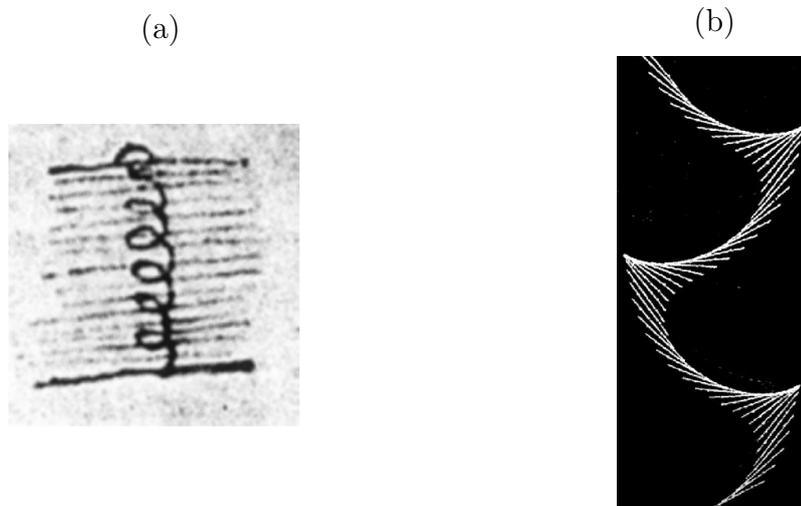


FIGURE 4.2 – (a) Détail d'un schéma du *Codex Leicester* de Léonard de Vinci montrant la trajectoire d'une bulle d'air dans de l'eau [72]. Cette image est issue de [73]. (b) Chronophotographie de la chute d'une feuille de papier dans l'air. Le point d'application des forces aérodynamiques change selon l'incidence de la feuille. Cette chronophotographie est extraite du travail de A. Belmonte et E. Moses [71].

### 4.1.1 Mouvements ascendants d'objets sphériques

Des mouvements ascendants non rectilignes peuvent être observés au quotidien dans un verre de champagne ou d'eau gazeuse. En effet, une bulle d'air qui remonte dans un fluide suit, selon les conditions, une trajectoire oblique, oscillante ou en forme de spirale. Ce phénomène a été étudié en détail par Saffman pour des petites bulles d'air ( $R < 4,0$  mm) se déplaçant dans de l'eau à des nombres de Reynolds compris entre 100 et 1000 [74]. Ce dernier montre qu'au-delà d'un nombre de Reynolds seuil égal à 400 (correspondant à  $R = 0,7$  mm dans son cas), la trajectoire d'une bulle cesse d'être rectiligne pour adopter une forme de zigzag. Saffman interprète cette transition comme celle du sillage d'un objet sphérique se déplaçant dans un fluide (cf. chapitre 1). Mougin et Magnaudet ont résolu numériquement le problème précédant dans la limite visqueuse en prenant en considération les effets du fluide sur la forme de la goutte (cf. figure 4.3-(a)) [75]. En se basant sur des observations expérimentales, Shew et Pinton ont réussi à déduire le système d'équation régissant la dynamique d'une bulle ascendante [76, 77].

L'existence de vibrations latérales lors du mouvement ascendant a également été observée pour des sphères indéformables et moins denses que le fluide [78, 79, 80]. Horowitz et Williamson ont mis en évidence le couplage du mouvement latéral d'une sphère peu dense avec le mode "4R" d'émission des tourbillons dans son sillage (cf. figure 4.3-(b)) [80, 81]. Dans ce cas, la sphère effectue une oscillation latérale lors de l'émission de quatre tourbillons en aval. Or la fréquence du phénomène d'émission tourbillonnaire en aval d'une sphère se fait dans cette gamme de Reynolds à nombre de Strouhal constant  $St \approx 0,19$  (cf. paragraphe 1.3.2). Par conséquent, la fréquence des oscillations latérales s'exprime ici comme :  $f \approx 0,05 U/D$ .

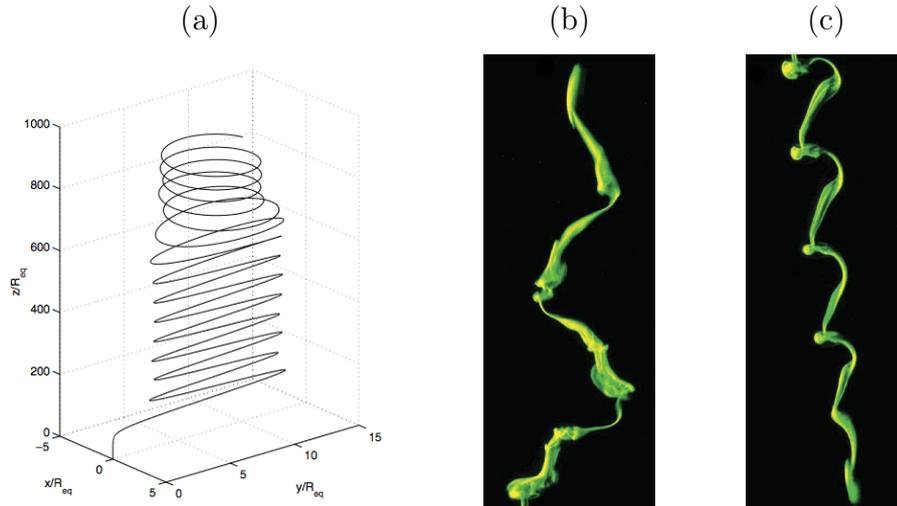


FIGURE 4.3 – (a) Exemple d'une trajectoire ascendante d'une bulle de gaz dans un fluide. Cette trajectoire est obtenue en simulant numériquement l'écoulement du fluide sur la bulle [75]. Dans ce cas, la bulle est un objet oblong de rapport d'aspect égal à 2,5, soumis à un nombre de Galilée  $Ga = g^{1/2}R^{3/2}/\nu = 138$ . (b) Visualisation du sillage d'une sphère montant dans un fluide plus dense ( $\rho_b/\rho = 0,08$ ) à  $Re = 450$ . Le couplage du mouvement de la sphère se fait selon un mode qui émet quatre tourbillons à chaque oscillation de cette dernière. (c) Visualisation du sillage d'une sphère tombant dans un fluide moins dense ( $\rho_b/\rho = 1,1$ ) à  $Re = 450$ . On observe un sillage composé d'une chaîne de boucle de vorticité orientée du même côté. Ceci engendre une trajectoire oblique de l'objet. Ces deux dernières visualisations ((b) et (c)) ont été effectuées par Horowitz et Williamson [80].

Le phénomène de vibration horizontale lors de la remontée d'une sphère dans un fluide agit sur le mouvement des ballons-sondes dans l'atmosphère [82, 83]. Ce comportement perturbe les mesures météorologiques réalisées à l'aide de ce dispositif.

Pour un mouvement vertical descendant, seules des trajectoires rectilignes et obliques ont été observées. Un exemple de ces dernières est montré sur la figure 4.3-(c). La visualisation du sillage de la sphère lors de sa chute permet de comprendre que le trajet non vertical est du   l'émission de boucles de vorticité orientées du même côté. D'après les résultats des travaux de Horowitz et Williamson, ce comportement cesse pour  $Re > 600$  indépendamment du rapport de densité entre la sphère et le fluide  $\rho_b/\rho$  [80]. Le diagramme 4.4 résume le domaine d'existence des différentes trajectoires d'une sphère soumise à un mouvement vertical.

Nous allons montrer dans la suite de ce chapitre qu'une sphère plus dense que le fluide ne suit pas nécessairement une trajectoire rectiligne. Pour des grands nombres de Reynolds, l'écoulement turbulent du fluide autour de la sphère engendre des trajectoires erratiques

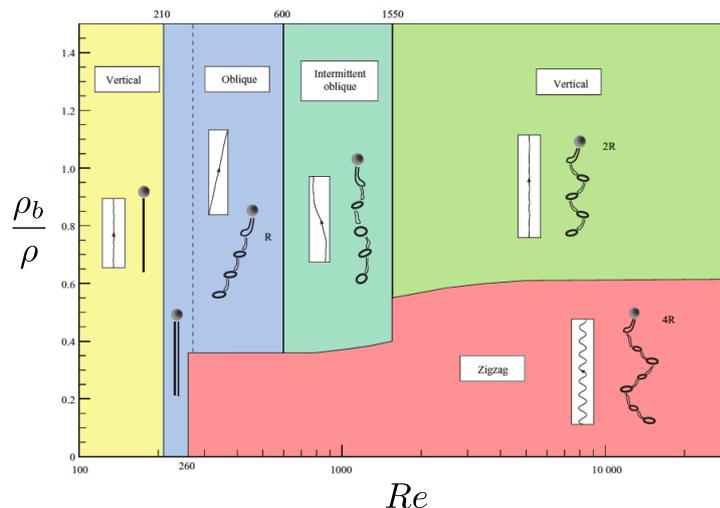


FIGURE 4.4 – Diagramme de phase  $(Re, \rho_b/\rho)$  des différentes trajectoires d'une sphere évoluant verticalement dans un fluide. Ce graphique est issu des travaux de Horowitz et Williamson [80].

dans la direction transverse au mouvement. Ce comportement demeure, quelle que soit la densité relative de l'objet vis-à-vis de celle du fluide.

#### 4.1.2 Chutes de billes dans l'eau

Nous avons réalisé des expériences de chutes verticales de spheres dans un bassin parallélépipédique rempli d'eau à 20°C. Cette dernière mesure 1,20 mètre de haut et 40 cm de côté. Des projectiles de différents diamètres et densités sont employés. Leurs caractéristiques sont regroupées dans les quatre premières lignes du tableau 4.1.

Les billes sont lâchées en haut et au milieu du bassin avec une vitesse nulle. Une attention particulière est portée à la méthode de lâcher afin qu'aucune rotation initiale ne soit donnée à la sphere. Une telle rotation pourrait perturber la trajectoire par l'intermédiaire de l'effet Robins-Magnus (cf. paragraphe 1.3.4). Le trajet des billes est enregistré par une caméra rapide filmant la chute vue de côté. L'installation d'un miroir à 45° sur un des côtés du bassin permet de visualiser la trajectoire de la bille selon les deux plans verticaux. Les figures 4.5-(a) et 4.5-(b) montrent un exemple de la chute verticale d'une bille lisse de polyacétal dans l'eau.

Ces clichés mettent en évidence le chemin non rectiligne qu'emprunte la bille lors de sa chute. La figure 4.5-(c) montre un exemple de l'enregistrement de la position du centre de masse de la bille selon la direction  $x$ . Ce graphique montre une trajectoire "flottante" dont la déviation latérale maximale est approximativement égale à 0,6 fois le diamètre  $D$  de la bille et dont un zigzag se produit sur environ 0,2 m, soit vingt fois son diamètre. Cependant, les oscillations latérales présentent un aspect erratique car elles varient en amplitude et en fréquence au cours du temps. Il est important de remarquer que le nombre de Strouhal typique, associé à ce phénomène, est estimé à :  $St = fD/U \approx 1 \times 10^{-2}/1 \approx 0,01$ . Il est inférieur d'un ordre de grandeur au phénomène d'émission tourbillonnaire en amont d'une sphere dans cette gamme de Reynolds. Ceci est cohérent avec l'existence d'un spectre basse fréquence pour les variations de la force de portance subie par une sphere (cf. paragraphe 1.3.3).

Balle	Fluide	$D$ (cm)	$M$ (g)	$\rho_b/\rho$	$\mathcal{L}$ (m)	Surface	$Re_\infty$
Bille en Poyacétal	eau	1,0	3	1,2	0,08	xxx	600
Bille en Polyacrylate	eau	1,0	4	1,4	0,09	xxx	600
Bille en verre	eau	1,0	5	2,0	0,13	xxx	700
Bille en acier	eau	0,55	0,7	8,0	0,30	xxx	600
Sphère lisse	air	40	200	20	53	xxx	$5,8 \times 10^5$
Plage	air	20	120	30	40	xxx	$2,5 \times 10^5$
Volleyball	air	20	400	46	61	x	$3,1 \times 10^5$
Handball	air	15	100	104	104	x	$3,0 \times 10^5$
Jabulani	air	21	450	88	80	xx	$3,5 \times 10^5$
Football hexagonal	air	22	480	90	85	x	$3,7 \times 10^5$

TABLE 4.1 – Caractéristiques des différents projectiles employés au cours des expériences de visualisation des trajectoires verticales : Dénomination du fluide où est conduite l’expérience, diamètre ( $D$ ) et masse ( $M$ ) de la sphère, rapport de la masse volumique du projectile sur celle du fluide environnant ( $\rho_b/\rho$ ), longueur aérodynamique ( $\mathcal{L} = U_\infty^2/g$ ), état de surface du projectile (critère arbitraire. La rugosité de la surface diminue avec le nombre de croix) et nombre de Reynolds typique des expériences ( $Re_\infty = 2DU_\infty/\nu$ ).

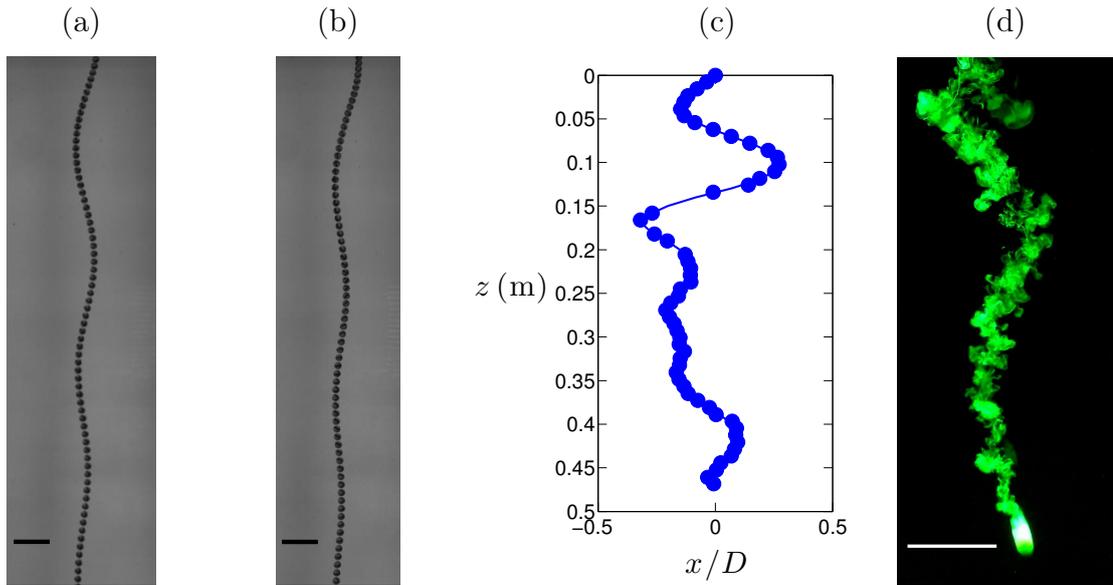


FIGURE 4.5 – Chronophotographies d’une bille en polyacétal ( $D = 10$  mm et  $\rho_b/\rho = 1,2$ ) chutant dans l’eau à nombre de Reynolds constant  $Re = 2,1 \times 10^3$  : (a) Vue de face ; (b) Vue de côté. Les barres noires représentent 5 cm et chaque image est séparée par 33 ms. (c) Exemple d’un enregistrement de la trajectoire expérimentale de cette bille lors de sa chute. (d) Visualisation du sillage de cette bille à l’aide d’un colorant fluorescent et d’un éclairage ultra-violet. La barre blanche indique une longueur de 5 cm.

L’utilisation de l’eau, en tant que fluide environnant, facilite la visualisation du sillage de la sphère. En enduisant sa surface d’un colorant fluorescent mélangé à un retardateur, elle va naturellement le disséminer lors de sa chute [84]. Un éclairage ultra-violet révélera alors les structures présentes en amont de la sphère. La figure 4.5-(d) présente un exemple

de ces visualisations. On y observe, comme attendu pour des nombres de Reynolds de  $2,1 \times 10^3$ , une émission tourbillonnaire complexe. Il est impossible d'établir à l'oeil nu, une corrélation entre cette émission et les déviations latérales de la bille. Cette observation pose la question de l'origine physique sous-jacente au couplage entre le mouvement de la sphère et son sillage.

Ces expériences ont permis de faire une observation expérimentale surprenante : une sphère lisse ne chute jamais de manière rectiligne dans un fluide lorsque le nombre de Reynolds associé à l'écoulement est élevé. Le seuil à partir duquel il est possible d'observer des trajectoires erratiques a pu être déterminé expérimentalement à  $Re_c \simeq 270$ . Cette valeur est proche de celle mesurée par Horowitz et Williamson [80]. Cependant, le maintien de ce phénomène pour des sphères de densité relative supérieure à l'unité n'a, à notre connaissance, jamais été rapporté.

### 4.1.3 Chutes de balles dans l'air

Afin d'enrichir les expériences précédentes et d'augmenter le rapport des densités, il est possible de les compléter par des chutes de sphères dans l'air. Comme l'eau, l'air est un fluide newtonien dont le comportement autour d'un objet dépend du nombre de Reynolds de l'écoulement. La différence de l'air avec l'eau réside dans la valeur plus grande de sa viscosité cinématique ( $\nu = 1,57 \times 10^{-5} \text{ m.s}^{-2}$  à  $20^\circ\text{C}$ ). Ceci implique que pour atteindre des nombres de Reynolds équivalents à ceux de l'eau, les vitesses et/ou les dimensions de la sphère doivent être augmentées.

L'étude des trajectoires de chutes verticales dans l'air a été menée avec une série de sphères et de balles aux propriétés variées. Leurs caractéristiques sont indiquées dans les dernières lignes du tableau 4.1. Ces balles ont été lâchées sans vitesse initiale du haut du viaduc des fauvelles, haut de 28 m. L'absence de promeneurs autour de cet édifice nous a permis de répéter les expériences de lâcher un grand nombre de fois sans risquer d'assommer personnes d'autres que nous-même ! Quelques exemples de chutes verticales vues de dessus sont représentés sur la figure 4.6.

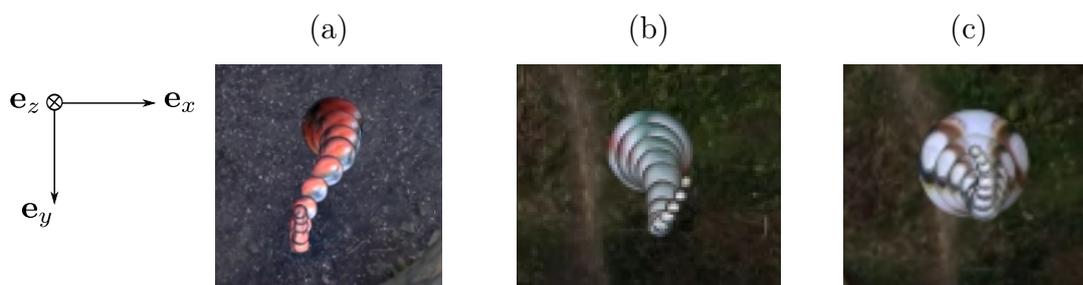


FIGURE 4.6 – Chronophotographies de ballons en chute verticale. Ces balles sont lâchées de 25 m de haut et la prise de vue est réalisée de dessus. Les images sont séparées par 10 ms et sont superposées en ordre inverse. (a) Ballon de plage. (b) Ballon de volleyball. (c) Ballon de football "Jabulani".

Ces chronophotographies montrent que les balles étudiées subissent systématiquement des oscillations dans le plan horizontal. Ainsi les trajectoires de chute ne sont ni rectilignes, ni obliques mais plutôt "zigzagantes". Sur une chute de 25 m, un seul changement de direction dans le plan horizontal est observé. Cependant, la direction de ces oscillations est susceptible de varier au cours de la chute. Il est important de remarquer que les balles présentent toujours la même face au cours de la chute. Ceci prouve que le lâcher s'effectue

sans rotation initiale et que la balle n'en acquiert pas pendant la chute. Le phénomène d'oscillation dans le plan horizontal est également observé pour les sphères de même taille et de même densité mais dont la surface est parfaitement lisse. Le rôle des coutures ne semble donc pas prépondérant pour expliquer l'origine de cet effet.

La capture vidéo des trajectoires précédentes selon une vue de côté et de dessus permet de les analyser à l'aide de l'outil numérique. Des exemples de chutes verticales pour le ballon de football "Jabulani" sont regroupés sur la figure 4.7-(a).

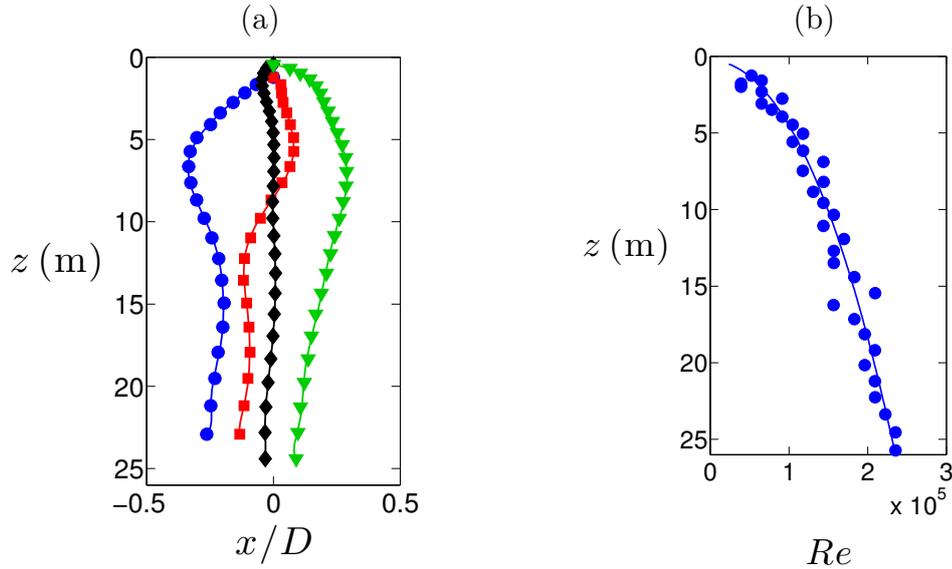


FIGURE 4.7 – (a) Déplacement latéral du centre de masse du ballon de football "Jabulani" selon la direction  $x$  en fonction de son altitude  $z$  pour différents essais. (b) Nombre de Reynolds de l'écoulement autour du ballon, calculé à partir de la vitesse de la balle au point d'altitude  $z$ .

Les déviations latérales, adimensionnées par le diamètre de la balle, environ égales à 0,3 sont du même ordre de grandeur que pour le cas précédent des billes dans l'eau. En revanche, la distance typique sur laquelle la trajectoire change de direction est bien plus grande. On observe généralement un changement de sens sur 25 m de chute alors que dans l'eau ce phénomène se produisait sur une distance typique allant de la dizaine de centimètre au mètre. Compte tenu des vitesses de chute  $U \approx 20$  m/s, le nombre de Strouhal correspondant aux oscillations latérales est estimé à  $St = fD/U \approx 1 \times 0,2/20 \approx 0,01$ . Cette valeur est du même ordre de grandeur que celle correspondant aux chutes de billes denses dans l'eau. Bien que les différents essais soient réalisés dans les mêmes conditions, les résultats varient notablement. Cette observation met en lumière le caractère erratique des trajectoires observées. Le déclenchement des oscillations horizontales ainsi que la direction des déviations latérales semblent être aléatoires. La figure 4.7-(b) montre l'évolution du nombre de Reynolds de l'écoulement d'air autour de la balle de football Jabulani lors de sa chute. On constate sur ce graphique qu'au bout de 25 m de chute, la balle est toujours en train d'accélérer. Ceci est en accord avec le fait que la hauteur de chute ( $H = 25$  m) est inférieure à la longueur aérodynamique du ballon ( $\mathcal{L} \approx 80$  m).

Dans les expériences précédentes, les projectiles sont soit dans une phase d'accélération (cas des expériences dans l'air), soit dans une phase de vitesse constante (cas des expériences dans l'eau). Dans ces situations, des trajectoires erratiques sont observées. Nous

verrons au chapitre 5 que ce comportement des balles se produit également lors de phase de décélération. Ce phénomène, aussi appelé effet de "flottement", semble insensible à l'accélération de la balle. En revanche, les caractéristiques des trajectoires dépendent fortement de la densité relative  $\rho_b/\rho$  et des propriétés de l'écoulement du fluide par l'intermédiaire du nombre de Reynolds. L'objectif de la suite de ce chapitre est de quantifier ces dépendances et de comprendre leurs origines.

## 4.2 Résultats expérimentaux

### 4.2.1 Caractérisation d'un zigzag

Avant d'entamer l'analyse quantitative des trajectoires flottantes, interrogeons-nous sur leurs caractérisations. Un zigzag idéal comme celui des points de couture visibles sur la figure 4.8-(a) peut être décrit par la largeur et la longueur de son motif. Cette description fonctionne lorsque le motif est répété de manière identique. En revanche, dans le cas où chaque motif est unique, comme dans celui d'une route sinueuse (cf. figure 4.8-(b)), d'autres paramètres de caractérisation doivent être envisagés.



FIGURE 4.8 – Exemples de zigzags : (a) les points de couture de type zigzag. (b) une route sinueuse au Canada. (c) Les méandres du fleuve Amazone.

En définissant le zigzag étudié par une fonction spatiale dans un repère cartésien, il est possible de calculer son spectre. Ce dernier contient toute l'information relative au zigzag considéré et permet de connaître l'intensité spectrale de chaque longueur d'onde. Cependant cette méthode souffre de précision lorsque la longueur du zigzag est courte. En outre, elle ne peut être appliquée dans des cas plus complexe où il est impossible de définir une fonction univoque entre les deux coordonnées du repère (comme l'exemple des méandres d'un fleuve de la figure 4.8-(c)).

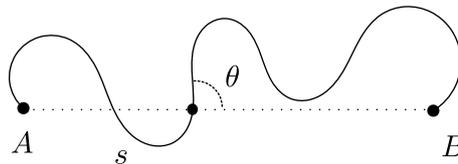


FIGURE 4.9 – Paramétrisation d'une trajectoire selon des coordonnées curvilignes.  $s$  est l'abscisse curviligne le long de la trajectoire et  $\theta$  l'angle entre la tangente à la trajectoire en ce point et une direction fixe.

Pour ces raisons, nous préférons les coordonnées curvilignes plutôt que cartésiennes, afin de paramétrer une trajectoire de type zigzag. La figure 4.9 introduit les notations

relatives à ces dernières. Une courbe est alors décrite par sa courbure locale qui s'exprime ainsi :

$$\mathcal{C}(s) = \frac{d\theta}{ds} \quad (4.1)$$

avec  $\theta$  l'angle entre la direction de la tangente à la trajectoire au point d'abscisse curviligne  $s$ . La connaissance de la fonction  $\mathcal{C}(s)$  et des coordonnées d'un point de la trajectoire, en donne une définition univoque. Pour des trajectoires de type "zigzag", la valeur moyenne de la courbure  $\langle \mathcal{C} \rangle$  va être sensiblement nulle alors que la variance  $\sqrt{\langle \mathcal{C}^2 \rangle}$  indique l'importance du nombre de zigzag et/ou de leur amplitude. C'est ce second paramètre qui va être pertinent pour décrire les trajectoires flottantes des ballons et qui est adopté comme mesure.

La suite du chapitre décrit l'étude expérimentale des trajectoires flottantes obtenues pour différents projectiles. L'analyse de ces trajectoires sera effectuée à l'aide du paramètre de courbure  $\sqrt{\langle \mathcal{C}^2 \rangle}$  précédemment introduit.

## 4.2.2 Résultats

Les expériences décrites précédemment permettent l'observation de trajectoires flottantes. L'analyse de ces trajectoires va permettre d'évaluer comment leurs caractéristiques évoluent avec les propriétés de la balle et de son lancer.

Sur chacune des trajectoires enregistrées, on détermine la variance de la courbure  $\sqrt{\langle \mathcal{C}_x^2 \rangle}$  selon la direction  $x$ . Les enregistrements des trajectoires étant discrets, le calcul du terme  $d\theta/ds$  amplifie grandement les incertitudes de mesure. Afin de limiter ce phénomène, les trajectoires sont interpolées par une fonction continue qui permet ensuite d'évaluer le terme de courbure  $\mathcal{C}_x(s)$ . Un exemple de l'interpolation d'une trajectoire flottante et du calcul de la courbure associé sont tracés sur les figures 4.10-(a) et 4.10-(b).

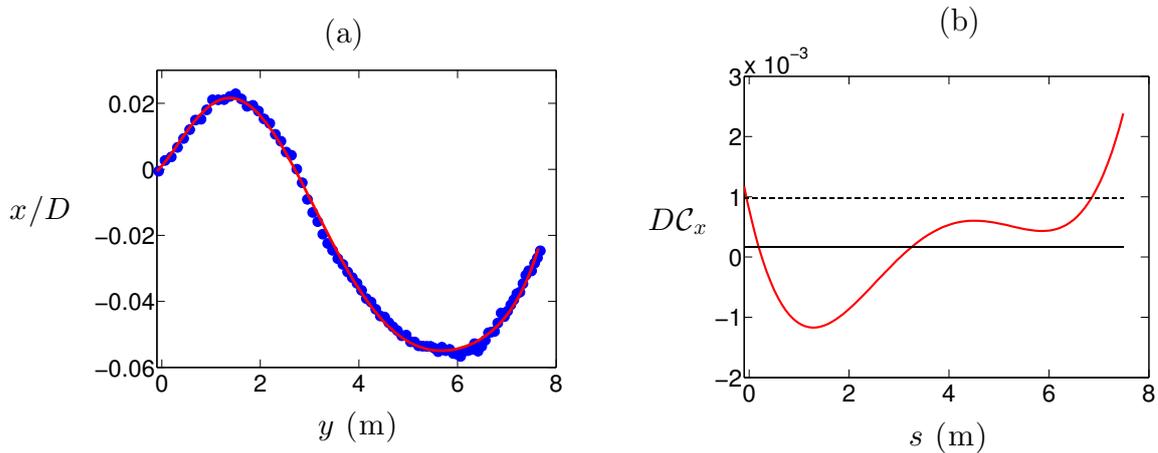


FIGURE 4.10 – Exemple du calcul de la courbure  $\mathcal{C}_x(s)$  à partir d'une trajectoire expérimentale d'un ballon de plage tiré dans l'air. (a) La trajectoire expérimentale (points bleus) est interpolée par une fonction continue (ligne continue rouge). (b) Cette interpolation permet le calcul de la courbure  $\mathcal{C}_x(s)$  (ligne continue rouge). La courbure est adimensionnée par le diamètre  $D$  de la balle. Il en découle l'estimation de la valeur moyenne de la courbure  $\langle \mathcal{C}_x \rangle$  (ligne continue noire) ainsi que celle de sa variance  $\sqrt{\langle \mathcal{C}_x^2 \rangle}$  (lignes pointillées noires).

Ces données donnent accès à la variance de la courbure  $\sqrt{\langle \mathcal{C}_x^2 \rangle}$  selon la direction  $x$ .

Cette quantité est calculée sur toute la longueur de la trajectoire, c'est à dire la hauteur de chute  $H$ . Compte tenu du caractère erratique des trajectoires flottantes, la valeur de  $\sqrt{\langle C_x^2 \rangle}$  fluctue d'un tir à l'autre. Il est donc important de considérer une valeur moyenne de ce paramètre sur plusieurs tirs réalisés dans les mêmes conditions. Les valeurs moyennes de  $\sqrt{\langle C_x^2 \rangle}$  pour les différentes balles utilisées au cours des expériences précédentes sont reportées dans le tableau 4.2.

Balle	$\rho_b/\rho$	$Re_\infty$	$H/D$	$D \sqrt{\langle C_x^2 \rangle}$	$\sqrt{\langle C_{Lx}^2 \rangle}$
Jabulani	88	$3,5 \times 10^5$	140	$1,2 \times 10^{-3}$	0,14
Volleyball	46	$3,1 \times 10^5$	140	$2,8 \times 10^{-3}$	0,16
Plage	30	$2,5 \times 10^5$	140	$3,3 \times 10^{-3}$	0,13
Bille en acier	8,0	600	120	$1,8 \times 10^{-2}$	0,19
Bille en verre	2,0	700	120	$2,2 \times 10^{-2}$	0,08
Bille en Polyacétal	1,2	600	120	$4,2 \times 10^{-2}$	0,08

TABLE 4.2 – Caractéristiques des trajectoires flottantes pour les différentes balles et billes employées au cours des expériences : rapport de la masse volumique de la bille sur celle du fluide environnant ( $\rho_b/\rho$ ), nombre de Reynolds de l'écoulement du fluide autour du projectile ( $Re_\infty = DU_\infty/\nu$ ), hauteur de chute adimensionnée par le diamètre de la balle ( $H/D$ ), moyenne de la variance de la courbure adimensionnée par le diamètre de la sphère ( $D \sqrt{\langle C_x^2 \rangle}$ ) et variance du coefficient de portance ( $\sqrt{\langle C_{Lx}^2 \rangle}$ ) calculé au moyen de la relation (4.10).

Les données précédentes permettent d'étudier la dépendance des caractéristiques des trajectoires flottantes avec les propriétés de la balle et de l'écoulement du fluide autour d'elle. Un projectile est décrit par sa masse volumique par rapport à celle du fluide. L'écoulement est quant à lui décrit par la valeur du nombre de Reynolds. La figure 4.11 indique la dépendance du paramètre de courbure adimensionné par le diamètre du ballon,  $D \sqrt{\langle C_x^2 \rangle}$ , en fonction du rapport des masses volumiques de la balle et du fluide,  $\rho_b/\rho$ .

Le graphique précédent montre une diminution du paramètre de courbure avec  $\rho_b/\rho$ . Bien que les expériences soient effectuées pour des nombres de Reynolds différents, les points s'alignent autour d'une même droite de pente -1 en échelle logarithmique (ligne solide noire sur la figure 4.11). Plus une balle est dense relativement au fluide qui l'entoure, plus l'effet de flottement sera ténu. Ce résultat se retrouve dans la pratique où on observe plus facilement zigzaguer une balle de plage légère qu'un ballon de football dense.

Les tendances précédentes doivent être confrontées à celles attendues théoriquement. Pour cela, il est nécessaire de résoudre les équations du mouvement relatif à la chute verticale d'une balle en considérant les forces exercées par le fluide.

### 4.3 Description théorique

L'équation du mouvement régissant le mouvement vertical d'une sphère soumise à la gravité et aux effets du fluide s'écrit :

$$M \frac{dU}{dt} = Mg + \mathbf{F}_\pi + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L \quad (4.2)$$

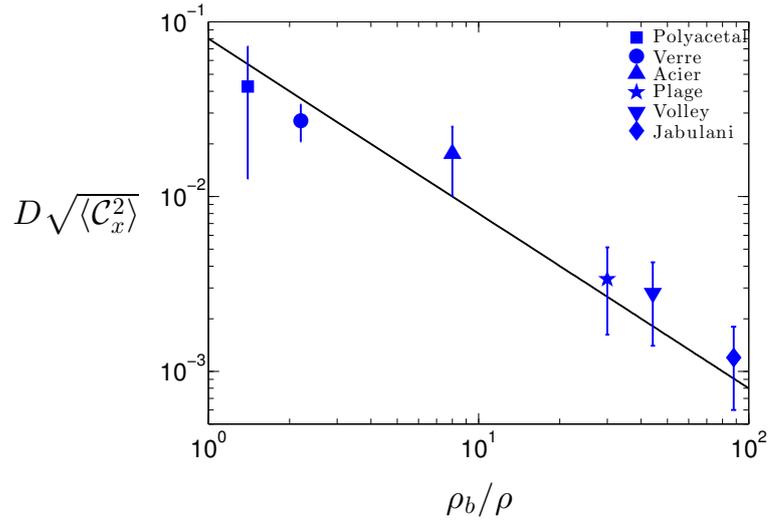


FIGURE 4.11 – Moyenne du paramètre de courbure  $D\sqrt{\langle C_x^2 \rangle}$  mesurée sur des trajectoires flottantes en fonction du rapport entre la densité de la balle et celle du fluide. Chaque point correspond à une moyenne sur plus d’une dizaine de trajectoires réalisées dans les mêmes conditions. La ligne noire représente l’ajustement des données expérimentales (points bleus).

avec  $M$  la masse du projectile,  $\mathbf{U}$  sa vitesse,  $\mathbf{g}$  l’accélération de la pesanteur,  $\mathbf{F}_\pi$  la poussée d’Archimède exercée par le fluide,  $\mathbf{F}_D$  la traînée subie par la sphère et  $\mathbf{F}_L$  la force transverse. En supposant que le mouvement de la balle est principalement vertical, soit  $U \approx U_z$  ou  $\theta \ll 1$  et  $\psi \ll 1$  (cf. figure 4.1-(c)), la résolution de l’équation précédente peut être découplée selon la direction verticale  $z$  et le plan horizontal  $(x,y)$ . Commençons par analyser le mouvement de la particule le long de l’axe vertical.

### 4.3.1 Mouvement vertical

Selon la direction  $z$ , l’équation (4.2) se ramène à :

$$\frac{dU}{dt} = g^* - \frac{U^2}{\mathcal{L}} \quad (4.3)$$

où  $\mathcal{L} = 2M/\rho S C_D$  est la longueur aérodynamique du projectile et  $g^* = (\rho_b - \rho)g/\rho_b$  la gravité effective. Cette équation différentielle possède une solution exacte qui s’exprime, avec la condition  $U(t=0) = 0$ , de la manière suivante :

$$U(t) = \sqrt{\mathcal{L}g^*} \tanh\left(\sqrt{g^*/\mathcal{L}} t\right) \quad (4.4)$$

Cette relation peut s’intégrer une seconde fois avec la condition  $z(t=0) = 0$  pour donner :

$$z(t) = \mathcal{L} \ln\left(\cosh\left(\sqrt{g^*/\mathcal{L}} t\right)\right) \quad (4.5)$$

Cette expression est représentée sous forme adimensionnée sur la figure 4.12-(a). Il est donc possible de d’exprimer la vitesse  $U$  en fonction de la position  $z$  :

$$U(z) = \sqrt{\mathcal{L}g^*} \tanh\left(\operatorname{acosh}\left(e^{z/\mathcal{L}}\right)\right) \quad (4.6)$$

Cette expression montre que la vitesse verticale du projectile tend vers une valeur limite  $U_\infty = \sqrt{\mathcal{L}g^*}$  sur une distance typique  $\mathcal{L}$ . L'évolution de la vitesse  $U$  avec l'altitude  $z$  est tracée sur la figure 4.12-(b).

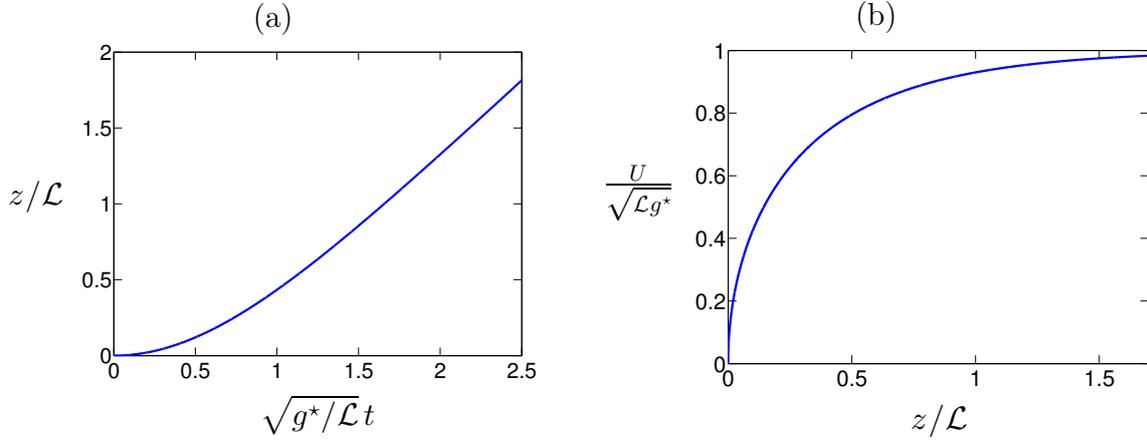


FIGURE 4.12 – Trajectoire de la chute verticale d'un projectile de longueur aérodynamique  $\mathcal{L}$  : (a) Tracé de la position verticale adimensionnée  $z/\mathcal{L}$  en fonction du temps adimensionné  $\sqrt{g^*/\mathcal{L}}t$ . Cette courbe correspond à l'expression théorique (4.4). (b) Évolution de la vitesse verticale adimensionnée  $U/\sqrt{\mathcal{L}g^*}$  en fonction de  $z/\mathcal{L}$ . Cette courbe correspond à l'expression théorique (4.6).

### 4.3.2 Mouvement transversal

L'équation (4.2) projetée selon la direction normale  $\mathbf{n}$  (cf. figure 4.1-(c)), se ramène à :

$$MU^2 \frac{d\theta}{ds} = \frac{1}{2} \rho S C_{Lx} U^2 \quad (4.7)$$

qui se simplifie pour donner :

$$D \frac{d\theta}{ds}(t) = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_b} C_{Lx}(t) \quad (4.8)$$

où  $d\theta/ds$  correspond à la courbure  $\mathcal{C}_x$  de la trajectoire selon la direction  $x$ . De la même manière, l'équation du mouvement selon la direction  $\mathbf{b}$  mène à :

$$D \frac{d\psi}{ds}(t) = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_b} C_{Ly}(t) \quad (4.9)$$

Les équations (4.8) et (4.9) explicitent le lien instantané entre la courbure et le coefficient de portance selon les directions  $x$  et  $y$ . Plus la valeur du coefficient de portance est élevée, plus la courbure de la trajectoire adimensionnée par le diamètre du projectile est importante. Cette courbure dépend également de l'inverse du rapport  $\rho_b/\rho$ . Le lien entre la courbure selon la direction  $x$  et le coefficient de portance  $C_{Lx}$  peut également être explicité en terme de variance selon la relation :

$$D \sqrt{\langle \mathcal{C}_x^2 \rangle} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_b} \sqrt{\langle C_{Lx}^2 \rangle} \quad (4.10)$$

Les prédictions de ce modèle doivent être comparées aux résultats expérimentaux exposés au paragraphe 4.2.2. La relation (4.10) implique que le paramètre de courbure  $D \sqrt{\langle \mathcal{C}_x^2 \rangle}$

soit inversement proportionnel au rapport des masses volumiques  $\rho_b/\rho$ . Ceci est en accord avec la tendance observée sur la figure 4.11. L'ajustement de ces données expérimentales fournit une estimation du coefficient directeur de la droite qui lie  $D\sqrt{\langle C_x^2 \rangle}$  à  $\rho/\rho_b$ . Cette estimation mène à celle de la variance du coefficient de portance  $\sqrt{\langle C_{Lx}^2 \rangle} \approx 4 \times 0,08/3 \approx 0,11$ . Cette valeur est légèrement supérieure à celle mesurée en soufflerie par Norman qui est compris entre 0,05 et 0,10 dans cette gamme de nombre de Reynolds [14]. Plus en détail, la dernière colonne du tableau 4.2 regroupe les valeurs de  $\sqrt{\langle C_{Lx}^2 \rangle}$  déduites des mesures du paramètre de courbure par l'intermédiaire de la relation (4.10).

Au final, les propriétés des trajectoires flottantes obtenues lors des chutes verticales sont cohérentes avec un scénario de forces de portance fluctuantes au cours du temps. L'intensité des déviations latérales est en accord avec celle attendue en considérant les mesures réalisées en soufflerie sur une sphère lisse. Cet accord concerne l'évolution des caractéristiques globales de la trajectoire en fonction des propriétés de la balle. Il est également intéressant de résoudre exactement les trajectoires de chutes verticales pour les comparer avec celles expérimentales.

### 4.3.3 Résolution numérique

Les équations de la dynamique, relatives au mouvement transversal, peuvent être résolues numériquement. Pour cela, il faut connaître la dépendance temporelle des coefficients de portance  $C_{Lx}$  et  $C_{Ly}$ . Celle-ci peut être déduite des résultats des expériences de Norman & al. réalisées en soufflerie [14]. La figure 1.18 présente des exemples de l'évolution de la densité spectrale  $\Phi$  des signaux  $C_{Lx}(t)$  et  $C_{Ly}(t)$  en fonction de la fréquence adimensionnée  $St = fD/U$  pour différents nombres de Reynolds. Ces résultats permettent de déduire l'évolution temporelle du coefficient de portance subie par une sphère au moyen de la décomposition spectrale suivante :

$$C_{Lx,y}(t) = \int_0^\infty \tilde{C}_{Lx,y}(f) \cos(2\pi ft + \Psi) df \quad (4.11)$$

avec  $f = StU/D$ ,  $\Phi(St) = 2|\tilde{C}_{Lx,y}(f)|^2 U/D$  et  $\Psi$  la phase de chaque composante spectrale. Cette dernière n'a pas été déterminée expérimentalement et peut varier avec la fréquence  $f$ . Compte tenu des observations expérimentales de chutes verticales, nous considérerons dans la suite que la valeur de  $\Psi$  est aléatoire entre 0 et  $2\pi$  pour chaque fréquence  $f$ . La résolution numérique des équations du mouvement est détaillée dans l'annexe B pour le cas général d'une particule lancée avec une vitesse et un angle initial. On montre dans cette annexe que le choix du type de distribution aléatoire pour tirer les valeurs de  $\Psi$  influence peu les propriétés des trajectoires numériques.

Des exemples de trajectoires résultant de l'intégration numérique des équations (4.3), (4.8), (4.9) et (4.11) sont montrés sur la figure 4.13 pour une balle ayant les caractéristiques du ballon "Jabulani".

Ces trajectoires doivent être comparées à celles expérimentales présentées à la figure 4.7-(a). Pour une chute de 25 m, l'amplitude des déviations latérales est de l'ordre d'un demi diamètre de ballon dans les deux cas. Aussi, les trajectoires expérimentales et numériques montrent que le projectile effectue généralement un seul zigzag sur cette hauteur de chute. La figure 4.13-(b) représente l'évolution du nombre de Reynolds avec la hauteur de chute  $z$  issue de la résolution numérique. Cette courbe est proche de celle observée expérimentalement (cf. figure 4.7-(b)). Le bon accord entre les propriétés des trajectoires numériques et expérimentales permet de valider l'approche précédente.

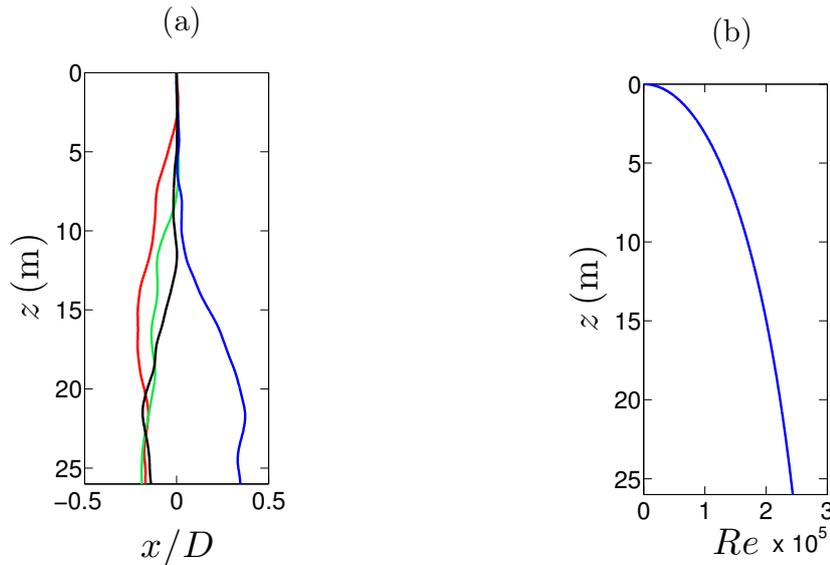


FIGURE 4.13 – Trajectoires numériques de chute de projectile selon la verticale  $z$ . La balle possède les caractéristiques du ballon de jabulani ( $D = 21$  cm,  $\rho_b/\rho = 88$  et  $C_D = 0,4$ ). (a) Projection de quatre trajectoires dans le plan  $(x, z)$ . (b) Évolution du nombre de Reynolds en fonction de la hauteur de chute  $z$ .

On peut s'étonner de l'utilisation de mesures stationnaires ( $U$  est maintenu constant en soufflerie) afin de prédire la trajectoire d'une particule soumise à une accélération. Cette approche se justifie en estimant la variation relative de la vitesse de la balle  $\Delta U/U$  pendant le temps caractéristique d'évolution du sillage  $\Delta t = St D/U$ . D'après l'équation (4.3), la variation de la vitesse de la balle  $\Delta U$  pendant un temps  $\Delta t$  est bornée par :  $\Delta U/U < g^* St D/U^2$ . La condition  $\Delta U/U \ll 1$  implique que  $St \ll U^2/Dg^*$ . Or les spectres de la figure 1.18 montrent que la densité spectrale relative à l'écoulement autour d'une sphère, décroît fortement avec la fréquence adimensionnée  $St$ . Pour  $St > 1$ , la densité spectrale est près de quatre ordres de grandeur en deçà de sa valeur maximale. En adoptant le critère  $St < 1$ , l'écoulement du fluide autour de la sphère soumise à une accélération pourra être traité dans le cadre d'une approximation quasi stationnaire si  $U^2/Dg^* \gg 1$ . Cette condition est vérifiée pour toutes les expériences précédentes. Les effets de l'accélération du projectile sur l'écoulement de fluide l'environnant peuvent donc être négligés.

L'outil numérique est maintenant utilisé pour répondre à différentes questions dont les réponses sont difficilement accessibles par l'expérience.

La détection d'un zigzag dans la trajectoire d'un corps dense en chute verticale est un phénomène surprenant, rarement observé. Ceci s'explique par la faible déviation latérale (de l'ordre du diamètre de la bille) et la grande distance de chute nécessaire à son observation. Dans ce contexte, il est naturel de s'interroger sur la hauteur minimale de chute nécessaire à l'observation d'un effet de flottement. En simulant un grand nombre de chutes verticales il est possible de déduire l'écart-type  $\delta$  des trajectoires par rapport au cas sans portance ( $\delta = \sqrt{\langle x^2 \rangle + \langle y^2 \rangle}$ ). La figure 4.14-(a) montre l'évolution de  $\delta$  avec la hauteur de chute  $z$  pour une balle ayant les caractéristiques du ballon de jabulani.

Cette courbe révèle la croissance de la dispersion  $\delta$  d'une trajectoire verticale avec la hauteur de chute. Il est possible de définir un seuil à partir duquel l'effet de flottement perturbe sensiblement la chute d'un corps dense. Nous avons choisi de s'intéresser à la distance  $z_c$  à partir de laquelle la dispersion  $\delta$  devient supérieure au diamètre  $D$  de la

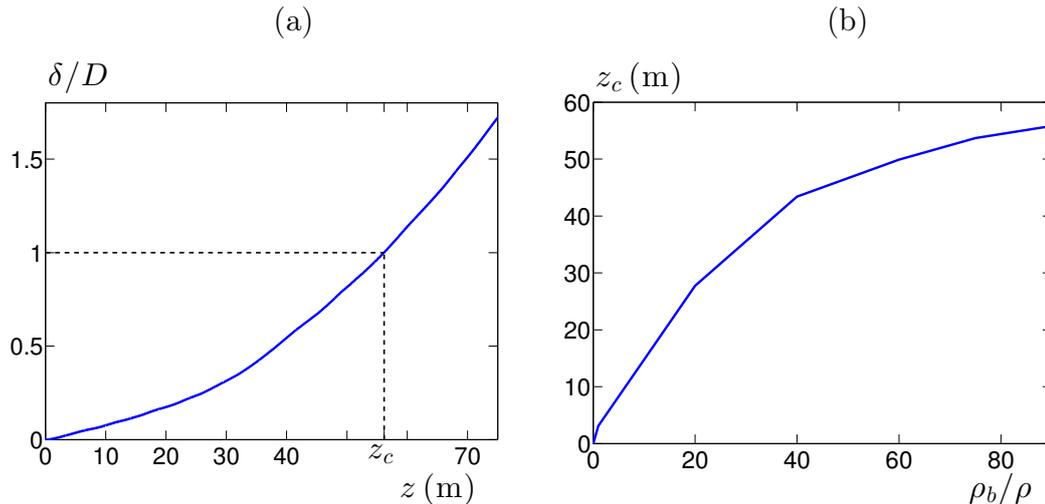


FIGURE 4.14 – (a) Dispersion moyenne  $\delta$  des trajectoires de chute verticale en fonction de la hauteur de chute. Cette quantité est estimée au moyen de l'intégration numérique des équations (4.3), (4.8) et (4.9) avec une balle ayant les caractéristiques d'un ballon de football "Jabulani" ( $D = 21$  cm,  $\rho_b/\rho = 88$  et  $C_D = 0,4$ ). (b) Évolution de la hauteur minimale de chute  $z_c$ , requise afin d'observer un écart moyen à la verticale supérieur à  $D$ , en fonction du rapport des densités  $\rho_b/\rho$ .

balle ( $\delta(z_c) = D$ ). Dans le cas du ballon de football "Jabulani", cette hauteur de chute est évaluée numériquement à environ 56 m. La figure 4.14-(b) représente l'évolution de la hauteur seuil  $z_c$  en fonction du rapport de la densité de la balle sur celle du fluide  $\rho_b/\rho$ .

On observe sur ce graphique que la hauteur minimale, nécessaire pour observer des déviations latérales supérieures au diamètre du ballon, augmente avec  $\rho_b/\rho$  à diamètre de balle fixé. Ceci explique que les trajectoires erratiques s'observent sur une hauteur bien plus faibles pour des billes dans l'eau que des ballons dans l'air.

## Conclusion

L'étude précédente a montré qu'une sphère se déplaçant dans un fluide est soumise à des forces de portance non stationnaires. Ce phénomène est particulièrement sensible pour des trajectoires verticales où aucune autre force transverse ne vient s'ajouter à celles de portance. Dans ce cas, les trajectoires ne sont plus rectilignes mais zigzagantes. Elles subissent des déviations latérales dépendantes du temps. Ces déviations sont importantes pour des objets légers par rapport au fluide comme des bulles d'air remontant dans l'eau. Cependant le caractère erratique des trajectoires est également visible pour des sphères plus denses que le fluide environnant. C'est le cas des ballons de football ou de volleyball dans l'air.

L'observation des déviations latérales de différentes balles soumises à une chute verticale nous a permis de caractériser ce phénomène. Les trajectoires expérimentales sont en accord avec les prédictions déduites des mesures de forces de portance effectuées en soufflerie. Nous avons montré que c'est l'existence de composantes basses fréquences dans le spectre des forces latérales qui est à l'origine du phénomène des oscillations latérales. Il serait intéressant de faire appel à l'outil numérique afin de comprendre l'origine physique de ces fréquences. Par ailleurs, plusieurs expériences complémentaires pourraient être conduites.

En premier lieu, toutes les trajectoires observées dans l'air correspondent à un régime où la balle est encore soumise à une accélération. En utilisant une hauteur de chute bien plus importante, on peut imaginer caractériser le mouvement de la balle dans un régime de vitesse constante. Ensuite, la visualisation des trajectoires sur une grande distance empêche d'obtenir une image résolue à l'échelle de la balle. Pourtant, il serait pertinent d'étudier un éventuel couplage entre les déviations latérales du projectile et sa position angulaire. Pour cela, on peut imaginer placer un accéléromètre à six composantes au coeur de la balle. Ceci permettrait de suivre à la fois les mouvements de translation et de rotation.



# Chapitre 5

## Trajectoires flottantes

A butterfly with hiccups.

---

WILLIE STARGELL

### Sommaire

---

<b>5.1</b>	<b>Expériences de déviation à l'Est . . . . .</b>	<b>96</b>
5.1.1	Résultats historiques . . . . .	97
5.1.2	Comparaison avec la théorie . . . . .	99
5.1.3	Conditions d'observation de la déviation vers l'est . . . . .	103
<b>5.2</b>	<b>Sur un terrain de sport . . . . .</b>	<b>104</b>
5.2.1	Observations de trajectoires flottantes . . . . .	105
5.2.2	Production de trajectoires flottantes . . . . .	107
5.2.3	Trajectoires numériques . . . . .	110
<b>5.3</b>	<b>Un phénomène rare . . . . .</b>	<b>112</b>
5.3.1	Distance d'observation . . . . .	112
5.3.2	Vitesse de la balle . . . . .	113
5.3.3	Rotation de la balle . . . . .	115

---

Ce travail a été réalisé avec l'agent K<sup>1</sup>.

---

1. plus connue sous le nom de Caroline Cohen.

## Introduction

Le chapitre précédent a montré l'existence de trajectoires erratiques lors de la chute verticale d'une balle. Ce comportement est causé par les fluctuations temporelles des forces de portances subies par une sphère. L'effet de flottement est particulièrement visible pour les trajectoires verticales car aucune autre force transverse ne s'applique au projectile. La question qui se pose dans ce chapitre, est l'existence d'un mouvement erratique en dehors de cette situation idéale, lorsque les forces de portance se superposent à une autre force.

Dans un premier temps, nous allons considérer les expériences historiques de déviation vers l'Est. Celles-ci consistent à mesurer la déviation latérale d'un objet causée par la force de Coriolis lors de sa chute verticale. Cette mesure fut la première expérience imaginée par l'homme pour prouver la rotation de la Terre sur elle-même. Nous nous demanderons dans quelle mesure les forces de portance ont pu perturber le résultat de ces expériences. Dans un deuxième temps, les trajectoires flottantes seront étudiées dans le domaine du sport. Au baseball, au football et au volleyball, les balles peuvent suivre des trajectoires erratiques. Lorsque celles-ci sont lancées avec une rotation faible, il arrive que leurs parcours fluctuent de part et d'autre d'un chemin rectiligne tel un zigzag. Cette situation est beaucoup plus complexe que celle d'une simple chute verticale. Dans ce cas, les forces de portance sont en compétition avec l'effet du poids de la balle. De plus, la rotation de cette dernière sur elle-même modifie l'intensité des forces transverses qu'elle subit (cf. paragraphe 3.2). Nous identifierons dans quelles conditions des trajectoires erratiques peuvent apparaître sur le terrain et perturber le jeu.

### 5.1 Expériences de déviation à l'Est

L'idée que la Terre tourne sur elle-même apparaît dès le IV<sup>ème</sup> siècle av J.C. avec Héraclide du Pont. Cependant, la preuve expérimentale de ce phénomène ne fut obtenue qu'en 1851 avec la célèbre expérience du pendule de Foucault [85]. Entre ces deux dates, de nombreux débats agitent les scientifiques sur l'existence de la rotation de la Terre et sur le moyen de la mettre en évidence. C'est dans ce cadre que Galilée énonce le principe d'inertie des corps et pose les bases de la Mécanique [86]. À l'aide de ce principe, il explique qu'un objet lâché du haut d'une tour tombe à la verticale de cette dernière, quelle que soit la vitesse de la tour. Par conséquent, Galilée ne croit pas qu'il soit possible de prouver la rotation de la Terre par une expérience réalisée à sa surface. C'est Newton en 1679 qui est le premier à proposer un protocole expérimental permettant de mettre en évidence ce phénomène. Celui-ci consiste à regarder la déviation latérale de la chute d'un objet. Selon Newton, le sol étant plus près du centre de la Terre que le point de lancer, il possède une vitesse légèrement plus faible. Au cours de la chute du projectile, ce dernier doit donc parcourir une distance plus faible que le haut de la tour où il a été lancé. Ce raisonnement prédit une déviation de l'objet vers l'est par rapport à la verticale de son point de départ. La déviation latérale attendue est typiquement de quelques centimètres pour une chute d'une centaine de mètres. L'expérience est proposée à la Société Royale de Londres, institution dirigée par Robert Hooke dont les relations avec Isaac Newton sont particulièrement mauvaises. C'est certainement cela qui pousse Robert Hooke à prédire une déviation différente de son rival, vers le sud-est, sans en expliquer l'origine. Le 18 décembre, le président rend compte de ses expériences à la Société Royale et rapporte une déviation vers le sud-est. Cependant, la hauteur de chute était d'environ 8 mètres et la déviation

attendue dans ces conditions, inférieure à un demi-millimètre ! Émettant un doute quand à la validité de ses résultats, la Société Royale demande à assister aux expériences. À partir de cette requête, les procès verbaux ne relatent plus les résultats de Hooke...

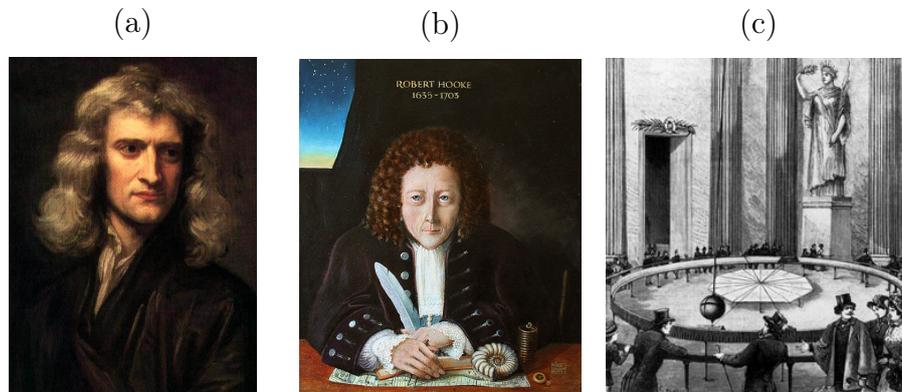


FIGURE 5.1 – (a) Portrait de Sir Issac Newton peint par Sir Godfrey Kneller en 1689. (b) Dr. Robert Hooke. (c) Illustration représentant l'expérience de Foucault au Panthéon en 1851.

Pendant les 172 ans qui séparent l'idée de Newton et l'expérience du pendule de Foucault, un grand nombre de physiciens vont tenter d'observer la déviation vers l'est lors d'une chute verticale. Le paragraphe suivant retrace leurs histoires et résume leurs résultats. Nous tentons ensuite de savoir dans quelle mesure le comportement erratique de ces trajectoires, du à l'existence de forces de portance, a pu influencer sur leurs observations.

### 5.1.1 Résultats historiques

L'expérience suggérée par Newton fut reprise près d'un siècle plus tard, en 1790, par un jeune abbé italien, J.-B. Guglielmini. Celui-ci utilisa la tour *degli Asinelli* à Bologne (cf. figure 5.2-(a)) et ses 100 mètres de haut pour tenter de mesurer la déviation vers l'est d'un corps en chute verticale. Guglielmini remarque rapidement la grande sensibilité de ces expériences vis-à-vis de la méthode de lâcher de la bille et des courants d'air. Le jeune savant améliore grandement la technique de lâcher des billes afin que leurs vitesses et rotations initiales soient parfaitement nulles. Cependant, la détermination de la verticale étant réalisée ultérieurement aux lâchers, les résultats de Guglielmini ne peuvent être considérés comme fiables [87].

Le travail de Guglielmini est poursuivi en 1802 par le docteur Benzenberg [88]. Ce dernier conduisit ses expériences à la tour de l'église Saint Michel à Hambourg haute d'environ 150 mètres (cf. figure 5.2-(b)). Benzenberg réutilise le principe de la pince de Guglielmini pour le lâcher les billes et apporte des nombreux perfectionnements quant à la qualité des projectiles. Ces derniers étaient constitués d'un alliage de plomb, d'étain et de zinc fondu avec soin afin d'obtenir les sphères les plus homogènes possibles. L'arrière des billes étaient ensuite percées d'un petit trou afin d'éviter la naissance d'une rotation au lâcher. En effet, la moindre rotation du projectile sur lui-même provoquait des déviations à l'arrivée bien plus importantes que celles attendues par la théorie.

C'est la construction d'un puits de mine profond de 160 mètres dans les environs de Freiberg qui relança une fois de plus les expériences de déviation de la chute des corps. Elles sont alors conduites par le Professeur Reich et le mécanicien Brendel durant l'été 1831 [89]. En plus de toutes les précautions utilisées par ses prédécesseurs, Reich s'assura

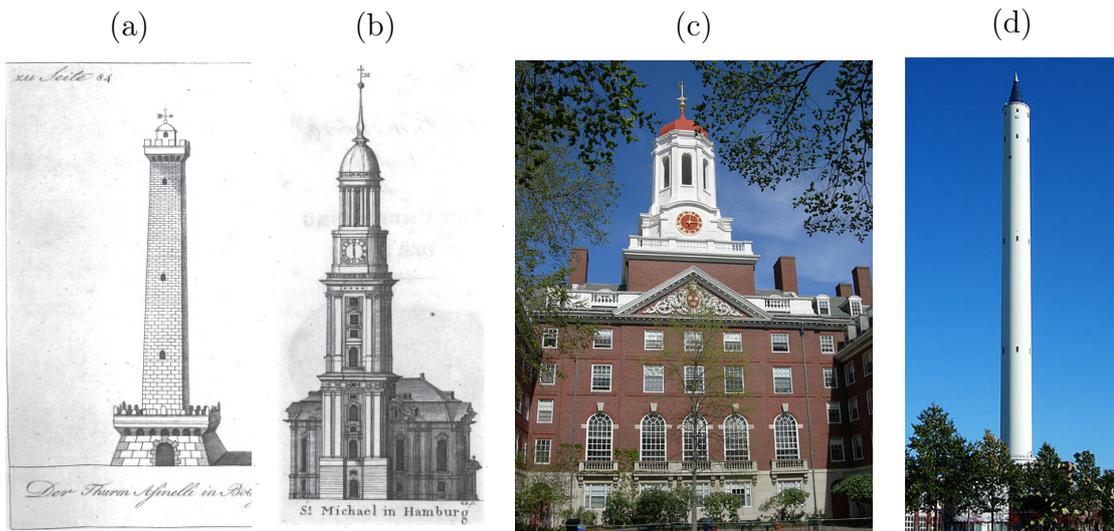


FIGURE 5.2 – (a) Illustration de la tour *degli Asinelli* à Bologne. (b) Illustration de la tour de l'église Saint Michel à Hambourg. (c) Dunster House à Cambridge. (d) Tour de chute libre à Brême.

de l'immobilité des billes avant leurs lâchers à l'aide de deux microscopes à axes croisés. La moyenne de la déviation pour ces expériences est de 2,84 cm vers l'est. Cette valeur est très proche de la valeur théorique attendue de 2,75 cm. Cependant les résultats des points d'impacts des billes au fond de la mine restent excessivement dispersés (cf. figure 5.3) [90, 91]. Compte tenu de la rigueur avec laquelle était menée les expériences, on ne peut s'empêcher de se demander si la dispersion précédente ne provient pas du caractère erratique des trajectoires verticales mis en évidence au paragraphe précédent.

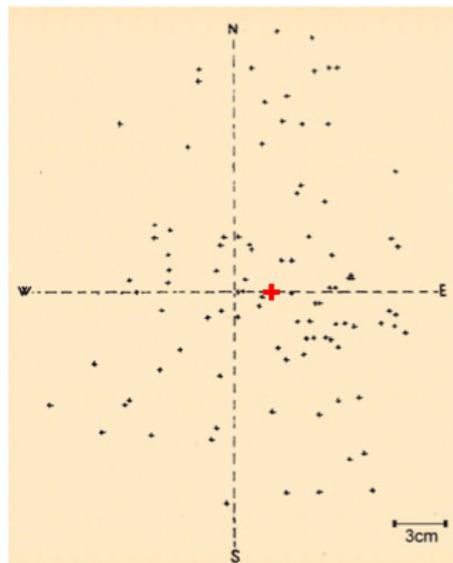


FIGURE 5.3 – Relevé des points d'impact de 106 chutes verticales sur une plaque de bois placée au fond de la mine (croix noires). La moyenne de ces positions (croix rouges) est décalée de 2,84 cm vers l'est par rapport à la position verticale du point de lâcher.

Pour répondre à cette question nous allons résoudre les équations du mouvement pour des billes ayant les mêmes propriétés que celles utilisées lors des expériences historiques (cf.

tableau 5.1). Cette résolution va prendre en compte les effets d'une force aérodynamique transverse estimée à partir des données expérimentales de Norman [14]. Nous comparerons la dispersion des données expérimentales avec celle estimée par cette approche.

Scientifique	Année	Lieu	$\lambda$	$H$ (m)	$\mathcal{L}$ (m)	$N$	$\langle x \rangle_{exp}$ (mm)	$\langle y \rangle_{exp}$ (mm)	$\delta$ (mm)
Guglielmini	1791	Bologne	40°30'	76,3	?	16	18,9	11,9	?
Benzenberg	1802	Hambourg	53°33'	78,3	545	31	9,0	4,48	-
Reich	1831	Freidberg	50°53'	158,5	815	106	28,4	4,4	80,3
Hall	1902	Cambridge	52°12'	23	513	948	1,49	0,05	3,0
Bähr	2005	Brême	53°04'	119	217	116	26,4	14,6	15,8

TABLE 5.1 – Caractéristiques des différentes expériences de déviation de la chute des corps : Hauteur de chute ( $H$ ), Latitude du lieu de l'expérience ( $\lambda$ ), longueur aérodynamique des projectiles ( $\mathcal{L}$ ), nombre de lâchers effectués ( $N$ ), déviation moyenne vers l'est ( $\langle x \rangle_{exp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x$ ), déviation moyenne vers le sud ( $\langle y \rangle_{exp} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y$ ) et écart moyen à la déviation vers l'est ( $\delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(x_i - x_C)^2 + (y_i - y_C)^2}$ ).

Ces expériences historiques sont complétées par deux autres séries, réalisées après la découverte de Foucault : celle de Hall sous la coupole de Cambridge en 1902 (cf. figure 5.2-(c)) [92, 93] et celle de Bähr en 2005 dans la tour de chute libre de Brême (cf. figure 5.2-(d)).

### 5.1.2 Comparaison avec la théorie

Développons les équations du mouvement dans le cadre des expérience précédentes. C'est Gustave Coriolis qui formalise le problème d'une particule se déplaçant dans un référentiel en rotation par rapport à un référentiel galiléen de référence [94]. La force de déviation vers l'est prend son nom et s'exprime  $\mathbf{F}_C = -2M\boldsymbol{\Omega} \wedge \mathbf{U}$  où  $M$  est la masse de la particule,  $\mathbf{U}$  sa vitesse et  $\boldsymbol{\Omega}$  le vecteur rotation du référentiel d'étude (le référentiel terrestre) par rapport au référentiel de référence (celui géocentrique). Ce dernier correspond donc au vecteur rotation de la Terre sur elle-même :  $\Omega = 1,157 \times 10^{-5}$  rad/s.

L'équation de la dynamique pour la chute d'une particule dense dans le référentiel terrestre s'écrit :

$$M \frac{d\mathbf{U}}{dt} = M\mathbf{g} + \mathbf{F}_\pi + \mathbf{F}_D + \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_C \quad (5.1)$$

Cette équation sera projetée selon des coordonnées cartésiennes indiquées sur la figure 5.4. Dans la direction verticale  $z$ , l'équation précédente est identique à celle étudiée au paragraphe 4.3.1. Le mouvement vertical est donc décrit par les mêmes solutions. En revanche, le mouvement dans le plan  $(x,y)$  diffère de celui envisagé précédemment du fait de la prise en compte de la force de Coriolis.

#### Force de Coriolis

Dans le cas où le projectile ne subit pas de forces transverses ( $\mathbf{F}_L = \mathbf{0}$ ), l'équation (5.1) projetée selon la direction  $x$  orientée vers l'est donne :

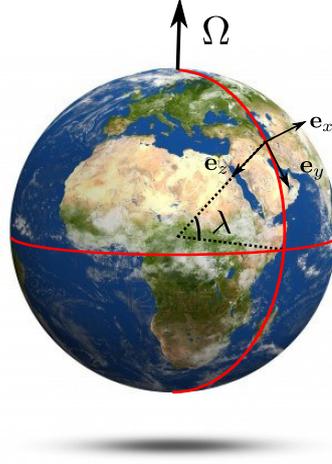


FIGURE 5.4 – Schéma représentant les notations utilisées pour l'étude des expériences historiques de déviation vers l'est. Le lieu de l'expérience est repéré par la latitude  $\lambda$  et le vecteur rotation de la Terre sur elle-même est notée  $\Omega$ .

$$\frac{dU_x}{dt} = 2 \Omega U_z \cos \lambda \quad (5.2)$$

où  $\lambda$  est la latitude du lieu de l'expérience. L'intégration de cette équation conduit à :

$$U_x(t) = 2 \mathcal{L} \Omega \cos \lambda \ln \left( \cosh \left( \sqrt{g^*/\mathcal{L}} t \right) \right) \quad (5.3)$$

Cette relation ne possède pas de solution analytique et doit être intégrée numériquement. Une solution exacte peut être trouvée lorsque  $t \ll \sqrt{\mathcal{L}/g^*}$  (cas d'une chute libre). Dans le cadre de cette hypothèse, il s'ensuit :

$$x(z) = \frac{2\sqrt{2}}{3} \Omega \cos \lambda \frac{z^{3/2}}{g^{*1/2}} \quad (5.4)$$

La relation précédente implique que la déviation vers l'est augmente avec la hauteur de chute. Étant donné que cet effet est produit par la composante horizontale du vecteur rotation de la Terre, le sens de la déviation ne change pas selon l'hémisphère dans lequel l'expérience est réalisée. Ceci implique également que la déviation soit maximale à l'équateur ( $\lambda = 0$ ) et nulle aux pôles ( $\lambda = \pm \pi/2$ ).

### Force de portance

Dans le cas général, le projectile subit aussi les effets de portance. Cependant, la dépendance temporelle des coefficients de portance  $C_{Lx}(t)$  et  $C_{Ly}(t)$  n'est pas explicite. Par conséquent, l'équation (5.1) sera résolue numériquement pour des fonctions  $C_{Lx}(t)$  et  $C_{Ly}(t)$  données. Le cas particulier où le coefficient  $C_{Lx}(t)$  est constant et celui  $C_{Ly}(t)$  nul, conduit à la solution analytique suivante :

$$U_x(t) = \sqrt{\mathcal{L}g^*} \frac{\mathcal{L}}{\mathcal{L}_L} \left( \sqrt{\frac{g^*}{\mathcal{L}}} t - \tanh \left( \sqrt{\frac{g^*}{\mathcal{L}}} t \right) \right) \quad (5.5)$$

avec  $\mathcal{L}_L = 2M/\rho S C_{Lx}$ . L'intégration de cette équation donne :

$$x(z) = \frac{\mathcal{L}^2}{\mathcal{L}_L} \left( \frac{\operatorname{acosh}^2(e^{z/\mathcal{L}})}{2} - \frac{z}{\mathcal{L}} \right) \quad (5.6)$$

Cette expression correspond à une augmentation de la déviation latérale  $x$  avec la hauteur de chute  $z$ .

En pratique, pour une sphère à grand nombre de Reynolds, les coefficients de portance  $C_{Lx}$  et  $C_{Ly}$  possèdent une dépendance temporelle complexe. Cette dernière peut être déduite des mesures effectuées en soufflerie par Norman & Mc Keon par une méthode identique à celle du paragraphe 4.3.3. La substitution de la relation (4.11) dans l'équation (5.1) donne lieu à :

$$\frac{dU_x}{dt} = 2\Omega U_z \cos \lambda + g^* \tanh^2 \left( \sqrt{\frac{g^*}{\mathcal{L}}} t \right) \int_0^\infty \frac{\tilde{C}_{Lx}(f)}{C_D} \cos(2\pi ft + \Psi_x) df \quad (5.7)$$

$$\frac{dU_y}{dt} = g^* \tanh^2 \left( \sqrt{\frac{g^*}{\mathcal{L}}} t \right) \int_0^\infty \frac{\tilde{C}_{Ly}(f)}{C_D} \cos(2\pi ft + \Psi_y) df \quad (5.8)$$

Ces équations sont intégrés numériquement selon une méthode décrit dans l'annexe B. Des exemples de trajectoires résultant de cette approche sont présentés sur la figure 5.5-(a).

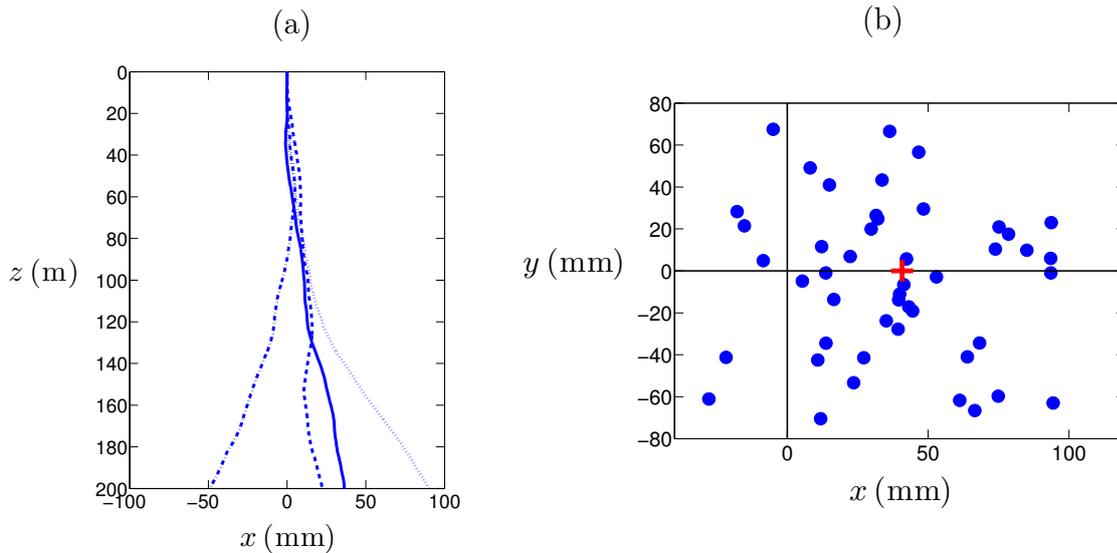


FIGURE 5.5 – Trajectoires de billes tombant verticalement. Les particules ont une longueur aérodynamique  $\mathcal{L} = 815$  m et subissent une force de portance dont le coefficient est estimé à l'aide de la relation (4.11). Ces trajectoires résultent de l'intégration numérique des équations (5.7) et (5.8). (a) projection de quatre trajectoires dans le plan  $(x, z)$ . (b) Cordonnées des points d'impacts des billes dans le plan  $(x, y)$  pour  $z = H = 158,5$  m. Le point rouge, de coordonnées  $(x_C, y_C)$ , correspond à la position du point d'impact lorsque les forces de portance sont nulles ( $\mathbf{F}_L = \mathbf{0}$ ).

Les forces de portance produisent des trajectoires erratiques. Cet effet engendre une déviation latérale du même ordre de grandeur que celle due à la force de Coriolis. Malgré la déviation vers l'est ( $x > 0$ ) imposée par cette dernière, certaines trajectoires sont orientées vers l'ouest ( $x < 0$ ).

En simulant une série de tirs, réalisés dans les mêmes conditions, on obtient la figure 5.5-(b). Celle-ci montre la position des points d'impacts dans le plan  $(x, y)$ . Ce graphique est

obtenu pour une hauteur de chute  $H = 158,5$  m. Le point rouge, de coordonnées  $(x_C, y_C)$ , correspond au cas d'une bille ne subissant pas de force de portance de la part du fluide. On observe une grande dispersion des points d'impact autour du décalage moyen vers l'est.

L'approche numérique précédente permet d'estimer la déviation vers l'est due à la force de Coriolis  $x_C$  ainsi que la dispersion  $\delta$  due à la présence des forces de portance. La dispersion est définie comme l'écart-type des points d'impact vis-à-vis de la position attendue sans force de portance ( $\delta = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{\langle r_i^2 \rangle}$  avec  $r_i^2 = (x_i - x_C)^2 + (y_i - y_C)^2$ ). La figure 5.6-(a) montre l'évolution de  $x_C$  et  $\delta$  avec la hauteur de chute  $H$  pour des billes de longueur aérodynamique  $\mathcal{L} = 815$  m et  $N=1000$ .

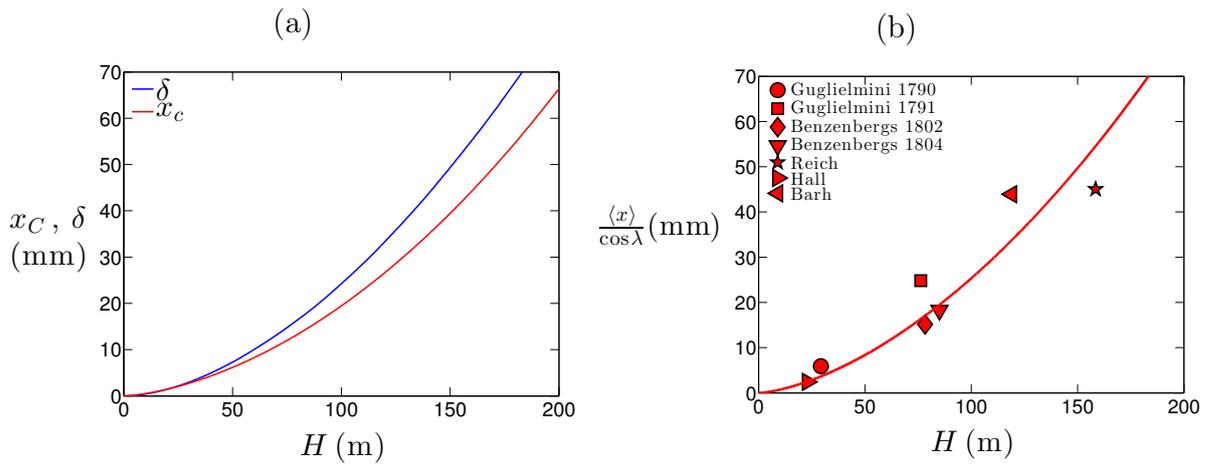


FIGURE 5.6 – (a) Déviation latérale  $x_C$  due à la force de Coriolis (ligne continue rouge) et dispersion  $\delta$  due aux forces de portance (ligne continue bleue) en fonction de la hauteur de chute  $H$ . Ces courbes sont obtenues pour des billes ayant une longueur aérodynamique  $\mathcal{L} = 815$  m et un nombre de tir  $N=1000$ . (b) Déviation vers l'est due à la force de Coriolis  $x_C$ , divisée par le cosinus de la latitude du lieu du lâcher, en fonction de la hauteur de chute  $H$ . La ligne continue rouge représente la résolution de l'équation (5.3) et les points rouges, les résultats des expériences historiques regroupés dans le tableau 5.1.

Cette figure montre que  $x_C$  et  $\delta$  augmentent continûment avec la hauteur de chute et possèdent des évolutions similaires. Pour une chute de 100 mètres de haut, ces deux quantités sont de l'ordre de 2 cm. Dans ces conditions particulières, la dispersion  $\delta$  due aux forces de portance est supérieure à la déviation vers l'est  $x_C$  causée par la force de Coriolis.

Nous cherchons à présent à comparer les résultats des expériences historiques avec les prédictions de l'approche numérique précédente. Pour cela, la figure 5.6-(b) présente les moyennes des déviations à l'est, obtenues lors des différents essais en fonction de la hauteur  $H$  de chute. Afin de pouvoir comparer les données expérimentales à la théorie, ces déviations  $x_C$  sont divisées par  $\cos \lambda$ . La prédiction théorique est tracée à l'aide de la ligne continue rouge. Le bon accord entre les résultats expérimentaux et la théorie ne doit pas faire oublier la grande dispersion des résultats expérimentaux autour de leurs valeurs moyennes.

Nous étudions ensuite les variations de la dispersion des positions d'impacts avec les paramètres de l'expérience  $\mathcal{L}$  et  $H$ . La figure 5.7-(a) montre l'évolution de la dispersion  $\delta$  causée par les forces de portance en fonction de la hauteur de chute  $H$ . Ces courbes sont obtenues en calculant l'écart type des points d'impacts par rapport à celui attendu sans effets de portance sur plusieurs simulations.

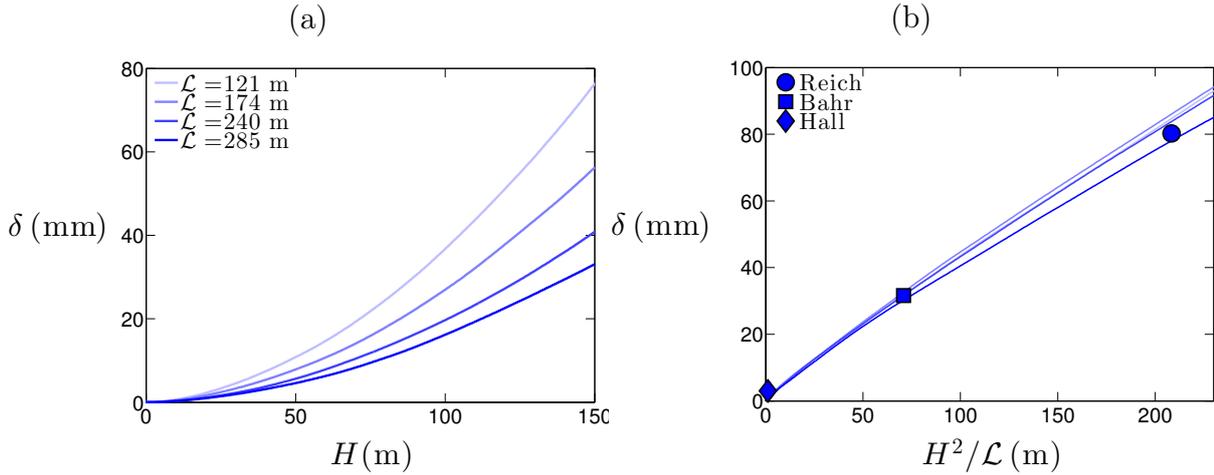


FIGURE 5.7 – (a) Dispersion  $\delta$  due aux forces de portance (lignes continues bleues) en fonction de la hauteur de chute  $H$  pour des projectiles de longueurs aérodynamiques différentes. (b) Dispersion  $\delta$  due aux forces de portance (lignes continues bleues) en fonction de  $H^2/\mathcal{L}$  pour des projectiles de longueurs aérodynamiques différentes. Les points noirs correspondent aux données relatives aux expériences historiques regroupées dans le tableau 5.1.

Cette figure révèle que cette dispersion est dépendante des caractéristiques des billes utilisées par l'intermédiaire de leurs longueurs aérodynamiques  $\mathcal{L}$ . Un moyen simple de prendre en compte cette dépendance est de représenter  $\delta$  en fonction de  $H^2/\mathcal{L}$  (qui correspond à la dépendance prédite par le développement au premier ordre de la relation (5.6)). La figure 5.7-(b) superpose aux tendances précédentes, les données issues des expériences de déviation de la chute des corps (cf. tableau 5.1). On observe un bon accord entre les mesures expérimentales et la prédiction théorique alors même que cette dernière ne contient aucun paramètre ajustable. Ceci montre que la dispersion observée lors des expériences de déviation vers l'est n'est pas incohérente avec un scénario où elles sont causées par les fluctuations des forces de portance.

### 5.1.3 Conditions d'observation de la déviation vers l'est

Examinons maintenant les conditions d'observation de la déviation vers l'est. Les forces de portance dévient aléatoirement la position du point d'impact du projectile autour d'une position moyenne. En revanche, la force de Coriolis produit systématiquement une déviation des trajectoires vers l'est. On s'attend, en considérant la moyenne des positions des points d'impacts, à atténuer la dispersion due aux forces de portance. La figure 5.8-(a) représente la différence entre la valeur moyenne de la déviation vers l'est  $\langle x \rangle_N$  réalisée sur  $N$  trajectoires simulées et la valeur théorique attendue sans effet des forces de portance  $x_C$ .

On remarque que la convergence de la moyenne  $\langle x \rangle_N$  vers la valeur  $x_C$  est lente. Pour un phénomène purement aléatoire, on s'attend à une convergence statistique bornée par la loi  $(\langle x \rangle_N - x_C) = \delta/\sqrt{N}$  avec  $\delta$  la variance de cette quantité. Il est intéressant d'estimer le nombre d'essais nécessaires pour que la moyenne  $\langle x \rangle_N$  soit proche de la valeur théorique  $x_C$ . On se donne comme critère que la moyenne de la déviation vers l'est ne diffère pas de plus de 1% de la valeur théorique attendue. Alors, la condition suivante doit être respectée  $\delta/\sqrt{N} < 0,01 x_C$  ce qui conduit à  $N \gtrsim 10000$ . Or, les expériences historiques regroupent chacune une centaine de mesures au plus. On peut donc conclure que, si c'est l'effet des forces de

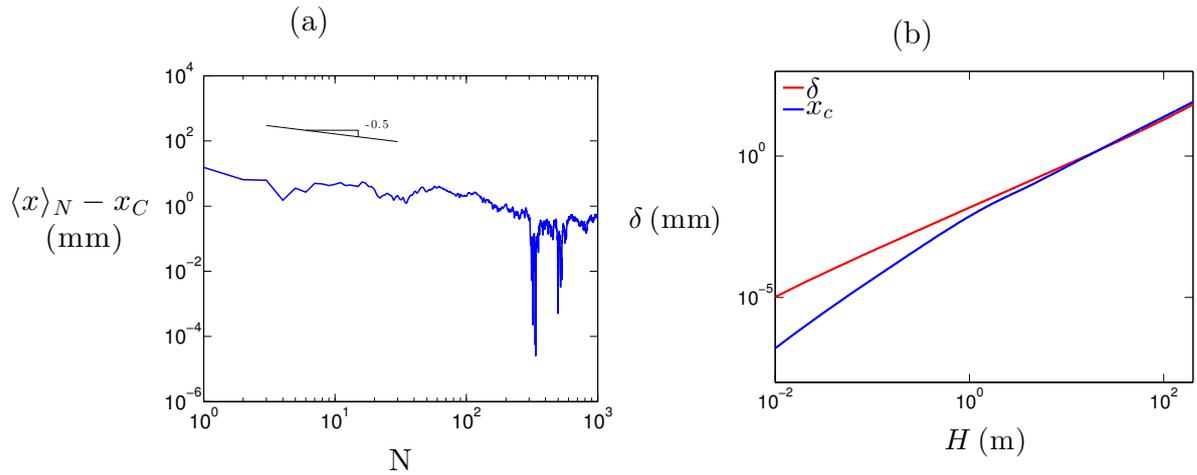


FIGURE 5.8 – (a) Évolution de la moyenne de la déviation vers l’est  $\langle x \rangle_N$  par rapport à la valeur théorique attendue  $x_C$  en fonction du nombre d’essais  $N$  réalisés. (b) Déviation latérale  $x_C$  due à la force de Coriolis (ligne continue rouge) et dispersion  $\delta$  due aux forces de portance (ligne continue bleue) en fonction de la hauteur de chute  $H$ . Ces courbes sont obtenues pour des billes ayant une longueur aérodynamique  $\mathcal{L} = 815$  m.

portance qui provoque la dispersion des mesures, aucunes des expériences historiques ne peut prétendre avoir montré l’existence d’une déviation vers l’est.

Dans l’objectif de mesurer la déviation vers l’est d’un corps en chute verticale, il faut chercher les conditions expérimentales qui minimisent l’influence des forces aérodynamiques. Pour cela, la figure 5.8-(b) compare, en échelle logarithmique, la dispersion  $\delta$  des points d’impacts avec la déviation théorique attendue  $x_C$ . On note que pour les faibles hauteurs de chute ( $H < 1$  m dans ce cas), la déviation est plus grande que la dispersion. Dans ces conditions, il sera possible de s’affranchir de la dispersion causée par les forces de portance. La contrepartie de cette approche, est que les déviations attendues vers l’est sont très faibles (de l’ordre du micron) et doivent être observées au microscope.

## 5.2 Sur un terrain de sport

Des trajectoires erratiques peuvent être observées au football, au volleyball et au baseball. Lorsque ces balles sont lancées avec une rotation faible, il arrive que leurs parcours fluctuent de part et d’autre d’un chemin rectiligne tel un zigzag. Ces trajectoires sont rares et difficilement reproductibles sur le terrain. Elles sont particulièrement surprenantes pour l’adversaire et leurs apparitions mènent souvent à un point gagnant.

Au football, l’effet de flottement des trajectoires a été étudié par Asai et son équipe [95]. Les figures 5.9-(a) et (b) présentent les visualisations de l’écoulement d’air autour d’un ballon de football qu’ils ont réalisées. La première des deux figures (figure 5.9-(a)) montre l’exemple d’un trajet rectiligne alors que la seconde (figure 5.9-(b)) correspond à celle du même ballon, lancé dans les mêmes conditions, mais suivant une trajectoire flottante. Il est intéressant de comparer ce sillage avec celui d’une bille en chute verticale dans l’eau comme réalisées au paragraphe 4.1.2 (cf. figure 5.9-(c)). Cette comparaison montre que, malgré la grande différence d’échelle, la structure du sillage de la sphère est similaire entre ces deux expériences. Il semble donc que le flottement des balles de sport puisse être causé par les fluctuations des forces de portance, inhérentes à l’écoulement du fluide à grand nombre de

Reynolds autour de cet objet. L'effet de ces forces de portance sur le mouvement des billes denses a fait l'objet du chapitre 4 dans le cas des chutes verticales. Cette étude a montré que toutes les billes, quel que soit leur diamètre, suivaient des trajectoires erratiques lorsque le nombre de Reynolds était grand ( $Re \gtrsim 300$ ). Il est donc nécessaire de comprendre pourquoi l'effet de flottement est rarement observé en sport.

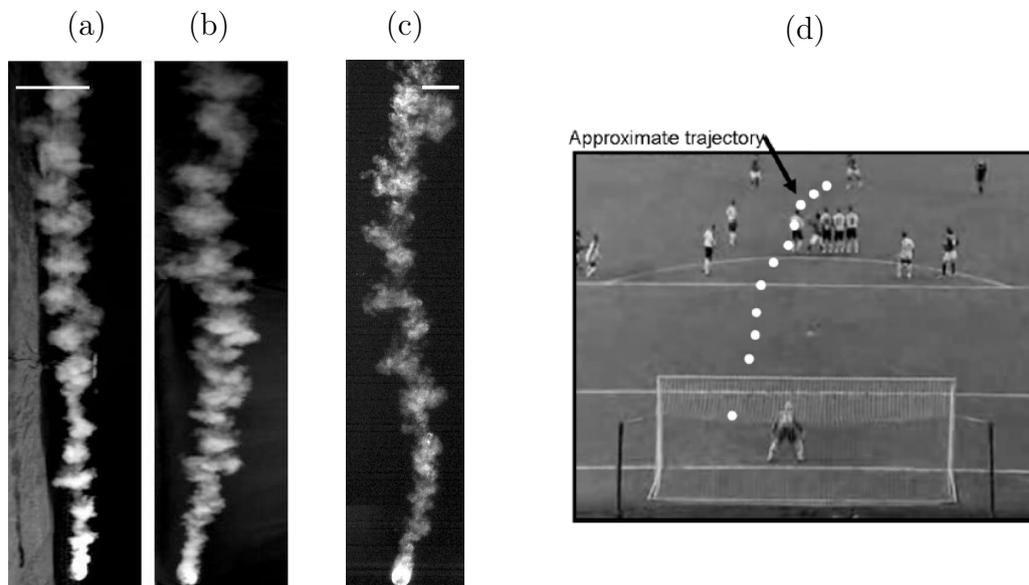


FIGURE 5.9 – Visualisation du sillage d'un ballon de football dans le cas d'une trajectoire rectiligne (a) ou flottante (b). Pour ces deux clichés, la ligne blanche indique un mètre. Ces visualisations ont été réalisées par Asai et son équipe [95]. Dans les deux cas, le ballon évolue à une vitesse de 28 m/s (correspondant à  $Re = 3,5 \times 10^5$ ) et possède une rotation faible. Ces clichés ont été tournés à  $90^\circ$  afin de pouvoir être comparés avec le sillage d'une bille en verre de 1,0 cm de diamètre en chute verticale dans de l'eau (c). Cette expérience est similaire à celles conduites au paragraphe 4.1.2. Ici la vitesse de la bille est constante et égale à 30 cm/s (correspondant à  $Re = 4,0 \times 10^3$ ) et la ligne blanche indique 2 cm. (d) Exemple d'une trajectoire flottante lors d'un coup-franc au football durant le championnat d'Angleterre en 2006. Cette trajectoire est rapportée par Carré & al. [96].

### 5.2.1 Observations de trajectoires flottantes

Commençons par rappeler les propriétés des trajectoires flottantes visibles sur les différents terrains de sport. Au football, les billes flottantes se produisent le plus souvent lors d'un coup-franc où le joueur peut frapper une balle arrêtée. Un exemple de cet effet, issu des travaux de Carré & al., est présenté sur la figure 5.9-(d) [96]. On y observe une déviation latérale de la balle alternativement à gauche et à droite du trajet rectiligne. Cette propriété est caractéristique de l'effet flottant et le distingue de l'effet Robins-Magnus qui courbe la trajectoire dans une même direction (cf. paragraphe 3.2). La déviation latérale du ballon est typiquement de l'ordre du diamètre du ballon ( $D = 21$  cm). Pour un trajet d'environ quinze mètres on observe généralement un seul zigzag. Sans avoir de données précises sur la gamme de vitesse dans laquelle sont frappées les billes flottantes sur le terrain, elles semblent généralement tirées entre 18 et 25 m/s [97, 98]. Ces frappes ne sont donc pas les plus rapides observées au football ( $U_{max} = 51$  m/s au football). Enfin les tra-

jectoires erratiques sont systématiquement observées pour les frappes où la balle possède une rotation faible ( $\omega \lesssim 1$  tours/s soit  $Sp \lesssim 0,03$  avec  $U = 22$  m/s) [96, 98].

Au volleyball, les joueurs exécutent des services flottants en "cassant" leur mouvement de bras. Un exemple de ces trajectoires est illustré par la figure 5.10-(a). Comme au football, l'effet de flottement s'observe uniquement dans le cas des balles ayant une faible rotation. Pour le volleyball la gamme de vitesse de lancer est légèrement inférieure à celle du football, entre 15 et 23 m/s [99]. La déviation latérale est toujours de l'ordre du diamètre du ballon et la longueur d'onde typique du phénomène est raccourcie à une dizaine de mètres.

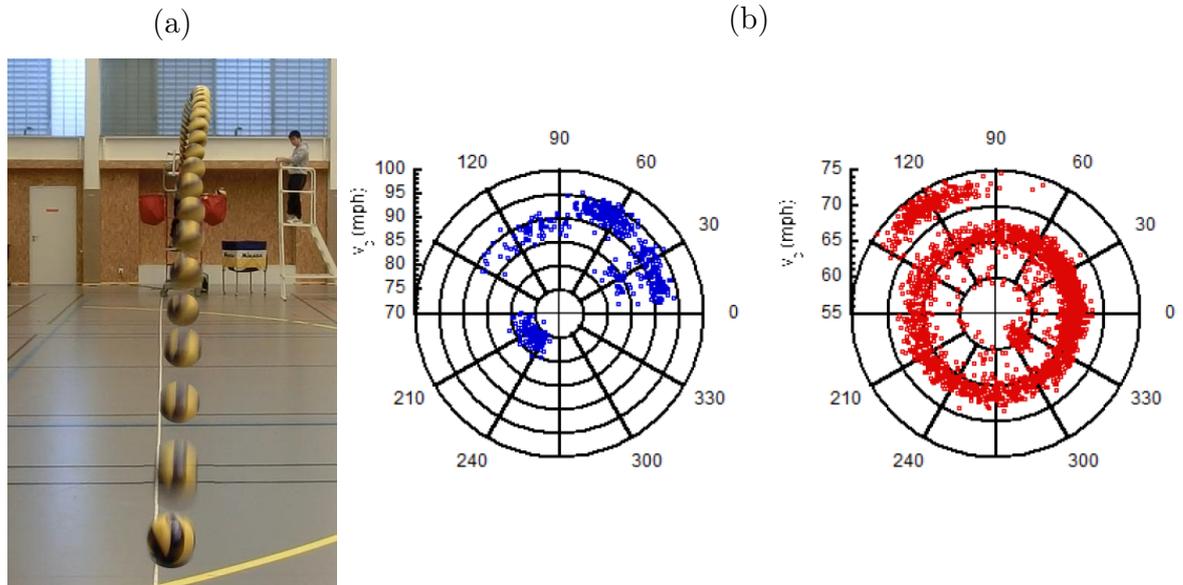


FIGURE 5.10 – (a) Exemple d'un service flottant au volleyball. Cette trajectoire est obtenue à l'aide d'un lanceur automatique dans le cadre d'un projet scientifique collectif de l'École Polytechnique. Ce dernier a été encadré par Dominique Legendre et Christophe Clanet. (b) Position angulaire du point d'arrivée des balles de baseball au niveau du batteur par rapport à la prédiction gravitaire en fonction de sa vitesse. Cette représentation a été tracée par Nathan [100] pour les lancers de John Lester (en bleu) et pour Tim Wakefield (en rouge). Ce premier lanceur maîtrise différents effets de rotation qui dévie la balle vers des zones spécifiques. À l'inverse de John Lester, Tim Wakefield réalise des knuckleballs. Ces lancers sont reconnaissables dans le diagramme sous forme d'un anneau. Celui-ci révèle une forte dispersion angulaire qui montre le caractère aléatoire des trajectoires flottantes. Ces dernières apparaissent pour une gamme précise de vitesse ( $28 \lesssim U_0 \lesssim 31$  m/s).

Parmi les nombreux types de trajectoires répertoriées au baseball, les "knuckleballs" ont des propriétés spécifiques. Les trajectoires flottantes apparaissent pour des balles frappées entre 28 et 31 m/s. Dans cette gamme de vitesse, les graphiques de la figure 5.10-(b), réalisés par Nathan, montrent que les points d'arrivée des balles au niveau du batteur sont dispersés dans des directions aléatoires. L'effet de flottement intervient généralement avec des balles lancées selon une orientation double couture vis-à-vis de l'écoulement d'air (lors d'une rotation de la balle, le point de stagnation en amont de l'écoulement n'est traversé que par deux coutures) [101]. Il est également nécessaire que les balles de baseball ne fassent pas plus d'un demi-tour sur elles-mêmes avant d'arriver au "home plate". Cette dernière caractéristique permet de dire que la rotation de la balle de baseball sur elle-même est inférieure à 0,8 tour/s (soit  $Sp < 0,01$  pour  $U = 30$  m/s). Selon Nathan, l'amplitude des déviations latérales le long de ces trajectoires est inférieure à 2 cm [100].

Les caractéristiques précédentes montrent que l'effet flottant est une modification ténue de la trajectoire de la balle. Mais compte tenu de la sensibilité avec laquelle les joueurs analysent les premiers instants des trajectoires et les extrapolent, cet effet est en mesure de les tromper fortement. À ces caractéristiques, devrait être ajoutée la probabilité d'apparition de l'effet de flottement en fonction des conditions de tir. Malheureusement, nous avons pas pu obtenir cette donnée statistique. Cependant, la rareté de ce phénomène explique que les sportifs capables d'obtenir régulièrement cet effet sont souvent considérés comme des héros tel Tim Wakefield au baseball (cf. figure 5.11-(a)).

L'histoire des trajectoires flottantes commence d'ailleurs au baseball avec le joueur Eddie Cicotte (cf. figure 5.11-(b)). En 1908, ce lanceur de l'équipe chère à Alan Nathan, les Red Sox, était surnommé "Knuckles" car il possédait une technique propre à lui pour lancer la balle avec les articulations des doigts (cf. figure 5.11(c)). Cette technique lui permettait d'obtenir à coup sûr des trajectoires erratiques, de feinter les batteurs et éventuellement les receveurs ! En effet cette méthode de lancer confère à la balle une rotation très faible. Aujourd'hui les joueurs rivalisent de techniques visant à obtenir ces trajectoires flottantes, nommées "knuckleballs", qui cristallisent tout le suspense du jeu de baseball.

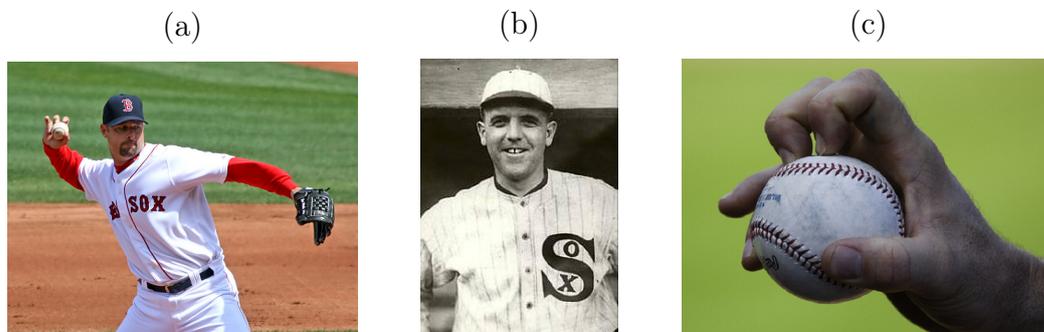


FIGURE 5.11 – Le baseball est un sport où les trajectoires flottantes sont régulièrement observées : (a) Tim Wakefield est un des lanceurs actuels qui maîtrise le mieux le lancer des "knuckleballs", (b) Eddie Cicotte est le premier à avoir développé une technique permettant d'obtenir des trajectoires flottantes. (c) Exemple du maintien de la balle permettant de lancer des "knuckleballs".

### 5.2.2 Production de trajectoires flottantes

Après avoir observé ce type de trajectoire sur le terrain, nous les avons reproduites au laboratoire. Ceci permet de les caractériser et de déterminer les paramètres dont elles dépendent. L'étude des trajectoires flottantes au football, au volleyball et au baseball requiert de les reproduire de manière contrôlée. L'obtention de cet effet est rendue difficile par la faible rotation qu'il requiert. La frappe d'une balle avec le pied ou la main lui confère généralement une rotation importante. Les joueurs qui souhaitent réaliser des trajectoires flottantes s'entraînent longuement afin de donner à la balle le moins de rotation possible [102]. Dans le but de répondre à cette contrainte, une machine capable de frapper les balles à plat a été construite. Celle-ci permet de lancer différents ballons avec une rotation initiale faible ( $Sp < 0,1$ ) et d'observer l'effet de flottement. Les propriétés des différents projectiles employés au cours des expériences suivantes sont regroupées dans la seconde moitié tableau 4.1.

La machine permettant de frapper des balles est représentée sur la figure 5.12. Elle est constituée d'un bras métallique (A) d'une longueur de 1,2 m. Ce bras est monté sur

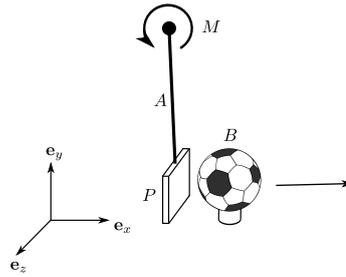


FIGURE 5.12 – Schéma de la machine à frapper des ballons en leur fournissant une faible rotation initiale.

l'axe d'un moteur électrique (M) de 400 W. À l'extrémité du bras est placée une plaque métallique (P) dont la taille est supérieure à celle du ballon. Après un tour du moteur, cette plaque vient frapper le ballon immobile (B) à plat. Ce procédé permet de lancer le ballon avec des conditions initiales contrôlées. La vitesse de départ du ballon peut être modifiée de 0 à 25 m/s en faisant varier l'intensité électrique fournie au moteur. L'angle de tir dépend de la position du ballon vis-à-vis de la plaque métallique lors de l'impact. Il peut facilement être modifié de  $0^\circ$  à  $45^\circ$ . Enfin la rotation de la balle est nulle lorsque son centre et le point d'impact de la plaque sont alignés avec la direction de sa vitesse.

La première expérience réalisée à l'aide de ce lanceur consiste à frapper une balle lisse et légère ( $D = 20$  cm et  $\rho_b/\rho = 30$ ). Deux caméras sont utilisées afin de filmer la trajectoire du ballon vue de face et de profil. La figure 5.13-(a) présente une chronophotographie de la trajectoire de cette balle vue de face.

La trajectoire de la balle suit un chemin en forme de zigzag en avançant selon la direction  $y$  et en se déplaçant alternativement à droite puis à gauche selon la direction  $x$ . Le traitement des films, réalisés à l'aide des deux caméras, permet de déduire la position du centre de masse de la balle au cours du temps. La mesure selon l'axe  $x$  mène au graphique de la figure 5.13-(b) qui représente en fonction du temps l'abscisse de la balle, adimensionnée par le diamètre du ballon. Il est remarquable que la direction du ballon sur cet axe puisse s'inverser deux fois. La déviation latérale maximale est d'environ 0,2 fois le diamètre du ballon, soit 4 cm et la longueur d'un zigzag est d'environ huit mètres. La mesure de la position du centre de masse de la balle dans le plan  $(O, y, z)$  au cours du temps permet d'estimer la vitesse  $U$  de la balle et le nombre de Reynolds associé ( $Re = DU/\nu$  avec  $\nu = 1,6 \times 10^{-5}$  m.s $^{-2}$  à  $20^\circ\text{C}$ ). La dépendance du nombre de Reynolds avec la coordonnée  $y$  est tracée sur la figure 5.13-(c). On y constate que le nombre de Reynolds est du même ordre de grandeur que sur le terrain de sport ( $Re \approx 10^5$ ) et que celui-ci décroît avec le temps conformément à l'existence d'une force de traînée sur la balle.

La construction d'un lanceur de balle capable d'effectuer une frappe à faible rotation rend possible la visualisation et la quantification des trajectoires flottantes. Les multiples changements de direction que la balle subie au cours de ces trajectoires expliquent l'effet de surprise ressenti par les gardiens au football ou les receveurs au volleyball. Compte tenu du caractère erratique des trajectoires flottantes, leur analyse requiert un grand nombre d'essais. Plutôt que de réaliser des dizaines de tirs pour chaque vitesse et angle initiaux des différentes balles, nous avons préféré développer un outil numérique capable de reproduire ces trajectoires.

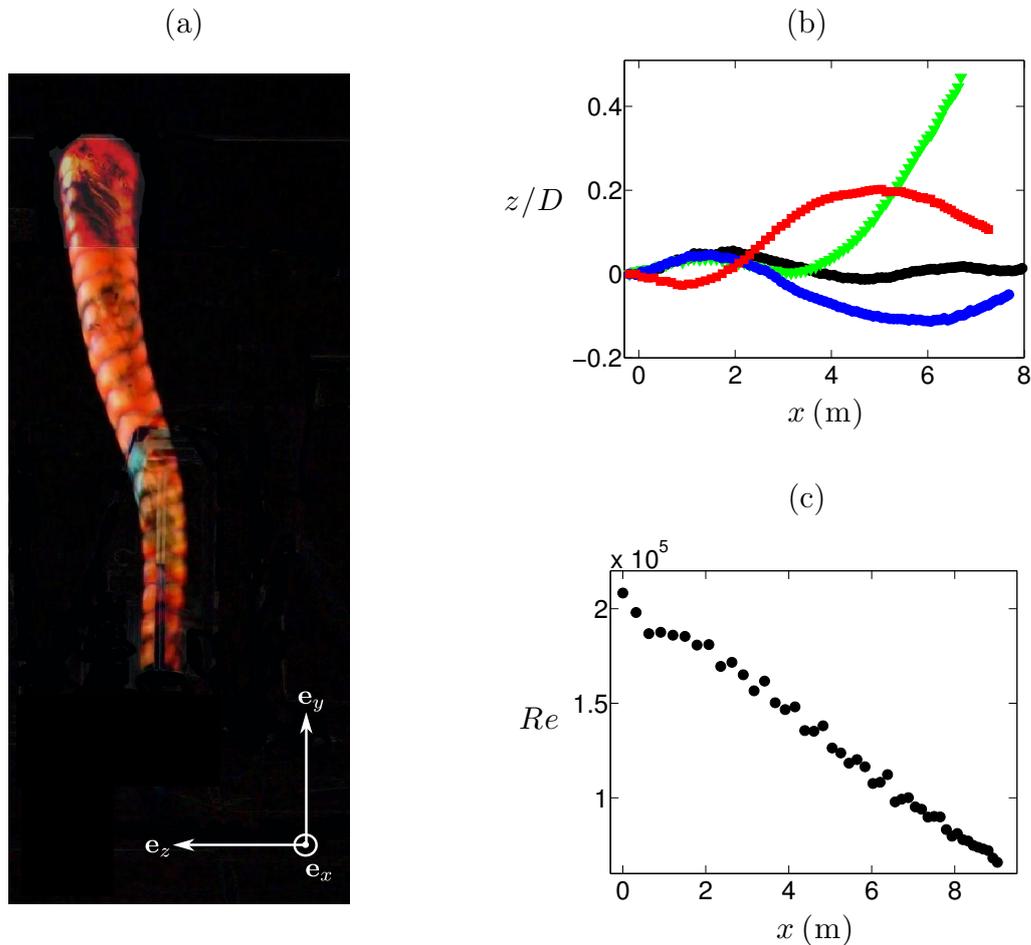


FIGURE 5.13 – (a) Chronophotographie d’une trajectoire flottante obtenue en tirant une balle lisse et légère ( $D = 20$  cm et  $\rho_b/\rho = 30$ ) à  $U_0 = 16$  m/s avec le lanceur. La durée entre chaque image est de 33 ms ce qui donne une apparence continue à la trajectoire. (b) Trajectoires expérimentales dans le plan  $(O,y,z)$  obtenues pour plusieurs essais réalisés dans les mêmes conditions. La coordonnée  $z$  est adimensionnée par le diamètre  $D$  de la balle. (c) Évolution du nombre de Reynolds selon la position de la balle sur l’axe  $x$  pour un lancer.

### 5.2.3 Trajectoires numériques

Ce paragraphe se propose de résoudre numériquement les équations du mouvement d'une balle en considérant les effets des forces de portance. Les trajectoires numériques sont ensuite comparées à celles observées sur le terrain. Commençons par considérer le cas général d'une particule soumise à la gravité  $\mathbf{g}$ , à une traînée  $\mathbf{F}_D$  et une force de portance  $\mathbf{F}_L$ .

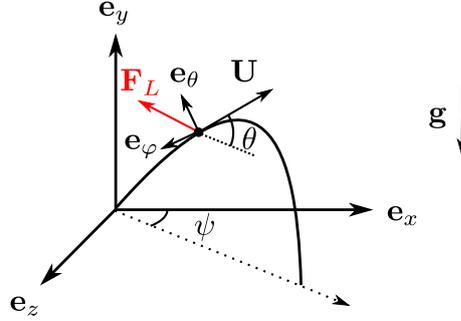


FIGURE 5.14 – Notations employées pour résoudre la trajectoire d'une particule soumise aux forces aérodynamiques de traînée et de portance.

En suivant les notations de la figure 5.14, les équations du mouvement d'une particule soumise à une traînée et à une portance aérodynamique s'écrivent :

$$\frac{dU}{dt} = -g \sin \theta - \frac{U^2}{\mathcal{L}} \quad (5.9)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g \cos \theta}{U} + \frac{U}{\mathcal{L}_\theta} \quad (5.10)$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{U}{\mathcal{L}_\psi} \quad (5.11)$$

où  $\mathcal{L} = 2M/\rho SC_D$ ,  $\mathcal{L}_\theta = 2M/\rho SC_{L\theta}$  et  $\mathcal{L}_\psi = 2M/\rho SC_{L\psi}$  sont les longueurs caractéristiques des effets aérodynamiques de traînée et de portance sur la trajectoire de la balle. La prise en compte des fluctuations de la force de portance se fait en considérant la dépendance temporelle des coefficients  $C_{L\theta}(t)$  et  $C_{L\psi}(t)$ . Comme pour la section précédente, nous allons estimer ces fonctions à l'aide des résultats de Norman & al. [14]. Ce dernier reporte la densité spectrale  $\Phi$  des coefficients de portance en fonction de la fréquence adimensionnée  $St$  pour différents nombres de Reynolds. À partir de ces données, la dépendance temporelle des coefficients de portance s'exprime de la manière suivante :

$$C_{L\theta,\psi}(t) = \frac{U}{D} \int_0^\infty \tilde{C}_{L\theta,\psi}(St, Re) \cos(2\pi St Ut/D + \Psi) dSt \quad (5.12)$$

Le système d'équation (5.9) à (5.12) est intégré numériquement pour déduire la trajectoire du projectile (cf. annexe B). Celle-ci dépend des caractéristiques de la balle par l'intermédiaire des longueurs  $\mathcal{L}$ ,  $\mathcal{L}_\theta$ ,  $\mathcal{L}_\psi$  et des conditions initiales de tir  $U_0$ ,  $\theta_0$  et  $\psi_0$ . Il est possible de poser  $\psi_0 = 0$  sans enlever au problème sa généralité.

Nous comparons les trajectoires numériques à celles observées sur le terrain. En considérant un projectile ayant les mêmes caractéristiques que celles de la balle employée dans les expériences précédentes ( $D = 20$  cm,  $\rho_b/\rho = 30$  et  $C_D = 0,4$ ), il s'ensuit les trajectoires représentées sur la figure 5.15.

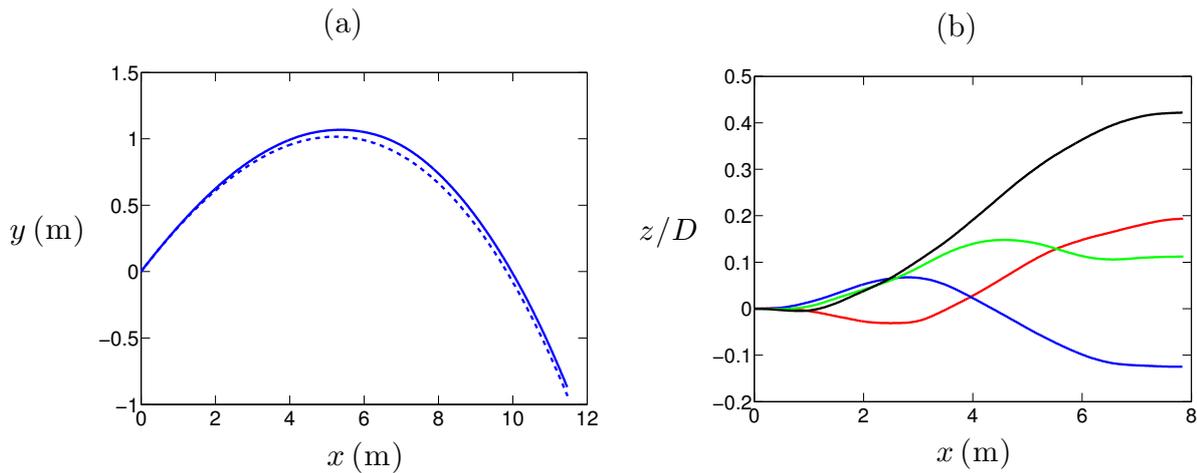


FIGURE 5.15 – Trajectoires numériques issues de la résolution des équations (5.9) à (5.12) avec  $D = 20$  cm,  $\rho_b/\rho = 30$  et  $C_D = 0,4$ . Les conditions initiales de tir sont les mêmes que celles des expériences relatées au paragraphe 5.2.2, soit  $U_0 = 16$  m/s et  $\theta_0 = 20^\circ$ . (a) Vue de côté de la trajectoire de la balle. La ligne pointillée représente le trajet sans les effets des forces de portance ( $C_{L\theta}(t) = 0$  et  $C_{L\psi}(t) = 0$ ) alors que la ligne continue en tient compte. (b) Vue de dessus de différents tirs réalisés dans les mêmes conditions.

La vue de profil montre que les fluctuations des forces de portance ne modifient que faiblement la trajectoire dans le plan  $(x, y)$  (cf. figure 5.15-(a)). Leurs effets sont plus visibles sur une vue de dessus (cf. figure 5.15-(b)). En réalisant plusieurs simulations numériques avec les mêmes conditions de tir, il est possible d'observer l'amplitude et la longueur d'onde typiques des zigzags. La déviation de la balle est de l'ordre du diamètre  $D$  du ballon et ce dernier effectue environ un zigzag sur une distance d'environ 8 m. Ces valeurs sont en accord avec celles observées dans les expériences réalisées avec la machine à frapper (cf. figure 5.13-(b)).

La même approche peut être conduite pour des balles ayant les caractéristiques des ballons de football, de volleyball ou de baseball. Des trajectoires typiques de ces différents sports sont montrées sur la figure 5.16.

Ces trajectoires révèlent que la prise en compte des effets de portance engendre systématiquement des trajectoires erratiques. Cependant les caractéristiques de ces dernières dépendent des propriétés de la balle et des conditions de tir. Sur les distances typiques de jeu (30 mètres au football, 15 mètres au volleyball et 18 mètres au baseball), les trajectoires effectuent généralement un seul zigzag. Ceci est en accord avec les observations réalisées sur le terrain et décrites au paragraphe 5.2.1. On notera en particulier la réduction de la longueur du phénomène de zigzag entre le ballon de volleyball et celui de football. Dans les mêmes conditions, il faut une trajectoire longue d'environ 30 mètres avant d'observer des déviations latérales de l'ordre du diamètre du ballon de football alors qu'au volleyball 15 mètres suffisent. Dans le cas du baseball, pour la distance séparant le lanceur du batteur (environ 18 mètres), les déviations sont de l'ordre d'un cinquième du diamètre de balle (soit moins de deux centimètres).

Le bon accord entre les observations issues du terrain et les trajectoires numériques permettent de valider cette approche. Par la suite nous utiliserons cet outil afin de comprendre pourquoi les trajectoires flottantes sont si rarement observées sur le terrain de sport. Depuis le début du chapitre précédent, nous avons montré que les fluctuations des forces de portance perturbaient toujours la trajectoire des projectiles lancés dans l'air aux

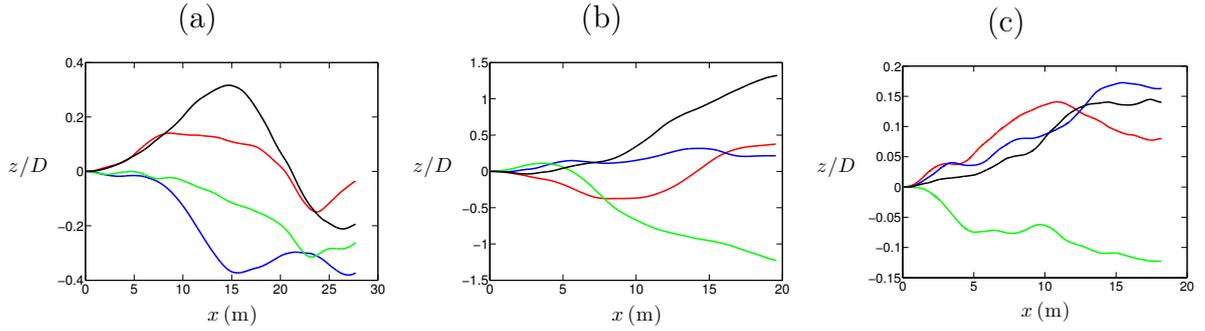


FIGURE 5.16 – Trajectoires numériques issues de la résolution des équations (5.9) à (5.12) pour différentes balles. (a) Balle possédant les caractéristiques d’un ballon de football :  $D = 21$  cm,  $\rho_b/\rho \approx 90$  et  $C_D \approx 0,23$ . Les conditions initiales de tir sont  $U_0 = 30$  m/s et  $\theta_0 = 5^\circ$ . (b) Balle possédant les caractéristiques d’un ballon de volleyball :  $D = 21$  cm,  $\rho_b/\rho \approx 46$  et  $C_D \approx 0,25$ . Les conditions initiales de tir sont  $U_0 = 25$  m/s et  $\theta_0 = 20^\circ$ . (c) Balle possédant les caractéristiques d’une balle de baseball :  $D = 7,0$  cm,  $\rho_b/\rho \approx 570$  et  $C_D \approx 0,38$ . Les conditions initiales de tir sont  $U_0 = 30$  m/s et  $\theta_0 = 5^\circ$ .

grands nombres de Reynolds. Ces observations sont contradictoires avec le caractère exceptionnel de ce phénomène sur le terrain de sport. Nous cherchons à présent à expliquer cette différence.

### 5.3 Un phénomène rare

Le caractère erratique des trajectoires des ballons de sport perturbe le jeu uniquement si les joueurs le perçoivent. Dans le cas où l’amplitude des déviations latérales est inférieure à la résolution de la vision humaine, celles-ci n’auront aucune influence sur le jeu. De même, si la longueur d’onde typique des déviations est grande par rapport à la longueur maximale des trajectoires, l’effet de flottement sera considéré comme inexistant. Dans ce paragraphe, nous résumerons les conditions nécessaires pour que le comportement erratique des balles de sport interfère avec le jeu.

#### 5.3.1 Distance d’observation

La première condition nécessaire pour que l’effet de flottement influence le jeu concerne la distance sur laquelle se produit ce phénomène. Il faut que la longueur d’onde typique du zigzag soit inférieure à la distance maximale parcourue par la balle. Dans le cas inverse, il est impossible pour le joueur de distinguer entre l’effet des fluctuations des forces de portance et une force latérale de direction constante.

Afin d’estimer simplement l’ampleur du phénomène de flottement, considérons l’équation de la dynamique de la balle selon la direction  $z$  dans le cas où  $\psi_0 = 0$  :

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_b} \frac{U^2}{D} C_{Lz}(t) \quad (5.13)$$

Dans le domaine fréquentiel, cette équation dévient :

$$\frac{\tilde{z}}{D} = \frac{\omega_c^2}{\omega^2} \tilde{C}_{Lz} \quad (5.14)$$

avec  $\omega_c = \sqrt{3\rho/4\rho_b}U/D$ . Cette équation permet d'interpréter le signal  $z(t)$  comme le résultat du filtrage du signal  $C_{Lz}(t)$  par un passe-bas de second ordre de pulsation de coupure  $\omega_c$ . Cette dernière correspond à un nombre de Strouhal  $St_c = \sqrt{3\rho/4\rho_b}/2\pi$ . L'importance du phénomène de flottement découle de celle du spectre de  $C_{Lz}(t)$  pour des nombres de Strouhal inférieurs à  $St_c$ . L'observation d'un zigzag sur le terrain nécessite donc deux conditions. La première consiste à ce que des fréquences  $St < St_c$  puissent être observées pendant le temps de vol de la balle. La seconde concerne la valeur de  $\tilde{C}_{Lz}$  pour  $St < St_c$ . Étant donné que celle-ci dépend de la vitesse de la balle, il existera une gamme de vitesses favorisant l'effet de flottement. Le paragraphe suivant s'intéresse à la seconde condition alors que nous considérons ici la première.

Le tableau 5.2 résume les nombres de Strouhal  $St_c$  au-dessus desquels l'effet des fluctuations de la force de portance n'a pas d'effet sur le mouvement des différentes balles de sport.

Sport	D (cm)	$\rho_b/\rho$	$L_t$ (m)	$St_c$	$\lambda_c$ (m)	$L_t/\lambda_c$	$(\delta/D)_{max}$
Volleyball	21	46	18	$1,0 \times 10^{-2}$	10	1,7	2,5
Football	21	90	100	$8,6 \times 10^{-3}$	13	7,8	1,7
Golf	4,3	920	100	$2,2 \times 10^{-3}$	10	11	1,2
Baseball	7,0	570	19	$2,9 \times 10^{-3}$	13	1,4	0,8
Tennis de table	4,0	67	2,7	$8,4 \times 10^{-3}$	2,4	1,1	0,5
Handball	19	104	40	$6,8 \times 10^{-3}$	14	1,9	0,3
Basketball	24	70	28	$8,2 \times 10^{-3}$	15	1,9	0,1
Pétanque	8,0	2200	15	$1,5 \times 10^{-3}$	27	0,5	0,01

TABLE 5.2 – Caractéristiques des trajectoires flottantes pour les différentes balles de sport : diamètre du ballon  $D$ , rapport de la masse volumique de la bille sur celle du fluide environnant ( $\rho_b/\rho$ ), taille du terrain ( $L_t$ ), nombre de Strouhal de coupure ( $St_c = \sqrt{3\rho/4\rho_b}/2\pi$ ), longueur du phénomène correspondant ( $\lambda_c = D/St_c$ ) et dispersion maximale  $(\delta/D)_{max}$  dans la gamme de Reynolds correspondant au jeu et pour une distance parcourue égale à  $\lambda_c$ .

Pour une balle de diamètre  $D$  se déplaçant à la vitesse  $U$ , le nombre de Strouhal  $St_c$  correspond à un phénomène qui intervient sur la distance  $\lambda_c = D/St_c = 2\pi\sqrt{D\mathcal{L}C_D}$ . Cette quantité est également estimée dans le tableau 5.2 pour différents sports. La distance  $\lambda_c$  est ensuite comparée à la longueur du terrain  $L_t$ . Lorsque le rapport  $L_t/\lambda_c$  est supérieur à l'unité, il sera possible d'observer au moins un zigzag. Ceci implique qu'il ne soit pas possible d'observer un changement de direction de la balle pour les autres sports. Le jeu de pétanque est l'exemple le plus marquant de cette catégorie.

### 5.3.2 Vitesse de la balle

L'amplitude des déviations latérales dépend de la densité spectrale  $|\tilde{C}_{Lz}|^2$  pour des nombres de Strouhal inférieurs à  $St_c$  (cf. équation 5.14). Dans cette gamme, la densité spectrale dépend uniquement du nombre de Reynolds (cf. paragraphe 1.3.3). Il existe donc un lien entre la vitesse des balles et l'ampleur de l'effet de flottement. Ce paragraphe se propose d'étudier ce lien.

La figure 1.17 résume les résultats de l'étude menée par Norman de  $\sqrt{\langle C_{L,y,z}^2 \rangle}$  en fonction du nombre de Reynolds. Elle montre que la valeur de  $\sqrt{\langle C_{L,y,z}^2 \rangle}$  passe par un maximum autour du nombre de Reynolds critique. La présence de ce maxima est un phénomène robuste qui dépend peu de l'état de surface de la sphère. L'augmentation de la variance du coefficient de portance entraîne celle de l'effet de flottage. Une manière de représenter cet effet est de regarder la dispersion moyenne  $\delta$  des trajectoires flottantes par rapport à la trajectoire attendue dans le cas où  $C_L = 0$  ( $\delta(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_0(t))^2}$  où  $\mathbf{r}_i$  et  $\mathbf{r}_0$  sont les positions de la particule en tenant compte ou non des forces de portance). L'outil numérique, introduit au paragraphe 5.2.3, permet d'accéder aisément à cette grandeur. La figure 5.17 présente l'écart moyen des trajectoires flottantes pour un projectile ayant les caractéristiques d'un ballon de football ( $D = 21$  cm,  $\rho_b/\rho = 90$  et  $C_D = 0,23$ ). L'écart moyen, adimensionné par le diamètre de la balle,  $\delta/D$ , est tracé en fonction du nombre de Reynolds initial du tir  $Re_0 = DU_0/\nu$ . La quantité  $\delta/D$  est calculée pour différentes distances horizontales  $x$  parcourues par la balle.

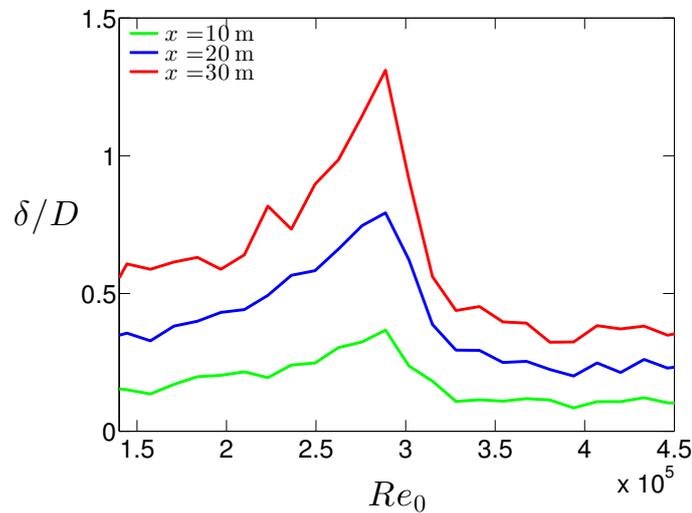


FIGURE 5.17 – Écart moyen des trajectoires flottantes par rapport à la trajectoire qui ne subit pas d'effets de portance. Cette quantité est tracée en fonction du nombre de Reynolds initial  $Re_0 = DU_0/\nu$ . L'écart  $\delta$  est adimensionné par le diamètre  $D$  du ballon. Celui-ci est calculé numériquement à partir de l'intégration des équations (5.9) à (5.12) pour différentes distances horizontales  $x$  parcourues. Ces courbes découlent d'une statistique réalisée sur 1000 tirs. La résolution numérique est réalisée pour une balle ayant les propriétés d'un ballon de football :  $D = 21$  cm,  $\rho_b/\rho = 90$  et  $C_D = 0,23$ .

Cette figure montre que la dispersion des trajectoires flottantes croît avec la distance  $x$  parcourue (la courbe noire, tracée pour  $x = 27$  m, est au-dessus de la verte qui correspond à  $x = 3,7$  m). Cette tendance a déjà été observée au paragraphe 4.3.3 dans le cas des chutes verticales. En revanche, l'évolution de la quantité  $\delta/D$  avec la vitesse initiale  $U_0$ , exprimée en terme de nombre de Reynolds  $Re_0 = DU_0/\nu$ , n'est pas monotone. On observe l'existence d'un pic pour un nombre de Reynolds correspondant à celui critique  $Re_c \approx 3 \times 10^5$ . Celui-ci résulte directement des données de Norman. Il signifie que l'amplitude des déviations latérales est plus importante pour des balles frappées à une vitesse dans la gamme correspondant à  $Re_c$ . Le lancer des ballons à des vitesses correspondant au nombre de Reynolds critique, amplifie le zigzag des trajectoires et la surprise des joueurs adverses.

Comme étudié au paragraphe 1.2.3, le nombre de Reynolds critique dépend fortement de l'état de surface de la balle considérée. Cependant, pour un ballon de football, la crise de traînée apparaît pour  $1,5 \times 10^5 < Re_c < 3,0 \times 10^5$  ce qui correspond à des vitesses comprises entre 16 et 20 m/s. Dans le cas du volleyball les vitesses qui correspondent à cette transition sont comprises entre 14 et 17 m/s. La contrainte sur la vitesse raréfie l'obtention d'une trajectoire flottante sur le terrain de sport.

Cette étude permet également d'estimer l'amplitude des déviations latérales subies par la balle lors d'une trajectoire flottante. La dernière colonne du tableau 5.2 indique la valeur maximale de  $\delta/D$  pour les différents ballons de sport lorsqu'ils ont parcouru une distance égale à  $\lambda_c$ . Ce maximum est considéré dans la gamme de nombre de Reynolds accessible dans le jeu. La valeur de  $(\delta/D)_{max}$  selon les différents sports permet de conclure quant à l'importance du phénomène de flottement. Le fait que le rapport  $(\delta/D)_{max}$  soit inférieur à l'unité dans le cas du handball et du basketball explique que les trajectoires erratiques ne soient jamais observées dans ces sports. Cette contrainte sur l'amplitude des déviations latérales s'ajoute à celle relative à la distance d'observation pour expliquer la rareté du phénomène de flottement en sport.

La dépendance des propriétés des trajectoires flottantes avec la vitesse de la balle est un effet qui reste à prouver expérimentalement. Sur le terrain, la durée pendant laquelle une balle traverse le régime critique est faible. Ceci empêche d'obtenir des données statistiques sur la trajectoire de ces balles pour cette gamme précise de nombre de Reynolds. Des expériences en soufflerie sont envisagées afin de mesurer la variance du coefficient de portance des différents ballons de sport en fonction du nombre de Reynolds [103]. La suspension de ces balles au bout d'un fil dans une soufflerie verticale et l'enregistrement de leurs déplacements latéraux, permettraient d'accéder à la mesure de  $\sqrt{\langle C_{L,y,z}^2 \rangle}$  en fonction de  $Re$  dans une situation à deux degrés de liberté. Cette expérience permettrait de prouver la dépendance de l'effet de flottement avec la vitesse à laquelle est lancée la balle.

Bien que nous n'ayons pu accéder à la soufflerie verticale afin d'achever cette étude, plusieurs observations vont dans le sens de l'étude précédente. C'est le cas des services flottants au volleyball qui sont frappés à des vitesses correspondant à la crise de traînée de ce ballon [99].

### 5.3.3 Rotation de la balle

Une autre condition, essentielle à la production d'un effet de flottement, consiste en une faible rotation de la balle. Ce critère a toujours été présent dans les observations faites sur le terrain et dans les expériences précédentes. Il est désormais possible de le quantifier. En effet, lorsque la rotation propre de la balle est trop importante, sa trajectoire se courbe à cause de l'effet Robins-Magnus dans une direction donnée. La déviation latérale produite, masque celle causée par le flottement de la balle. En comparant la courbure due à la rotation avec celle provoquée par les fluctuations de la force de portance, il apparaît qu'un critère doit agir sur la rotation de la balle pour que l'effet du zigzag soit dominant.

Envisageons le cas d'une balle dont la rotation propre  $\boldsymbol{\omega}$  est orientée selon  $\mathbf{e}_\theta$  (soit  $\boldsymbol{\omega} = \omega_0 \mathbf{e}_\theta$ ). La projection de l'équation du mouvement selon la direction  $\mathbf{e}_\psi$  s'écrit :

$$MU^2 \frac{d\psi}{ds} = -\frac{1}{2} \rho C_R \pi R^3 U \omega_0 \quad (5.15)$$

La courbure  $\mathcal{C}_R$  de la trajectoire, introduite par l'effet Robins-Magnus, suit l'expression :

$$C_R = \frac{d\psi}{ds} = -\frac{8}{3} \frac{\rho}{\rho_b} C_R \frac{\omega_0}{U} \quad (5.16)$$

Le rapport de cette courbure avec celle  $C_{L\psi}$  issue de l'intermittence de la force de portance sur une sphère sans rotation (cf. équation (4.9)) donne :

$$\frac{C_R}{C_{L\psi}} = \frac{C_R}{C_{L\psi}} Sp \quad (5.17)$$

L'effet Robins-Magnus ne masque pas l'effet de flottement seulement si le rapport  $C_R/C_{L\psi}$  demeure petit devant l'unité. Ce critère impose que  $Sp \ll C_R/C_{L\psi}$  dont la valeur la plus restrictive est atteinte lorsque  $C_{L\psi}$  est maximale. Numériquement le critère précédent peut être estimé à  $Sp \ll 0,3$  en considérant  $C_{L\psi} \approx 0,1$  et  $C_R \approx 0,13$ . En pratique les trajectoires flottantes ne sont jamais observées en sport pour des nombres de spin supérieurs à 0,01. La réalisation d'un lancer de ballon avec une faible rotation est techniquement difficile et requiert une grande maîtrise de son geste [102]. Les serveurs au volleyball stoppent net le mouvement de leur bras à l'impact avec la balle au service afin de minimiser la rotation de la balle et d'obtenir un effet de flottement. Cette contrainte technique explique en partie pourquoi les trajectoires flottantes sont des objets rares sur les terrains de sport.

Cependant, il est important de nuancer l'étude précédente. Cette approche considère le phénomène d'émission tourbillonnaire, responsable des fluctuations de la force de portance, comme indépendant de l'effet Robins-Magnus. En réalité, ces deux phénomènes reposent sur les propriétés de l'écoulement de l'air en aval de la balle (cf. chapitre 1). Une faible rotation de la balle sur elle-même pourrait rendre symétrique son sillage et affaiblir l'effet du flottement sans pour autant provoquer un effet Robins-Magnus notable. Il serait pertinent d'étudier en soufflerie la dépendance des fluctuations des forces de portance en fonction de la vitesse de rotation de la sphère. Ceci permettrait d'établir un critère plus précis de disparition de l'effet de flottement.

## Conclusion

Le flottement des trajectoires des balles de sport est sans doute l'effet le plus surprenant pour les joueurs de par son caractère exceptionnel et imprévisible. Ce phénomène défie à tel point l'intuition que les scénarios visant à l'expliquer sont nombreux et parfois sans fondement. Nous avons envisagé le cas où les fluctuations des forces de portance sont responsables de ce phénomène. Les prédictions de ce scénario sont en accord avec les observations réalisées sur le terrain. Dans ce cas, toutes les trajectoires de particules sphériques dans un fluide à haut nombre de Reynolds sont soumises au flottement. Cet effet peut par exemple expliquer la dispersion des expériences historiques de déviation vers l'Est. Dans le cas du sport, plusieurs critères doivent être respectés afin d'obtenir un effet de flottement observable. Ces derniers concernent la rotation et la vitesse de la balle ainsi que la longueur d'observation de ce phénomène. La satisfaction de ces différentes contraintes expliquent que les trajectoires flottantes soient une prouesse technique et restent exceptionnelles sur les terrains de sport.

Ce chapitre laisse de nombreuses questions en suspend. Celle de l'influence de l'aspect de surface des balles sur l'effet de flottement en est un exemple. Dans le cadre de ce chapitre, nous avons envisagé uniquement le cas d'une particule sphérique parfaitement lisse. Par la

suite, il serait intéressant de savoir si des trajectoires flottantes peuvent apparaître pour des projectiles sphériques dont la surface est rugueuse (présence de coutures par exemple) ou pour des projectiles de formes différentes (comme une balle de fusil par exemple). La connaissance de l'intensité du flottement en fonction de l'aspect de surface et de la géométrie de la particule aurait des applications immédiates dans la production de balles de sport. Aussi, on peut se poser la question du maintien de l'effet de flottement pour des objets cavitants ou en caléfaction. Dans ces deux cas, le sillage des projectiles est largement perturbé, soit par la présence de bulles d'air soit par l'existence d'un fin film d'air.

Enfin, le scénario envisagé dans ce chapitre pour expliquer les trajectoires erratiques en sport n'est pas le seul envisageable. L'existence d'asymétries à la surface de la balle, comme dans le cas du baseball, implique la présence d'une force de portance stationnaire. Celle-ci dépend de l'orientation de la balle vis-à-vis de l'écoulement du fluide. Dès lors, une lente rotation de la balle au cours du temps est susceptible de produire des déviations latérales alternées. Cette explication est possible dans le cas du baseball. En revanche, elle semble improbable dans le cas du football ou du volleyball où les coutures produisent des forces de portance stationnaires très faibles [96]. Les différents scénarios développés pour expliquer l'effet de flottement, comme celui précédant, sont résumés dans l'annexe C.



# Chapitre 6

## Balles anisotropes



*Le travail des artistes Claes Oldenburg et Coosje van Bruggen consiste à reproduire des objets familiers dans des dimensions exceptionnelles. Ils cassent ainsi les habitudes et questionnent notre quotidien. La photographie ci-contre montre une immense réplique d'un volant de badminton. Cette oeuvre, exposée au Nelson-Atkins Museum of Art, démontre le caractère universel du volant de badminton.*

### Sommaire

---

<b>6.1</b>	<b>Jeu "court" au badminton</b>	<b>120</b>
6.1.1	Aspects historiques	120
6.1.2	Observations expérimentales	122
6.1.3	Dynamique du volant	124
6.1.4	Sur la forme du volant	128
6.1.5	Gravitropisme	129
<b>6.2</b>	<b>Ballons ovales</b>	<b>131</b>
6.2.1	Équations du mouvement	131
6.2.2	Trajectoire et portée	133

---

*Ce travail a été réalisé avec Caroline Cohen.*

## Introduction

Au cours de leur histoire, certains sports ont sélectionné des formes de balle différentes de la sphère. C'est le cas du volant de badminton qui adopte une géométrie conique ou du ballon de rugby qui possède une forme d'ovoïde. À l'instar de l'approche du chapitre 2, ces projectiles ne présentent pas nécessairement une surface de section constante à l'écoulement. Dans le cas du volant, celui-ci se retourne après impact avec la raquette. La direction de son axe de symétrie subit des oscillations amorties au cours du temps jusqu'à que cette direction soit confondue avec celle de sa vitesse (c'est-à-dire le bouchon aligné vers l'avant). Cette phase de retournement dure environ une centaine de millisecondes. Ainsi, le phénomène de stabilisation du volant avec la direction de sa vitesse est visible sur des trajectoires courtes dont la longueur est comparable à la taille de la raquette. La première partie de ce chapitre s'intéresse à ce type de trajectoires. Nous tenterons de comprendre le comportement versatile du volant en fonction des différents paramètres d'impact. La deuxième partie de ce chapitre considère le cas du ballon de rugby. Dans ce sport, la balle peut être lancée "vissée", c'est-à-dire avec une importante rotation selon son axe principal. Cette rotation propre permet de stabiliser l'orientation initiale du ballon. Dès lors, le ballon de rugby n'est pas constamment aligné avec la direction de sa vitesse. Dans ce cas, la balle subit des forces de portance capables de prolonger sa trajectoire. Nous cherchons à estimer dans quelles mesures le trajet d'un ballon ovoïdal peut être modifié par son non alignement le long de la trajectoire. Au travers de l'exemple du badminton et du rugby, ce chapitre pose la question de l'influence des formes des projectiles non sphériques sur la pratique du jeu.

### 6.1 Jeu "court" au badminton

Nous cherchons à comprendre la dynamique du volant dans sa phase de retournement et à savoir dans quelle limite l'approche considérant ce projectile comme un point matériel (cf. chapitre 2 et 3) peut être retrouvée.

#### 6.1.1 Aspects historiques

Les premiers jeux de volant sont localisés en Asie il y a 2500 ans avant J.-C. [104]. Dérivant d'un jeu proche du football, les militaires chinois s'entraînaient au jeu de *ti-jian-zi* qui consiste à se renvoyer un volant avec le pied (cf. figure 6.1-(a)). Ce volant était le plus souvent composé d'une boule de cuir lestée dans lequel on piquait des plumes. Ce jeu, actuellement connu sous le nom de *chien-tsu*, est désormais pratiqué avec des "volants" modernes comme celui de la figure 6.1-(b).

C'est au Japon que le jeu de volant évolue pour se pratiquer avec un battoir en bois nommé *hagoita* (cf. figure 6.1-(c)). Le volant est alors fabriqué avec des fruits du savonnier, ressemblant à des haricots et garnis de petites plumes.

Plusieurs variantes du jeu de volant se développent parallèlement sur le continent Américain. Les tribus Zuni du Nouveau-Mexique jouent avec un volant composé par de feuilles de maïs entrelacées formant un petit carré plat sur lequel sont placées deux longues plumes. La civilisation pré-inca Mochica jouait avec un assemblage de plumes relié à un petit disque en bois par l'intermédiaire d'une lanière.

Le badminton sous sa forme contemporaine provient d'une adaptation, par les colons britanniques, du jeu indien du *tomfool*. Le badminton se pratique aujourd'hui sur un terrain

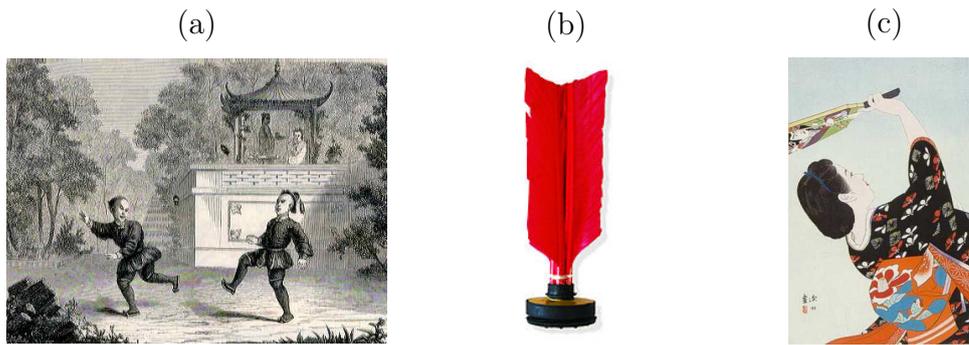


FIGURE 6.1 – (a) Gravure représentant le jeu de *ti-jian-zi*. (b) Volant utilisé pour le jeu du *chien-tsu*. (c) Estampe représentant une femme tenant une *hagoita* ornée de dessins.

de 13,4 sur 5,2 mètres, séparé en deux par un filet de hauteur 1,55 m. Les volants employés en compétition sont constitués par un bouchon de liège planté de véritables plumes d'oie ou de canard (cf. figure 6.2-(a)). Il pèse environ 5 g et mesure 10 cm de long. Ce type de volant demeure quasiment inchangé depuis plusieurs siècles comme l'atteste la peinture de Jean-Siméon Chardin reproduite sur la figure 6.2-(b). Hors compétition, les joueurs utilisent des volants en plastique dont la jupe imite celle en plume.



FIGURE 6.2 – (a) Photographie d'un volant de badminton en plume. La ligne noire en bas à gauche indique 1 cm. (b) *La fillette au volant* peinte par Jean-Siméon Chardin en 1741.

Les règles et rituels associés à ces jeux de volants varient selon les époques et les cultures mais ont pour dénominateur commun de s'échanger le volant sans le faire tomber à terre. Celui-ci est systématiquement constitué d'une partie massive plantée de plumes légères. Cette constance de la forme et des matériaux aux travers des âges soulève la question de leur intérêt pour le jeu.

La frappe du volant de badminton avec la raquette s'effectue systématiquement sur le bouchon en liège. Ceci est rendu possible du fait que le volant vole le bouchon en avant, son axe aligné avec la direction de sa vitesse. Pour que cette propriété soit respectée, il est nécessaire que le volant se retourne à chaque échange entre les adversaires. Cette phase de retournement intervient rapidement après l'impact du volant avec la raquette. Elle est particulièrement visible sur le jeu court à proximité du filet (lorsque  $U_0 < U_\infty$ ). L'étude expérimentale de cette phase va nous permettre de quantifier sa durée et les paramètres dont elle dépend.

### 6.1.2 Observations expérimentales

À l'aide d'une caméra rapide nous filmons des séquences du retournement d'un volant de badminton après contact avec une raquette. Les images d'un de ces films ont permis de réaliser la séquence 6.3.

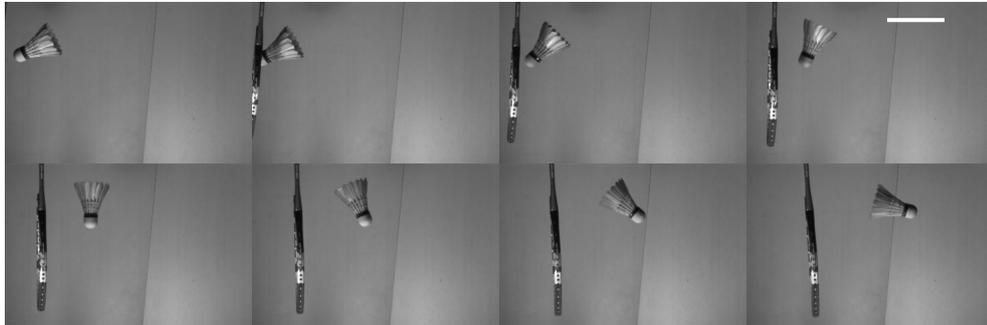


FIGURE 6.3 – Séquence d'un impact de volant en plume par une raquette. La ligne blanche en haut à droite indique 10 cm. Le temps s'écoule de gauche à droite et de haut en bas. Chaque image est séparée par 1 ms. La vitesse de départ du volant est estimée à  $U_0 \approx 64$  m/s.

Ces clichés montrent que le contact entre le volant et la raquette est inférieur à 1 ms. Après avoir quitté la raquette, le volant se retourne pour voler le nez en avant. Le temps nécessaire pour cet objet afin d'effectuer un demi tour est d'environ 7 ms dans ce cas. Cependant, la dynamique du volant se prolonge après cette phase de retournement. La figure 6.4 représente deux chronophotographies de la même expérience observée sur une plus grande distance.

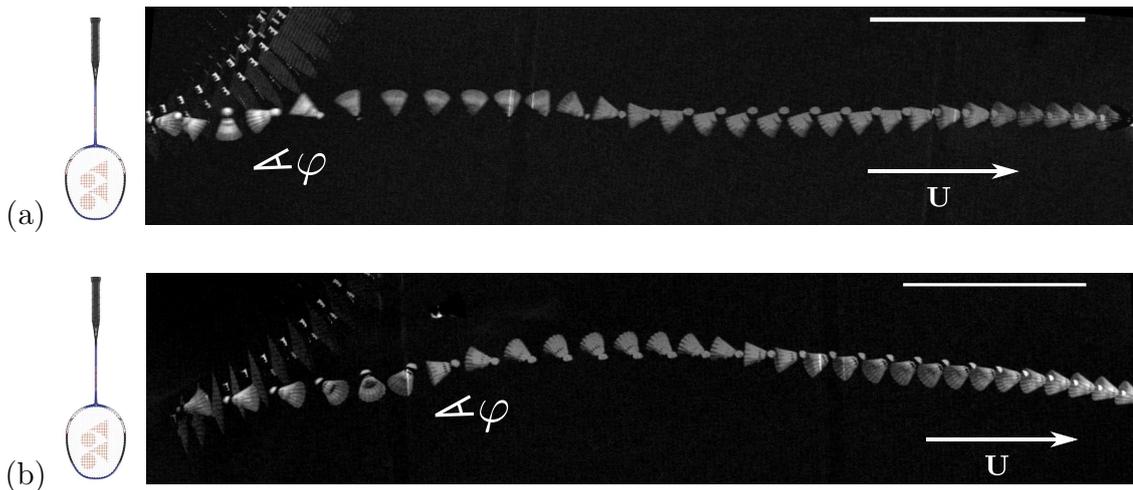


FIGURE 6.4 – Chronophotographies d'un volant de badminton après contact avec la raquette. On observe l'évolution au cours du temps de l'angle  $\varphi$  que forme la direction du volant avec celle de sa vitesse  $U$ . Les lignes blanches en haut à droite indiquent 50 cm. (a) L'intervalle de temps entre chaque image est égal à 5 ms, la vitesse initiale du volant à  $U_0 \approx 18,6$  m/s et sa vitesse angulaire à  $\dot{\varphi}_0 = 206$  rad/s. (b) L'intervalle de temps entre deux images est égal à 6,5 ms, la vitesse initiale du volant à  $U_0 \approx 10,4$  m/s et sa vitesse angulaire à  $\dot{\varphi}_0 = 28$  rad/s.

Ces chronophotographies montrent le comportement d'un volant après qu'il ait quitté la raquette. On observe que, suite au retournement du volant, sa direction oscille autour de celle de sa vitesse  $\mathbf{U}$ . Ces oscillations s'amortissent et le volant finit par s'aligner selon la direction de sa vitesse, le bouchon en avant. On remarque que dans les deux cas étudiés ci-dessus, le volant n'effectue jamais un tour complet. Dans les conditions de la figure 6.4-(a), le retournement dure environ quatre intervalles de temps, soit 20 ms. De même, la période des oscillations peut être estimée sur cette chronophotographie à environ 80 ms. Au-delà de 150 ms la direction du volant demeure alignée à celle de sa vitesse. Lorsque l'intensité de la frappe du volant est moins importante, sa dynamique est plus lente. La figure 6.4-(b) montre le comportement d'un même volant partant à une vitesse initiale deux fois plus faible que le cas précédent. Dans cette situation le temps de retournement est d'environ 60 ms, celui d'oscillation de 160 ms et celui de stabilisation supérieur à 200 ms. Au cours de l'étude du jeu court au badminton, nous cherchons à comprendre comment la dynamique du retournement et de la stabilisation du volant dépendent des conditions de frappe.

Les séquences vidéo réalisées permettent de mesurer l'angle  $\varphi$  entre l'axe du volant et la direction de sa vitesse au cours du temps (comme représenté sur la figure 6.4). Deux exemples caractéristiques de cette évolution sont tracés sur la figure 6.5.

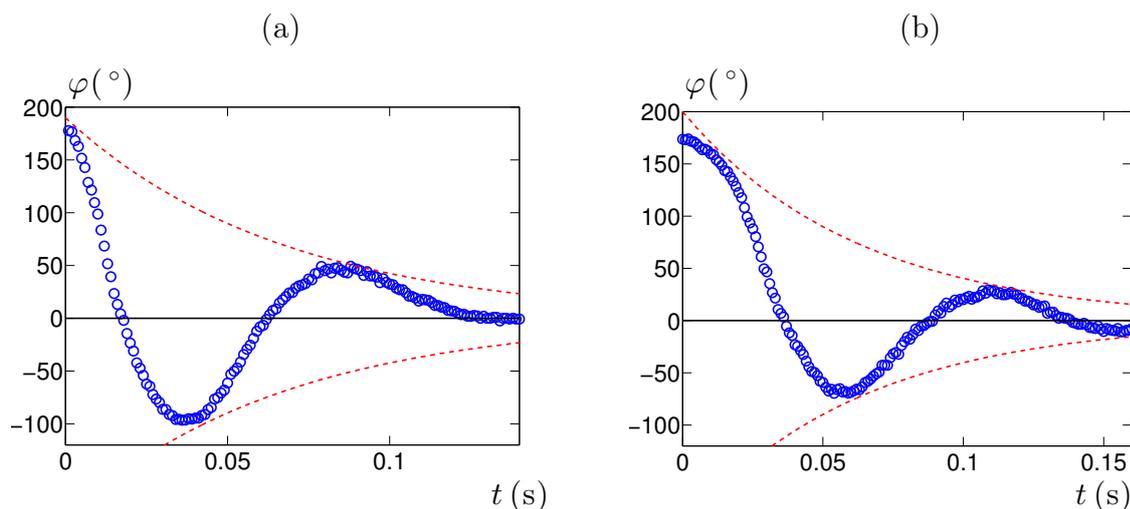


FIGURE 6.5 – Évolution de l'angle  $\varphi$  entre l'axe du volant et sa vitesse  $\mathbf{U}$  en fonction du temps. Ces mesures sont réalisées sur les mêmes expériences que celles montrées sur la figure 6.4. Le temps  $t = 0$  correspond à l'instant où le volant quitte la raquette. Les données expérimentales (ronds bleus) sont bornés par une tendance exponentielle décroissante (lignes rouges). (a) L'intervalle de temps entre chaque image est égal à 5 ms, la vitesse initiale du volant à  $U_0 \approx 18,6$  m/s et sa vitesse angulaire à  $\dot{\varphi}_0 = 206$  rad/s. (b) L'intervalle de temps entre deux images est égal à 6,5 ms, la vitesse initiale du volant à  $U_0 \approx 10,4$  m/s et sa vitesse angulaire à  $\dot{\varphi}_0 = 28$  rad/s.

La variation de l'angle du volant au cours du temps met en évidence trois temps caractéristiques décrits précédemment. Le premier est le temps de retournement, noté  $\tau_f$ , nécessaire à l'angle pour passer de  $180^\circ$  à  $0^\circ$ . Le second est la période des oscillations de l'angle en fonction du temps. Cette grandeur sera notée  $\tau_o$  par la suite. Enfin le dernier temps caractéristique est celui de stabilisation  $\tau_s$  qui correspond au temps d'amortissement de l'amplitude des oscillations (cf. lignes rouges pointillées sur la figure 6.5).

### 6.1.3 Dynamique du volant

Afin de comprendre le comportement d'un volant après son impact avec une raquette, il faut estimer les forces qu'il subit et leurs points d'application. Ces dernières sont composées du poids du volant et des forces de pression dues à l'écoulement de l'air autour de cet objet. Les forces appliquées par le fluide se regroupent sous la forme d'une résultante aérodynamique de type traînée. Le point d'application de cette force est le point où le moment des forces de pression appliquées au volant est nul. Il est appelé centre de pression ou centre aérodynamique. La position de ce point varie selon le profil de l'écoulement. Si le profil de pression autour du volant est homogène, son centre aérodynamique est confondu avec son barycentre, c'est-à-dire le centre de son volume. En réalité, l'existence d'une zone de basse pression en aval du volant, déplace la position de ce point vers le bouchon. Dans cette étude, nous considérons que le centre de pression est confondu avec le barycentre du volant. En revanche, ce dernier reste distinct de son centre de gravité en raison de la répartition hétérogène de la masse (le bouchon est plus massif que la jupe). La non concordance du centre de pression et du centre de gravité implique que la résultante aérodynamique exerce un couple sur le volant. Cette force étant opposée à la vitesse, elle exerce un couple stabilisant sur cet objet. Le schéma de la figure 6.6-(a) permet de visualiser l'effet de la résultante aérodynamique  $\mathbf{F}_D$  sur le volant incliné d'un angle  $\varphi$  avec la direction de sa vitesse  $\mathbf{U}$ .

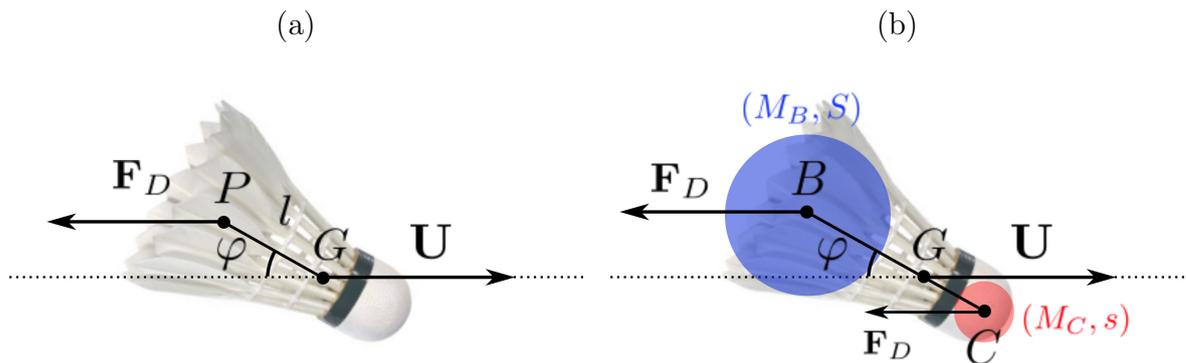


FIGURE 6.6 – (a) Application de la force de traînée  $\mathbf{F}_D$  sur le volant lorsque son axe fait un angle  $\varphi$  avec la direction de sa vitesse  $\mathbf{U}$ . Le point  $P$  est le centre de pression du volant. Il est distant de  $l$  du centre de gravité  $G$  de cet objet. (b) Volant modèle constitué par une sphère de section  $S$  et de masse  $M_B$  placée en  $B$  représentant la jupe et par une sphère de section  $s$  et de masse  $M_C$  placée en  $C$  représentant le bouchon.

Ce schéma distingue le centre de pression  $P$  du centre de gravité  $G$  du volant, ces deux points étant séparés d'une distance  $l$ . Compte tenu du fait que la force aérodynamique est de type traînée, elle est de sens opposé à celui de la vitesse  $\mathbf{U}$  et exerce un couple stabilisateur sur le volant. Ce couple tend à aligner l'axe du volant avec la direction de sa vitesse et le bouchon en avant (cet équilibre correspond à l'angle  $\varphi = 0$ ). La position inversée du volant ( $\varphi = 180^\circ$ ) correspond à un équilibre instable qui n'est jamais maintenu en pratique.

L'explication précédente permet de comprendre le comportement du volant de badminton après l'impact avec la raquette. Elle va également nous permettre de modéliser son retournement et sa stabilisation. Puisque le comportement versatile du volant provient de

la distinction entre son centre de masse et son centre de pression, nous allons le modéliser par deux sphères. La première possède une section  $S$  et une masse  $M_B$  qui correspondent à celles de la jupe. La seconde sphère modélise le bouchon et possède une section  $s$  et une masse  $M_C$ . Les volants commerciaux sont tous construits tel que  $s < S$  et  $M_B < M_C$ . Les caractéristiques du volant sont ainsi réduites à l'essentiel : un bouchon massif et une jupe subissant la traînée. Le modèle précédant, symbolisé sur la figure 6.6-(b), permet d'appliquer le théorème du moment cinétique par rapport au point  $G$ . Cette approche est développée dans l'annexe D et mène, dans le cas où  $SM_C \gg sM_B$ , à l'équation suivante :

$$\ddot{\varphi} + \frac{\rho SC_D U}{2M_B (1 + M_B/M_C)} \dot{\varphi} + \frac{\rho SC_D U^2}{2(M_C + M_B)l_{GC}} \sin \varphi = 0 \quad (6.1)$$

où  $C_D$  est le coefficient de traînée associé à une sphère et  $l_{GC}$  la distance séparant les points  $G$  et  $C$  (cf. figure 6.6-(b)). Cette équation différentielle du second ordre en  $\varphi$  donne lieu à des oscillations amorties. Le carré de la pulsation  $\omega_0^2 = \rho SC_D U^2 / 2Ml_{GC}$  (avec  $M = M_C + M_B$ ) correspond au couple stabilisateur engendré par la traînée. Le terme d'amortissement,  $\alpha = \rho SC_D U / 2M_B (1 + M_B/M_C)$ , résulte du mouvement orthoradial du volant lorsque  $\varphi$  varie. L'équation (6.1) permet d'exprimer différents temps caractéristiques. On se propose dans la suite d'évaluer leur signification physique et leur ordre de grandeur afin de les comparer aux valeurs expérimentales.

### Temps de retournement

La linéarisation de l'équation (6.1) permet d'exprimer analytiquement sa solution  $\varphi(t)$ . Cette dernière dépend des deux conditions initiales  $\varphi_0 = \varphi(t = 0)$  et  $\dot{\varphi}_0 = \dot{\varphi}(t = 0)$ . Dans ce cadre, le temps de retournement est défini par la relation  $\varphi(\tau_{fth}) = 0$  et s'exprime comme :

$$\tau_{fth} = \frac{1}{\omega} \operatorname{atan} \left( \frac{\omega \varphi_0}{\dot{\varphi}_0} \right) \quad (6.2)$$

où  $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \alpha^2/4}$ . Pour les volants utilisés au cours de nos expériences,  $M_C = 3,0$  g,  $M_B = 2,0$  g et  $S = 28$  cm<sup>2</sup>. Par ailleurs, nous estimons que  $\rho = 1,2$  kg.m<sup>-3</sup>,  $C_D = 0,44$  et  $l_{GC} = 1,0$  cm conformément à la détermination faite par A.Cooke sur plusieurs modèles de volants [105]. Ces valeurs permettent d'estimer que  $\alpha/\omega_0 = \sqrt{2M\rho SC_D l_{GC}} / 2M_B (1 + M_B/M_C) \simeq 0,04$ . Ceci nous permet de considérer que  $\omega \simeq \omega_0$  dans la suite de ce travail. Les valeurs de  $U_0$ ,  $\varphi_0$  et  $\dot{\varphi}_0$  correspondant aux expériences montrées sur les figures 6.4-(a) et (b) permettent d'estimer le temps de retournement au moyen de la relation (6.2). On trouve que  $\tau_{fth}^a = 15$  ms et  $\tau_{fth}^b = 42$  ms pour les expériences respectives (a) et (b). Ces prédictions sont proches des valeurs expérimentales :  $\tau_{fexp}^a = 16$  ms et  $\tau_{fexp}^b = 39$  ms. L'étude du temps de retournement expérimental peut être systématisée à des impacts d'intensités différentes. À chaque essai, la vitesse de rotation initiale  $\dot{\varphi}_0$  et la vitesse de départ du volant  $U$  sont mesurées. Dans toutes les expériences, l'angle initial est identique et approximativement égal à  $\varphi_0 \simeq \pi$ . La figure 6.7-(a) montre l'évolution du temps de retournement expérimental,  $\tau_{fexp}$ , avec celui théorique  $\tau_{fth}$ , prédit par l'expression (6.2).

L'observation de cette courbe montre que les différents essais s'ajustent sur une même droite de pente approximativement égale à 1,15. Le modèle basique proposé pour décrire le retournement d'un volant de badminton capture raisonnablement ce phénomène.

La figure 6.7-(b) révèle le lien entre la vitesse de rotation initiale du volant  $\dot{\varphi}_0$  et sa vitesse de départ de la raquette  $U$ . Cette courbe montre que ses deux quantités ne peuvent

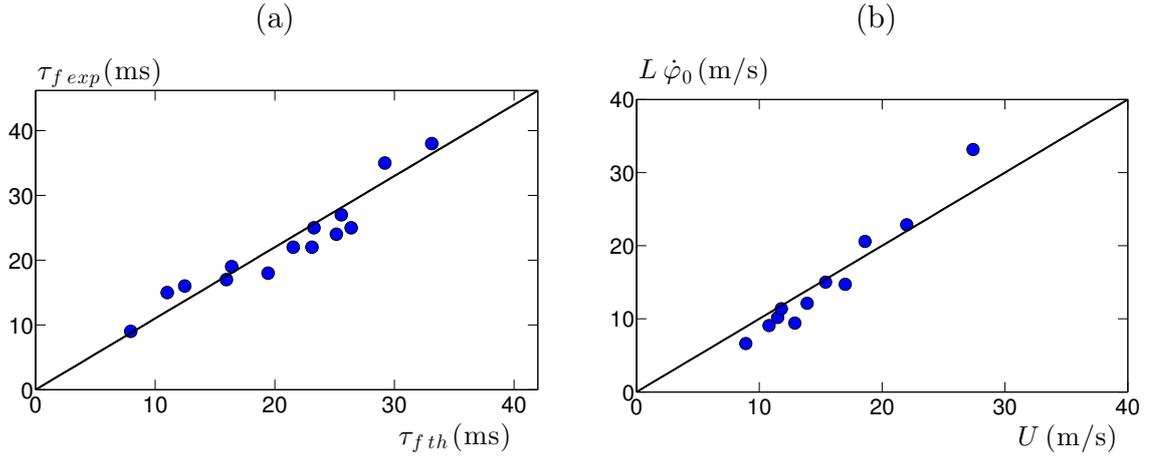


FIGURE 6.7 – (a) Temps de retournement expérimental  $\tau_{f exp}$  en fonction de celui théorique  $\tau_{f th}$ . Ce dernier est estimé au moyen de la relation (6.2). (b) Variation de la vitesse angulaire initiale,  $\dot{\varphi}_0$ , multipliée par la longueur  $L$  du volant en fonction de la vitesse du volant  $U$  après l’impact avec la raquette.

pas être choisies indépendamment par un joueur lors d’un impact usuel.

### Période d’oscillation

Dans le modèle précédent, le temps d’oscillation du volant est donné par  $\tau_o = 2\pi/\omega$ . Dans la limite où  $\alpha \ll \omega_0$ , il découle l’expression théorique suivante pour le temps d’oscillation :

$$\tau_{oth} \simeq 2\pi \frac{\sqrt{\mathcal{L} l_{GC}}}{U} \quad (6.3)$$

où  $\mathcal{L} = 2M/\rho S C_D$ . En utilisant les valeurs introduites précédemment pour les différentes caractéristiques du volant et les valeurs de vitesses initiales mesurées dans les expériences correspondant à la figure 6.4, nous pouvons estimer le temps d’oscillation par le biais de la relation (6.3). Ceci donne  $\tau_{oth}^a = 102 \text{ ms}$  et  $\tau_{oth}^b = 183 \text{ ms}$  pour respectivement, les expériences (a) et (b). Ces valeurs sont proches de celles expérimentales dans les même situations :  $\tau_{oexp}^a = 92 \text{ ms}$  et  $\tau_{oexp}^b = 168 \text{ ms}$ . Aussi, il est possible d’avluer le temps de retournement expérimental  $\tau_{oexp}$  pour un même volant subissant des impacts d’intensités différentes. À chaque essai, la vitesse la vitesse de départ du volant  $U$  est mesurée. La figure 6.8-(a) montre l’évolution du temps d’oscillation expérimental avec celui théorique estimé à l’aide de la relation (6.3). Toutes les données expérimentales (ronds bleus) se distribuent autour d’une même droite de pente approximativement égale à l’unité.

### Stabilisation du volant

En plus du phénomène de retournement et des oscillations, le volant subit un mouvement amorti. Ce dernier est déterminé expérimentalement à environ une centaine de millisecondes (cf. figure 6.5) et prit en compte dans l’équation (6.1) par le biais du terme d’amortissement  $\alpha\dot{\varphi}$ . Dans le cadre de ce modèle, le temps de stabilisation s’exprime :

$$\tau_s = \frac{2M_B (1 + M_B/M_C)}{\rho S C_D U} \quad (6.4)$$

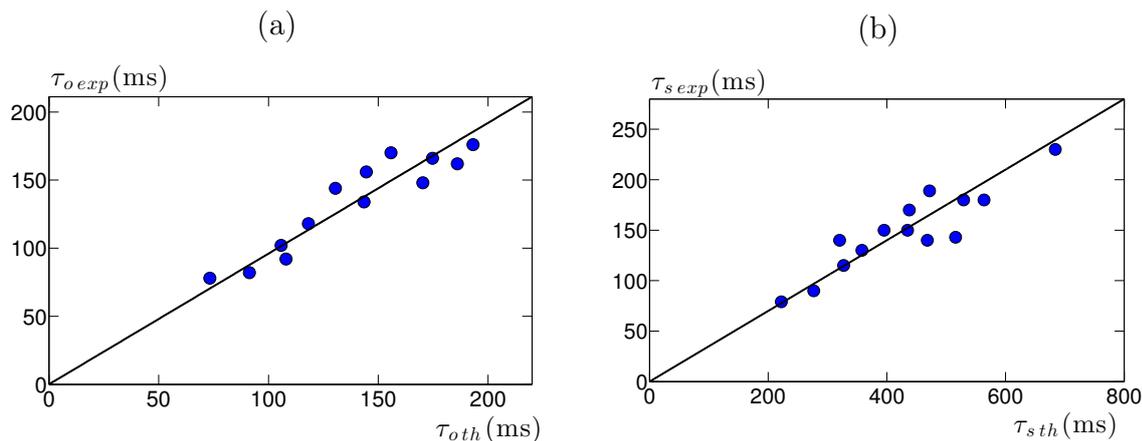


FIGURE 6.8 – (a) Temps d'oscillation expérimental  $\tau_{oexp}$  en fonction de celui théorique  $\tau_{oth}$ . Cette quantité est déterminée au moyen de la relation (6.3) incluant la valeur expérimentale de la vitesse  $U$  du volant. (b) Temps de stabilisation expérimental  $\tau_{sexp}$  en fonction de celui théorique  $\tau_{sth}$ . Ce dernier est déduit par l'intermédiaire de la relation (6.4).

Pour les vitesses typiques du jeu de badminton ( $U = 20$  m/s), cette relation donne  $\tau_s \sim 0,3$  s. Plus quantitativement, l'évolution du temps de stabilisation d'un volant en fonction de sa vitesse  $U$  peut être étudiée expérimentalement. La figure 6.8-(b) montre le temps de stabilisation expérimental en fonction de celui prédit par le biais de la relation (6.4).

L'ensemble de données expérimentales (ronds bleus) se distribuent autour d'une même droite dont la pente est environ égale à 0,4. Le fait que cette valeur soit inférieure à l'unité peut provenir de la valeur non constante du coefficient de traînée  $C_D$  lors de l'évolution de l'angle  $\varphi$ .

Lorsque le temps de l'échange est long par rapport au temps de stabilisation, le volant pourra être considéré comme aligné avec la direction de sa vitesse tout au long de sa trajectoire. C'est le cas des dégagés de fond de court qui durent de deux à trois secondes. Ceci justifie l'approche du chapitre 2 et 3 où la surface  $S$  exposée à l'écoulement est supposée constante.

À l'inverse, à proximité du filet, le temps de stabilisation devient comparable au temps de l'échange qui alors d'une fraction de seconde. Pour ces échanges, la prise en compte de la phase de stabilisation du volant devient déterminante. Le joueur joue alors sur les vitesses linéaires et angulaires initiales afin de modifier les temps de retournement et d'oscillation. L'objectif du joueur consiste alors à retarder le retournement du volant afin de prolonger le moment où son adversaire pourra le frapper le bouchon en avant.

Au cours des expériences menées sur les différents temps caractéristiques, nous n'avons pas étudié l'influence de la rotation du volant autour de son axe principal sur son comportement après impact. Une rotation importante du volant sur lui même pourrait avoir comme effet de le stabiliser dans une direction autre que celle de sa vitesse. Les joueurs auraient alors intérêt à maîtriser cette rotation pour leurrer d'avantage leurs adversaires dans le jeu au filet.

### 6.1.4 Sur la forme du volant

La description précédente de la dynamique d'un volant après impact avec la raquette a été réalisée pour des modèles commerciaux. On est en droit de se demander comment les caractéristiques physiques de ces objets influencent la dynamique du retournement. En particulier, tous les volants possèdent un angle d'ouverture  $\Lambda$  proche de  $45^\circ$ . Nous cherchons à savoir pourquoi un tel angle a été sélectionné au cours de l'histoire du jeu de badminton.

En vue de répondre à cette question, des volants modèles ont été construits. Ces derniers sont constitués d'une bille dense en acier et d'une jupe en plastique (cf. figure 6.9-(a)). Ce procédé de construction permet de faire varier les différentes caractéristiques physiques des volants : longueur  $L$ , diamètre  $D$ , masse  $M$  et angle d'ouverture  $\Lambda$ . Pour chaque modèle, les différents temps caractéristiques de la dynamique de retournement ont été évalués. Plutôt que de frapper ces volants avec une raquette "modèle", nous avons préféré observer leur comportement lors d'une chute verticale. Les différents modèles sont lâchés à l'envers et sans vitesse initiale. Par souci de réduction des échelles de longueur, nous avons réalisé les lâchers de volants modèles dans l'eau plutôt que dans l'air. Évidemment, le nombre de Reynolds associé à l'écoulement de l'eau autour du volant est inférieur à celui correspondant à un écoulement d'air. Cependant, dans toutes des expériences les écoulements de fluide se produisent dans la limite des grands nombres de Reynolds ( $Re > 10^3$ ) où les effets du fluide sont décrits par les mêmes lois. La figure 6.9-(b) montre une chronophotographie d'un volant modèle se retournant lors d'une chute verticale dans l'eau.

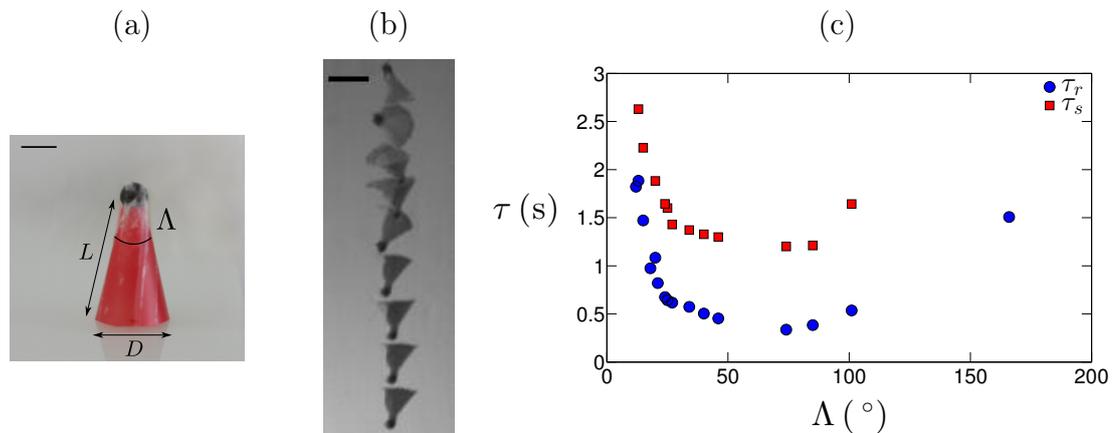


FIGURE 6.9 – (a) Modèle de volant construit avec une bille en acier et une jupe en plastique. La ligne noire en haut à gauche représente 1 cm. (b) Chronophotographie d'un volant modèle lâché à l'envers du haut d'un bassin d'eau. L'intervalle de temps entre deux positions est de 160 ms. La ligne noire indique 2 cm. (c) Évolution des temps de retournement et de stabilisation d'un volant modèle en fonction de son angle d'ouverture  $\Lambda$ . Pour ces expériences le volant pèse  $M = 2,2$  g et la section est maintenue constante et égale à  $S = 12,4$  cm<sup>2</sup>.

Ces expériences permettent de déterminer les temps de retournement, d'oscillation et de stabilisation pour les différents modèles de volant. Ainsi, il est possible d'observer l'évolution de ces grandeurs en fonction des propriétés physiques des projectiles lâchés. Afin de répondre à la question de l'influence de l'angle d'ouverture sur le retournement, nous avons construit une série de volant ayant une même section mais dont l'angle  $\Lambda$  varie entre  $10^\circ$  et  $160^\circ$ . C'est donc la longueur de la jupe en plastique qui est modifiée entre les différents modèles. Les variations du temps de retournement  $\tau_r$  et du temps de stabilisation  $\tau_s$

avec l'angle d'ouverture du volant  $\Lambda$  sont tracées sur la figure 6.9-(c). Cette courbe montre une évolution non monotone des quantités  $\tau_r$  et  $\tau_s$  avec  $\Lambda$ . On remarque l'existence d'un minimum pour des angles d'ouverture compris entre  $45^\circ$  et  $70^\circ$ .

Il est intéressant de comprendre physiquement l'évolution des temps  $\tau_r$  et  $\tau_s$  avec l'angle d'ouverture. Pour les faibles valeurs de  $\Lambda$ , le volant est allongé et la jupe possède un grand moment d'inertie. Pour cette raison il est difficile de le mettre en mouvement. Ceci explique que les différents temps caractéristiques soient importants dans cette limite. À l'inverse, pour les grandes valeurs de  $\Lambda$ , le volant est court. Son moment d'inertie est faible ainsi que la valeur de  $l$ . Par conséquent, le couple stabilisateur imposé par la résultante aérodynamique est faible. Dans cette limite, le retournement du volant est également lent. Entre ces deux régimes, il existe une région optimale d'angle pour laquelle le retournement du volant est le plus rapide. Il semble que, pour les volants de badminton actuellement utilisés dans le jeu, cet angle prend une valeur qui minimise les temps caractéristiques de la phase de retournement.

### 6.1.5 Gravitropisme

Le comportement versatile du volant de badminton naît de la différenciation entre son centre de pression et son centre de gravité. Cependant, cet objet n'est pas le seul présentant cette particularité. Des particules à répartition hétérogène de masse existent dans la nature, c'est le cas de certains akènes de plante. Ces akènes sont des fruits secs à graine unique parfois surmontés par une aigrette de poils qui sert à la dispersion par le vent (cf figure 6.10). L'exemple qui illustre le mieux ce cas est celui de l'akène de pissenlit. La photographie de la figure 6.10-(a) montre deux de ces akènes. Ils sont constitués à une extrémité par une lourde graine et à l'autre par une légère touffe de poils nommée aigrette. Le centre de gravité d'un akène de pissenlit est proche de sa graine alors que son centre de poussée est proche de l'aigrette. Soumis à un champ d'accélération comme celui de la pesanteur terrestre, ces akènes vont s'orienter selon ce champ avec la graine en avant. Cette propriété, appelée gyrotaxie, augmente la probabilité pour que la graine se plante dans le sol et se développe.

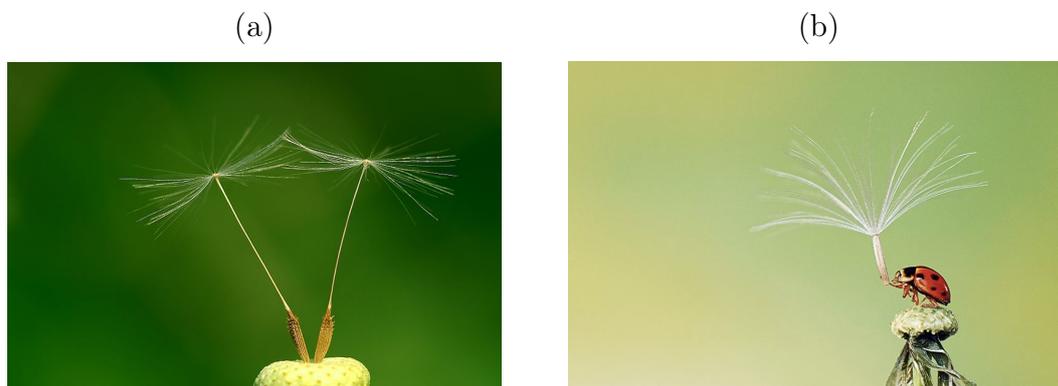


FIGURE 6.10 – (a) Akènes de pissenlit surmontés de leurs aigrettes. (b) Une coccinelle prête au voyage.

La figure 6.11-(a) présente une chronophotographie d'un akène de pissenlit soumis à la gravité. Cet objet se retourne, oscille puis se stabilise dans la direction du champ de pesanteur. L'analogie entre le volant de badminton et l'akène de pissenlit est complète.

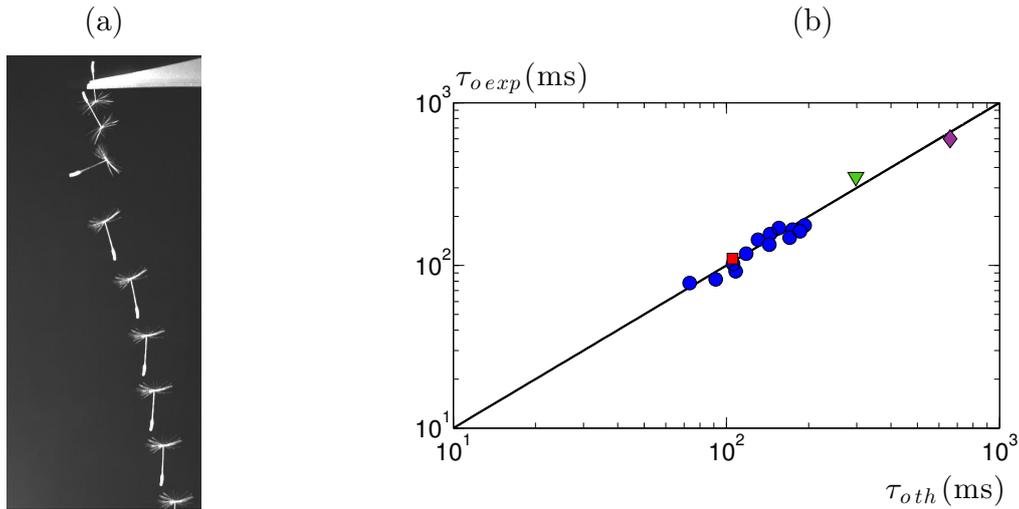


FIGURE 6.11 – (a) Chronophotographie d'un akène de pissenlit lâché à l'envers sous l'effet de la gravité. Les images sont séparées par un intervalle de temps de 100 ms. (b) Temps de retournement expérimentaux d'akènes de pissenlit (carré rouge), de salsifis (triangle vert), de volants de badminton subissant un impact avec une raquette (ronds bleus) et d'un volant en chute libre (diamant violet) en fonction de leur estimation théorique. Cette estimation est réalisée à l'aide de la relation  $\tau_{oth} = (2\pi/g)^{1/2}(\mathcal{L}l_{GC})^{1/4}$  où la longueur  $l_{GC}$  est substituée par celle totale de l'objet  $L$ . En effet, la distance  $l_{GC}$  n'est pas connue pour tous les objets mais elle est systématiquement proportionnelle à  $L$  et la facteur qui lie ces deux quantités est toujours de l'ordre de la dizaine de pour-cent.

Il est donc possible d'appliquer le même modèle au retournement de l'akène que celui du volant. L'akène n'acquiert pas de vitesse sous l'effet d'un impact avec une raquette (il n'existe pas à notre connaissance de coccinelles jouant au badminton avec un akène!) mais grâce à la gravité. En considérant dans la relation (6.3) que  $\dot{\varphi}_0 \ll \pi\omega_0$  et  $U \simeq g\tau_o$ , il en découle une estimation du temps d'oscillation de l'akène en chute libre :  $\tau_{oth} = (2\pi/g)^{1/2}(\mathcal{L}l_{GC})^{1/4}$ . La figure 6.11-(b) regroupe les mesures expérimentales des temps de retournement de volants accélérés et d'akènes de différentes plantes en fonction de la prédiction précédente. Les données s'alignent dans un graphique en échelle logarithmique sur une même droite de pente unité. Ceci permet d'étendre la validité du modèle développé pour le retournement d'un volant de badminton à divers objets.

D'autres objets présentent des propriétés gyrotaxiques comme les parachutes et les capsules spatiales d'entrée dans l'atmosphère. Ces deux catégories d'objets jouent sur la position de leur centre de pression et leur centre de gravité afin de pouvoir s'orienter dans un fluide. Il serait intéressant de comparer leurs comportements avec le modèle développé précédemment dans le cadre du volant de badminton.

## Conclusion

C'est dans le jeu court que la géométrie particulière du volant s'exprime le plus. Sa répartition hétérogène de masse lui confère des propriétés gyrotaxiques qui lui permettent de s'orienter après chaque impact avec la raquette. Les caractéristiques des volants, choisies de manière empirique, semble optimiser leurs propriétés de retournement et de stabilisation. Ceci explique que cet objet vole le bouchon en avant et puisse être considéré le plus souvent comme un projectile de section constante. Au filet, les joueurs tentent cependant de retarder

le plus longtemps possible l'alignement du volant avec la direction de sa vitesse. Ils espèrent ainsi empêcher l'adversaire de frapper le bouchon du volant et marquer le point.

## 6.2 Ballons ovales

À l'encontre des volants de badminton, les ballons aux formes ovales (cf. figure 6.12) n'ont pas de prédisposition à s'aligner avec l'écoulement d'air. Dans le cas du rugby, la balle frappée avec les pieds tourne autour de ses axes secondaires pendant toute la durée de la trajectoire. Aussi pour les passes vissées (la balle possède une rotation autour de son axe principal importante), la balle conserve son orientation vis-à-vis du terrain quelle que soit celle de sa vitesse. Le non alignement de l'axe principal de la balle avec la direction de sa vitesse donne lieu à une force transverse et à un moment appliqués sur la balle. Il est intéressant de savoir comment ces forces de portance influent sur la trajectoire des ballons et en particulier dans quelles mesures elles modifient leurs portées. On se propose ici de détailler les équations de la trajectoire pour ce type de projectile. La résolution numérique de ces équations permettra d'étudier les similarités et les différences de ces trajectoires par rapport à celles où le projectile est de forme sphérique.

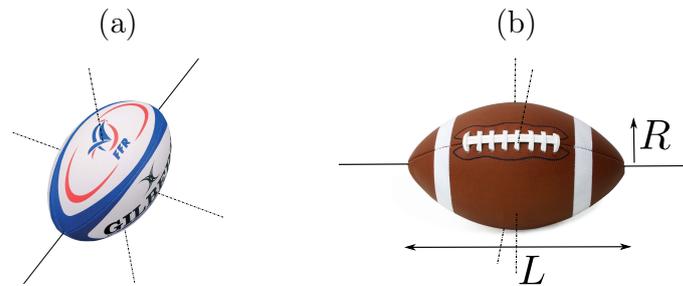


FIGURE 6.12 – Différents exemples de ballons de forme ovale. (a) Ballon de rugby. (b) Ballon de football américain. Les axes principaux de ces balles sont indiqués par les lignes continues noires et les axes secondaires par les lignes pointillées.

### 6.2.1 Équations du mouvement

Soit un ballon possédant au moins un axe de symétrie comme indiqué sur la figure 6.13. L'angle formé entre cet axe et l'horizontale est noté  $\alpha$ . Il diffère de l'angle  $\theta$  que forme la trajectoire avec l'horizontale. La suite de cette étude considère le cas où l'axe principal du ballon est contenu dans le plan défini par la vitesse initiale de la balle et son poids. Le non alignement d'un axe principal de la balle avec la direction de l'écoulement (lorsque  $\alpha \neq \theta$ ) implique l'existence d'une force de portance qui appartient au plan constitué par les vecteurs  $\mathbf{e}_x$  et  $\mathbf{e}_y$ . Ceci implique que le mouvement de la balle reste plan. Le cas plus complexe où l'axe principal de la balle n'appartient pas au plan  $(\mathbf{U}_0, \mathbf{g})$  et où la trajectoire est tridimensionnelle, n'est pas envisagé ici.

L'équation de la dynamique pour le ballon est projetée selon les directions tangentielle  $\mathbf{t}$  et transverse  $\mathbf{n}$  à la trajectoire et donne les équations suivantes :

$$\frac{dU}{dt} = -g \sin \theta - \frac{\rho S(\alpha - \theta) C_D(\alpha - \theta)}{2M} U^2 \quad (6.5)$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g \cos \theta}{U} + \frac{\rho S(\alpha - \theta) C_L(\alpha - \theta)}{2M} U \quad (6.6)$$

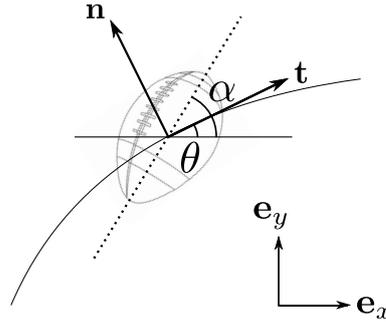


FIGURE 6.13 – Paramétrisation du problème de la trajectoire d'un ballon de forme anisotrope.

En pratique l'angle  $\alpha$  varie au cours du temps et sa dépendance doit être prédite par l'équilibre des moments qui s'appliquent sur la balle. Par souci de simplicité, nous allons envisager le cas où  $\alpha$  demeure constant et égal à sa valeur initiale  $\alpha(t = 0) = \alpha_0$ . Ce cas correspond à celui des passes vissées au rugby où la rotation propre de la balle autour de son axe central la stabilise dans une direction donnée. Cette stabilisation est assurée lorsque le moment cinétique de la balle est grand devant le moment imposé par la force aérodynamique. Pour un ballon de rugby subissant une rotation de vitesse  $\omega$  autour de son axe principal, le moment cinétique s'exprime comme  $J\omega^2$  avec  $J$  le moment d'inertie par rapport à ce même axe. Quant au moment de la force aérodynamique de traînée, il varie comme la quantité  $\rho R^2 U^2 L$  où  $L$  et  $R$  sont les dimensions respectives de la balle selon ses directions principales et secondaires (cf. figure 6.12). La stabilisation gyroscopique est effective si  $\omega \gg RU\sqrt{\rho L/J}$ . Pour un ballon de rugby ou de football américain,  $J$  est estimé par Brancazio à  $2 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^{-2}$  [106]. Dès lors, le critère sur la rotation s'exprime comme  $\omega \gg 13 \text{ rad/s}$  (en considérant  $L = 30 \text{ cm}$ ,  $R = 9 \text{ cm}$  et  $U = 20 \text{ m/s}$ ). La direction de l'axe principal d'un ballon de rugby peut être maintenue constante grâce à sa rotation propre lorsque celui-ci effectue plus de deux tours sur lui-même par seconde. Cette contrainte peut aisément être réalisée sur le terrain où les rotations maximales enregistrées atteignent 30 tours par seconde [107].

Les équations (6.5) et (6.6) ne possèdent pas de solutions analytiques évidentes. Leur résolution se fait à l'aide de l'outil numérique en choisissant des valeurs particulières de coefficient de traînée et de portance. Il est cependant possible de déduire de ces équations quelques propriétés générales sur les trajectoires qu'elles décrivent. C'est par exemple le cas pour la phase terminale de la trajectoire quand sa vitesse n'évolue plus dans le temps. En imposant  $dU_\infty/dt = 0$  et  $d\theta_\infty/dt = 0$  dans le système composé des équations (6.5) et (6.6) il est possible de déduire son état stationnaire. Celui-ci est caractérisé par les relations :

$$\tan \theta_\infty = -\frac{C_D(\alpha_0 - \theta_\infty)}{C_L(\alpha_0 - \theta_\infty)} \quad (6.7)$$

$$U_\infty^2 = \frac{2Mg}{\rho S(\alpha_0)(-C_D(\alpha_0 - \theta_\infty) \sin \theta_\infty + C_L(\alpha_0 - \theta_\infty) \sin \theta_\infty)} \quad (6.8)$$

Contrairement au cas d'une balle sphérique, la direction de l'état stationnaire n'est plus nécessairement verticale ( $\theta_\infty \neq -\pi/2$ ). L'asymptote verticale n'apparaît que dans la limite où  $C_L$  tend vers zéro dans l'équation (6.7). En revanche plus le coefficient de portance est élevé, plus l'angle de l'asymptote terminale de la trajectoire avec la verticale sera important. Lorsque  $C_L > 0$ , l'asymptote permet au projectile d'avoir une vitesse selon la direction  $x$

positive dans son état terminal. La possibilité d'une trajectoire ayant une phase terminale non verticale sous-entend que sa portée va pouvoir différer du cas où la particule subit uniquement la gravité et une force de traînée. Le paragraphe suivant se propose d'étudier la portée des trajectoires de manière numérique dans le cas particulier du ballon de rugby.

### 6.2.2 Trajectoire et portée

La résolution des équations (6.5) et (6.6) requiert de connaître la dépendance des coefficients de traînée et de portance avec l'angle  $\alpha - \theta$ . Firoz a montré expérimentalement et numériquement que pour un ballon de rugby, les coefficients de traînée et de portance peuvent être approchés par les relations :  $C_D(\alpha - \theta) \approx 0,2 + 0,6 \sin(\alpha - \theta)$  et  $C_L(\alpha - \theta) \approx 0,4(\alpha - \theta)$  [108]. Ces mesures considèrent la surface exposée  $S$  comme constante et égale à celle de la direction la plus profilée du ballon (correspondant à celle de son axe principal). Un exemple d'intégration numérique des équations du mouvement compte tenu de ces données est présenté sur la figure 6.14.

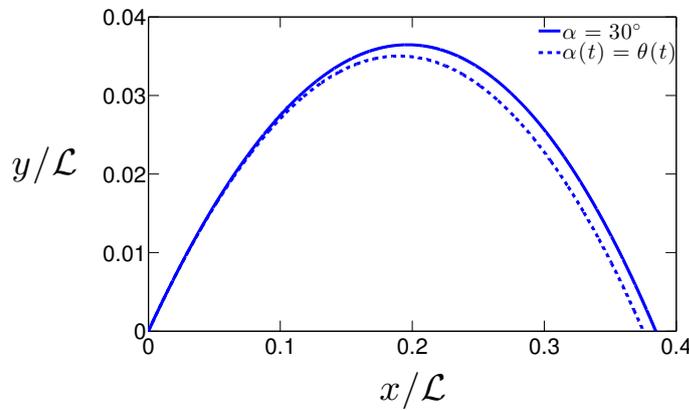


FIGURE 6.14 – Trajectoires théoriques d'un ballon de rugby ayant les propriétés aérodynamiques proposées par Firoz [108]. Ces trajectoires sont adimensionnées par la longueur  $\mathcal{L}$  de la balle définie comme  $\mathcal{L} = 2M/\rho S_0$ . Cette définition permet de ne pas inclure la dépendance de l'orientation de la balle. La ligne continue bleue correspond au cas où l'angle que forme la direction de la balle avec l'horizontale demeure constant tandis que la ligne bleue pointillée considère le cas où l'axe du ballon est systématiquement aligné avec sa vitesse. Les trajectoires correspondent aux conditions initiales  $U_0 = \sqrt{g\mathcal{L}}$  et  $\theta_0 = 20^\circ$

On distingue sur cette figure la trajectoire de la balle dont la direction vis-à-vis de l'horizontale reste constante (ligne continue bleue) avec celle où elle demeure alignée avec la direction de sa vitesse (ligne pointillée bleue). Bien que la forme des deux trajectoires ne soit pas notablement différente, il est remarquable que la portée du projectile puisse être supérieure dans le premier cas. En effet, il existe une compétition entre l'accroissement de la traînée de la balle du fait de son non alignement avec l'écoulement et l'effet des forces de portance qui s'oppose à la gravité. Il est intéressant de comprendre dans quelles conditions la portée du ballon peut être augmentée du fait de son non alignement avec l'écoulement d'air.

La résolution numérique précédente a été systématisée pour différentes conditions initiales et différentes valeurs d'angle  $\alpha(t) = \alpha_0$ . Les graphiques de la figure 6.15 montrent la différence de portée  $\Delta x_0$  entre le cas où l'axe principal de la balle possède une orientation fixe et celui où il s'aligne avec l'écoulement.

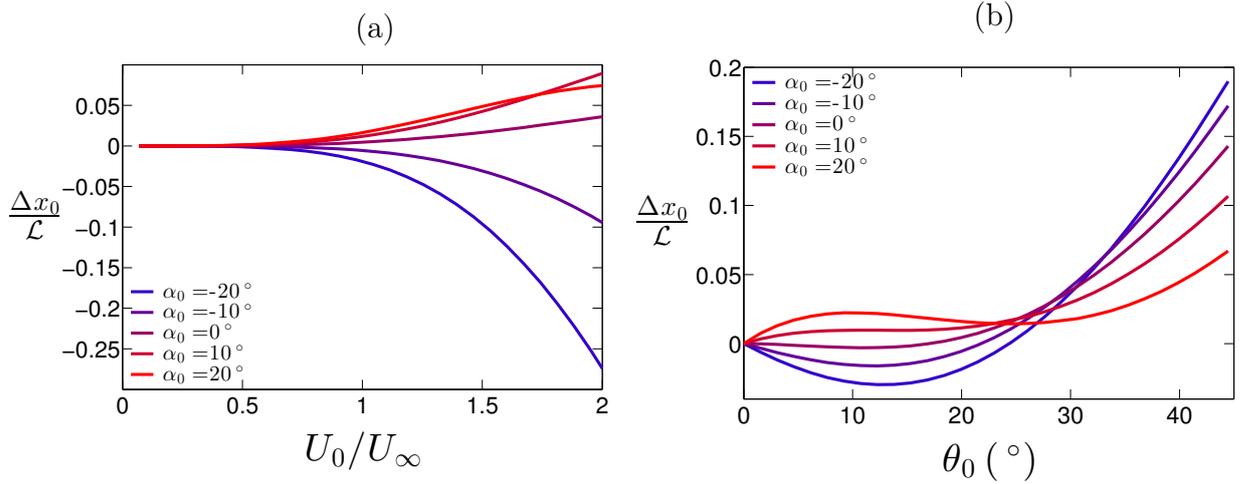


FIGURE 6.15 – Différence relative entre la portée d’un projectile dont la direction avec l’horizontale est maintenue constante ( $\alpha(t) = \alpha_0$ ) et où cette direction est celle de sa vitesse ( $\alpha(t) = \theta(t)$ ). Les valeurs des coefficients de traînée et de portance sont déduites des travaux de Firoz [108]. La dépendance de cette grandeur avec la vitesse initiale est inspectée dans la figure (a) pour un angle de tir initial  $\theta_0 = 20^\circ$ . La figure (b) reporte la dépendance de la différence relative de portée en fonction de l’angle initial de tir  $\theta_0$  pour différentes valeurs de l’angle  $\alpha$  en considérant  $U_0/U_\infty = 1$ .

Le graphique 6.15-(a) révèle l’augmentation de  $\Delta x_0/\mathcal{L}$  avec le rapport  $U_0/U_\infty$ . Cette observation s’explique logiquement par l’augmentation des effets aérodynamiques avec la vitesse du projectile qui sont responsables de la différence de portée. Le signe de  $\Delta x_0$  dépend fortement de la valeur de l’angle  $\alpha_0$ . La portée peut être réduite ou augmentée pour les grandes valeurs, respectivement négatives et positives, de  $\alpha_0$ . La variation de la portée est typiquement de l’ordre de dix pour cent de la longueur  $\mathcal{L} = 2M/\rho S_0$ . Sachant que le trajet du ballon est de l’ordre de la dizaine de mètres, ces variations sont suffisamment significatives pour influencer le jeu. Il est remarquable que pour  $\alpha_0 = 0^\circ$ , la portée soit augmentée par rapport au cas où le ballon est constamment aligné avec sa vitesse. Cette observation peut être comprise du fait que pour cette valeur d’angle, la force de portance est dans la direction du poids de la balle. Après avoir passé le sommet de la trajectoire, la portance s’oppose à l’effet du poids et prolonge la trajectoire du ballon. L’angle  $\alpha$  pour lequel l’effet de la force de portance ne modifie sensiblement pas la portée du ballon est d’environ  $-4^\circ$  lorsque  $\theta_0 = 20^\circ$ .

La figure 6.15-(b) illustre l’effet de l’angle de tir initial sur la variation de portée  $\Delta x_0/\mathcal{L}$ . Aux faibles angles de tir ( $\theta_0 \lesssim 25^\circ$  pour  $U_0/U_\infty = 1$ ) la portée est accrue pour des balles lancées avec un angle  $\alpha_0 \gtrsim 0^\circ$  et diminuée dans le cas inverse. En revanche, pour les plus grands angles de tir ( $\theta_0 \gtrsim 25^\circ$  pour  $U_0/U_\infty = 1$ ) la portée est systématiquement augmentée du fait de l’effet vissé de la balle. Ceci s’interprète par le fait que pour les grands angles de tir, la balle passe une grande partie de la trajectoire dans une phase descendante. Dans cette phase où  $\theta \approx -\pi/2$  la balle subit une force de portance dont la composante selon l’horizontale est positive tant que  $\alpha_0 \gtrsim -\pi/2$ .

La portée générale de ce développement semble assez limitée car elle repose sur des valeurs de coefficient de traînée et de portance particulières. Cependant cette étude permet de poser de nombreuses questions auxquelles il serait intéressant de pouvoir répondre. Quelles sont les conditions relatives aux coefficients de traînée et de portance pour que la

portée d'un objet aligné ou non avec la direction de sa vitesse puisse être supérieure ? Une fois ces coefficients fixés, comment choisir les conditions initiales de tir ( $U_0$ ,  $\theta_0$  et  $\alpha_0$ ) afin d'obtenir une portée maximale ?

L'hypothèse selon laquelle l'orientation de l'axe du projectile avec l'horizontale demeure constante peut sembler restrictive. Cependant elle permet d'envisager les trajectoires visées présentes dans les nombreux sports utilisant des balles ovales. Cette hypothèse s'applique également au cas du saut à ski. Dans ce sport, la position du sauteur avec l'horizontale est déterminée au moment du saut et ne varie que faiblement en vol. Le non alignement de l'athlète avec l'écoulement et sa forme profilée engendre une force de portance qui augmente considérablement sa portée [109, 110]. L'effet de la force de portance permet aux athlètes d'atteindre aujourd'hui des records de saut proches de 250 m alors que lors de la première compétition de saut à ski en 1879, le record était seulement de 23 mètres.

## Conclusion

Ce chapitre a été l'occasion d'étudier des balles possédant un nombre de symétries inférieur à celui de la sphère. C'est le cas du volant de badminton, du ballon de rugby et de football américain. Le mouvement propre de ces projectiles va influencer sur leur trajectoire globale comme le fait la rotation pour les ballons ronds (cf. paragraphe 3.2). Cependant la dynamique des objets non sphériques ne peut être abordée avec l'hypothèse du point matériel utilisée dans les chapitres 2, 3, 4 et 5. Dans cette situation, il est nécessaire de considérer simultanément la dynamique du centre de masse et celle de l'orientation de la balle. Cette dernière est prédite à l'aide de l'équilibre des moments subis par le projectile. La force de traînée d'un volant de badminton exerce un couple stabilisateur qui l'oriente le nez en avant. Cette propriété est causée par la distinction entre le centre aérodynamique et le centre de gravité de cet objet. Dans le cas des ballons de rugby ou de football américain, une importante rotation du ballon le long de son axe principal permet de stabiliser son orientation vis-à-vis de l'écoulement d'air. Ce phénomène donne naissance à des forces de portance qui prolongent la trajectoire de la balle.

Ce chapitre montre que pour des objets non sphériques, il existe un fort couplage entre la trajectoire de leur centre de masse et leur orientation. Dès lors, se pose la question de la stabilité de ces objets au cours du vol. Cette question est critique dans différents sports comme le saut à ski, le lancé de javelot [111, 112] ou celui de Frisbee [113, 114, 115].



# Chapitre 7

## Oxygène liquide



*L'artiste japonais Shinichi Maruyama construit dans son atelier new-yorkais des sculptures fluides. Ce travail montre qu'il est possible de donner à cette matière la forme souhaitée (en contrepartie d'un investissement personnel dans le rangement de son atelier!).*

### Sommaire

---

<b>7.1</b>	<b>Oxygène liquide sous champ magnétique</b>	<b>138</b>
7.1.1	Propriétés de l'oxygène liquide	138
7.1.2	Longueur capillaire effective	139
7.1.3	Forme statique d'une goutte d'oxygène liquide	141
<b>7.2</b>	<b>Fermeture d'un anneau liquide</b>	<b>144</b>
7.2.1	Réalisation d'un anneau liquide	144
7.2.2	Dynamique de fermeture d'un anneau liquide	146
7.2.3	Modèle théorique de la fermeture	147
7.2.4	Retour sur les expériences	149
<b>7.3</b>	<b>Stabilité des anneaux liquides</b>	<b>151</b>
7.3.1	Instabilité de Rayleigh-Taylor	151
7.3.2	Ouverture de l'anneau	152

---

*Ce travail a été réalisé avec Keyvan Piroird.*

## Introduction

Une goutte de liquide placée sur un solide très chaud peut léviter sur un film de vapeur produit par sa propre évaporation. Ce phénomène, connu sous le nom d'effet Leidenfrost [116, 117], fournit un cas idéal pour l'étude des gouttes non mouillantes. L'absence de contact de ces gouttes avec leurs supports explique qu'elles subissent une friction réduite. Une goutte soumise à l'effet Leidenfrost et lancée à des vitesses de l'ordre du mètre par seconde sur une surface horizontale a besoin de plusieurs mètres pour être freinée [118]. De nombreux travaux récents consistent à contrôler la direction et la vitesse de gouttes en caléfaction (se dit de gouttes subissant l'effet Leidenfrost) à l'aide d'une asymétrie dans la texture du support [119, 120, 121]. Ce type d'effets peut également être obtenu par l'application d'un champ électrique sur ces objets non mouillant [122]. L'étude suivante s'intéresse à l'effet d'un champ magnétique sur une goutte en caléfaction d'un liquide sensible au magnétisme. Pour cela, le liquide employé est le dioxygène. Celui-ci possède une température d'ébullition de  $-183^{\circ}\text{C}$  et des propriétés paramagnétiques [123]. Le système constitué d'un aimant et d'oxygène liquide en caléfaction permet de dévier la trajectoire de ces gouttes [124]. Il permet également de les capturer ou de leur donner la forme de l'aimant. Nous commencerons par étudier la forme d'une goutte d'oxygène liquide sous le champ d'un aimant. Ensuite, le montage précédent sera utilisé afin d'obtenir des gouttes d'oxygène liquide de forme annulaire. Cette géométrie est peu courante pour un liquide et intervient généralement dans des situations dynamiques [125, 126]. Ceci implique que l'étude expérimentale d'une goutte annulaire soit rendue difficile. Dans ces conditions, la création de ces objets dans une situation statique, à l'aide d'oxygène liquide et d'un aimant, simplifie cette étude. Nous verrons quelle dynamique régit l'évolution d'une goutte annulaire et nous étudierons sa stabilité. Cette approche expérimentale sera ensuite replacée dans le contexte de l'étude des gouttes toroïdales [127, 128].

## 7.1 Oxygène liquide sous champ magnétique

### 7.1.1 Propriétés de l'oxygène liquide

L'oxygène liquide possède deux propriétés remarquables qui le distinguent des autres fluides : sa faible température d'ébullition ( $-183^{\circ}\text{C}$ ) et son paramagnétisme. La première de ces propriétés implique qu'une goutte de ce liquide, placée à proximité d'un substrat à température ambiante, va subir une forte évaporation. Si la différence de température entre l'oxygène liquide et le substrat est suffisante, l'évaporation sera capable de soutenir le poids de la goutte. Cet effet est connu sous le nom de caléfaction et intervient à chaque fois qu'une goutte de liquide est approchée d'une surface bien plus chaude que sa température d'ébullition. La seconde caractéristique de l'oxygène liquide, découverte par J. Dewar en 1891, est son paramagnétisme [123]. Celui-ci s'observe au niveau macroscopique par l'attraction de ce liquide par un aimant. Le paramagnétisme du dioxygène s'explique au niveau microscopique par le non appariement des deux électrons de sa couche externe [129]. Le spin non apparié des électrons confère à chaque atome de dioxygène un moment magnétique. C'est l'interaction attractive entre ce moment magnétique et le champ extérieur qui explique le mouvement macroscopique du fluide.

Sous forme liquide, le dioxygène possède à  $-183^{\circ}\text{C}$  une masse volumique  $\rho = 1140 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$  [130] et une tension de surface  $\gamma = 13 \text{ mN} \cdot \text{m}^{-1}$  [131]. Takeda et al. ont montré que la tension de surface de l'oxygène liquide demeurerait constante sous l'effet d'un champ magnétique

jusqu'à une intensité de 5 teslas [132].

Au laboratoire, l'oxygène liquide est obtenu par simple condensation de l'oxygène gazeux de l'air. Cette méthode est rendue possible du fait que la température d'ébullition de l'azote (- 196°C) est inférieure à celle de l'oxygène liquide. En plaçant de l'azote liquide à l'intérieur d'un mince cône de cuivre, sa surface se refroidit rapidement à - 196°C. Dès lors, l'oxygène de l'air en contact avec la surface extérieure du cône se liquéfie et ruisselle vers le bas du cône où il est collecté. Ce protocole expérimental est schématisé sur la figure 7.1.

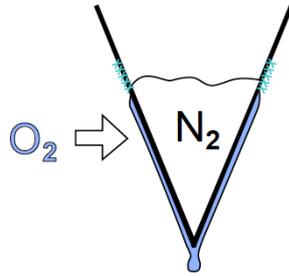


FIGURE 7.1 – Schéma du dispositif permettant la liquéfaction de l'oxygène présent dans l'air à l'aide d'un cône en cuivre rempli d'azote liquide ( $N_2$ ).

### 7.1.2 Longueur capillaire effective

En l'absence de champ magnétique, la forme d'une goutte d'oxygène liquide résulte d'une compétition entre la gravité et la tension de surface liquide/air. Comme le montre la figure 7.2-(a), une goutte de rayon  $R$  inférieure à la longueur capillaire  $l_c = \sqrt{\gamma/\rho g} = 1,1$  mm adopte une forme quasiment sphérique. Seule une fine région proche du support est aplatie sous l'effet du poids de la goutte. La taille de cette zone est de l'ordre de  $R^2/l_c$ . Dans le cas où le rayon de la goutte est supérieur à la longueur capillaire, cette dernière est aplatie et prend l'aspect d'une crêpe comme le montre la figure 7.2-(b). La hauteur  $h$  de cette crêpe, qui résulte également d'un équilibre entre la gravité et la tension de surface, est égale au double de la longueur capillaire ( $h = 2l_c$  si  $R \gg l_c$ ).

Les clichés de la figure 7.2-(a) montrent l'existence d'un film de vapeur entre la goutte d'oxygène liquide et le support. Ce film, caractéristique de l'effet Leidenfrost, possède une épaisseur typique de  $100 \mu\text{m}$  [133]. On observe également la présence d'un nuage entourant les gouttes d'oxygène. Ce dernier résulte de la condensation de la vapeur d'eau de l'air due à son refroidissement au contact du liquide cryogénique.

Une première expérience consiste à approcher un aimant sous une goutte d'oxygène liquide. L'aimant utilisé pour ces manipulations est composé de néodyme. C'est un cylindrique de 3 cm de diamètre et d'épaisseur 1 cm. Le champ produit par cet aimant est de 0,5 tesla à sa surface et décroît sur une distance de l'ordre du centimètre. Comme le montre la figure 7.2-(b), la goutte est aplatie sous l'effet de l'aimant. La présence de ce dernier semble réduire la longueur capillaire du liquide. L'effet d'un champ magnétique sur une goutte d'oxygène liquide est considérable et peut aller jusqu'à contrer l'effet de la gravité (cf. figure 7.2-(c)).

L'effet d'un champ magnétique sur un fluide paramagnétique s'exprime en terme de force volumique de la manière suivante [134] :

$$\mathbf{f}_m = \frac{\chi}{2\mu_0} \nabla(B^2) \quad (7.1)$$

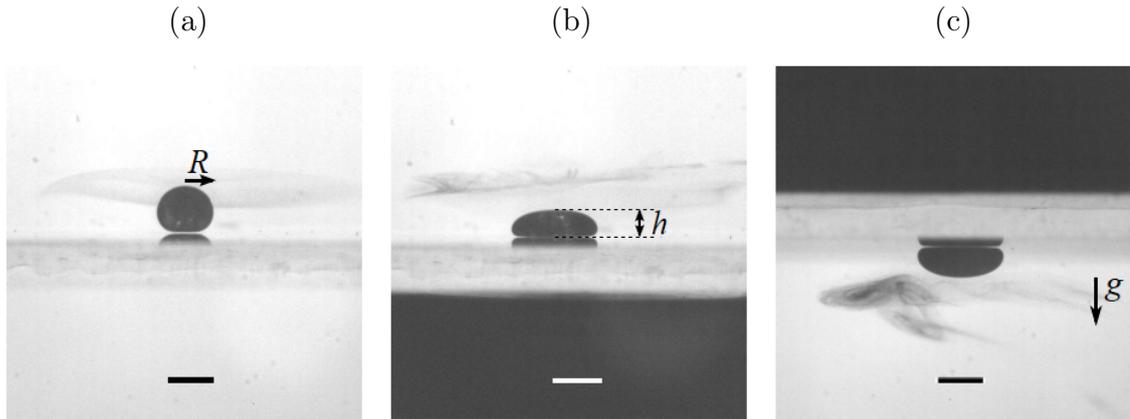


FIGURE 7.2 – Vues de côté d’une goutte d’oxygène liquide sur une plaque de verre de 2 mm d’épaisseur à température ambiante. (a) Goutte de rayon 0,6 mm en l’absence d’aimant. (b) Goutte de même rayon en présence d’un aimant (en noir sous la plaque de verre). (c) Montage identique au précédent mais renversé selon la gravité. La forme de la goutte est similaire à celle de la figure (b). Les lignes noires ou blanches indiquent 1 mm.

où  $\chi$  est la susceptibilité magnétique de l’oxygène liquide (tabulée à  $\chi = 3,5 \times 10^{-3}$  à  $-183^\circ\text{C}$  en unité S.I.),  $\mu_0$  la perméabilité magnétique du vide et  $B$  le module du champ magnétique. La dépendance quadratique avec le champ magnétique provient de l’interaction entre ce dernier et l’aimantation, proportionnelle à  $B$ , qu’il induit sur l’oxygène liquide. Il est important de noter que la force volumique subie par un liquide paramagnétique dépend du gradient de  $B^2$  et pas directement de l’intensité du champ. Il dérive de cette force conservative l’expression de l’énergie magnétique suivante :

$$E_m = -\frac{\chi}{2\mu_0} B^2 \quad (7.2)$$

Pour un liquide paramagnétique ( $\chi > 0$ ), l’expression de l’énergie est toujours négative ce qui signifie que ce dernier est attiré indifféremment par les pôles nord ou sud d’un aimant.

Dans le cas de ces premières expériences, l’extension radiale de l’aimant est dix fois supérieure à la taille de la goutte. Par conséquent le champ magnétique est homogène selon cette direction. La goutte d’oxygène subit principalement un gradient de champ magnétique vertical. Par convention la distance entre le dessus de l’aimant et le dessous de la goutte est noté  $z$  (cf. figure 7.3). La mesure du champ magnétique généré par l’aimant selon cette direction a été effectuée à l’aide d’un sonde à effet Hall. La connaissance de  $B_z(z)$  permet ensuite d’estimer l’intensité de la force volumique  $f_m$  subie par l’oxygène liquide par l’intermédiaire de la relation (7.1). Les résultats de ces mesures sont regroupés sur la figure 7.3.

Si l’aimant est éloigné ( $z > 20$  mm), son influence sur la goutte est négligeable devant le poids de celle-ci ( $f_m/\rho g < 0,1$ ). En revanche pour  $z \approx 10$  mm, la norme de la force magnétique et celle du poids sont comparables. Le rapport de ces forces peut atteindre une valeur de cinq à quelques millimètres de l’aimant.

Etant donné que la force magnétique agit comme une force volumique selon la direction  $z$ , il est possible de définir une gravité effective tenant compte de cette dernière :  $g^*(z) = g + f_m(z)/\rho$ . Il découle de cette définition une longueur capillaire effective s’exprimant ainsi :

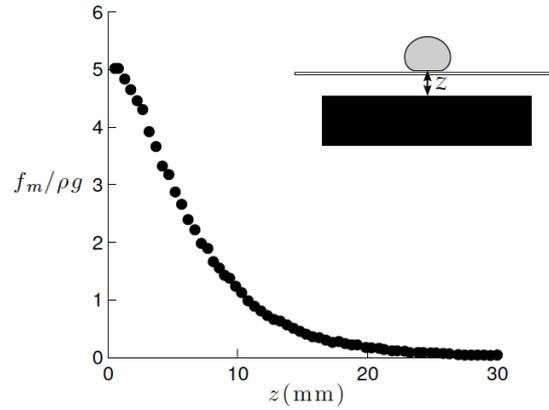


FIGURE 7.3 – Module de la force magnétique volumique  $f_m$  en fonction de la coordonnée  $z$ . Elle est estimée à partir des mesures de champ magnétique et de l'expression (7.1).  $f_m$  est adimensionnée par le poids volumique de la goutte  $\rho g$ .

$$l_c^*(z) = \sqrt{\frac{\gamma}{\rho g^*(z)}} \quad (7.3)$$

Cette longueur capillaire effective  $l_c^*$  se réduit à celle standard  $l_c$  loin de l'aimant et diminue à sa proximité. Ceci explique les observations faites à la figure 7.2 : lorsque  $z = 2$  mm,  $l_c^* \approx 0,5$  mm et une goutte de rayon  $R = 0,6$  mm supérieur à la longueur capillaire effective, ne peut rester sphérique. Dans le cas d'une goutte de rayon initial largement supérieur à  $l_c$ , la présence de l'aimant aplatit cette crêpe pour lui donner une hauteur égale à deux fois la longueur capillaire effective  $l_c^*$ . La mesure de l'épaisseur de ces gouttes aplaties pour différentes distances  $z$  fournit une estimation de la longueur capillaire  $l_c^*(z)$ . Ces résultats sont comparés avec ceux déduits des mesures magnétiques et de l'utilisation de l'équation (7.3) sur la figure 7.4-(c).

Ce graphique montre un bon accord entre les deux approches envisagées afin d'estimer  $l_c^*(z)$ . Le système constitué d'un aimant et d'une goutte d'oxygène liquide permet de faire varier la longueur capillaire d'un facteur deux sans modifier ni sa densité  $\rho$  ni sa tension de surface  $\gamma$ .

L'approche précédente permet de déduire la hauteur des gouttes d'oxygène liquide en présence ou en absence d'un champ magnétique. Il est également possible de décrire l'effet de ce champ sur la forme complète de la goutte.

### 7.1.3 Forme statique d'une goutte d'oxygène liquide

Le gradient de champ, subi par une goutte paramagnétique, engendre une force volumique verticale  $f_m$ . Cette force modifie la forme de la goutte au même titre que la gravité. La forme exacte d'une goutte d'oxygène liquide peut être calculée au moyen d'un équilibre de pression tenant compte de l'effet du champ.

Afin de mener ce calcul, la goutte est paramétrée par la coordonnée verticale  $\zeta$  descendante dont l'origine est prise au sommet de la goutte (cf. figure 7.5). Compte tenu de l'indépendance des forces appliquées avec la direction radiale  $r$ , la goutte est axisymétrique par rapport à l'axe  $\zeta$ .

La pression dans le fluide à l'altitude  $\zeta$  s'écrit :

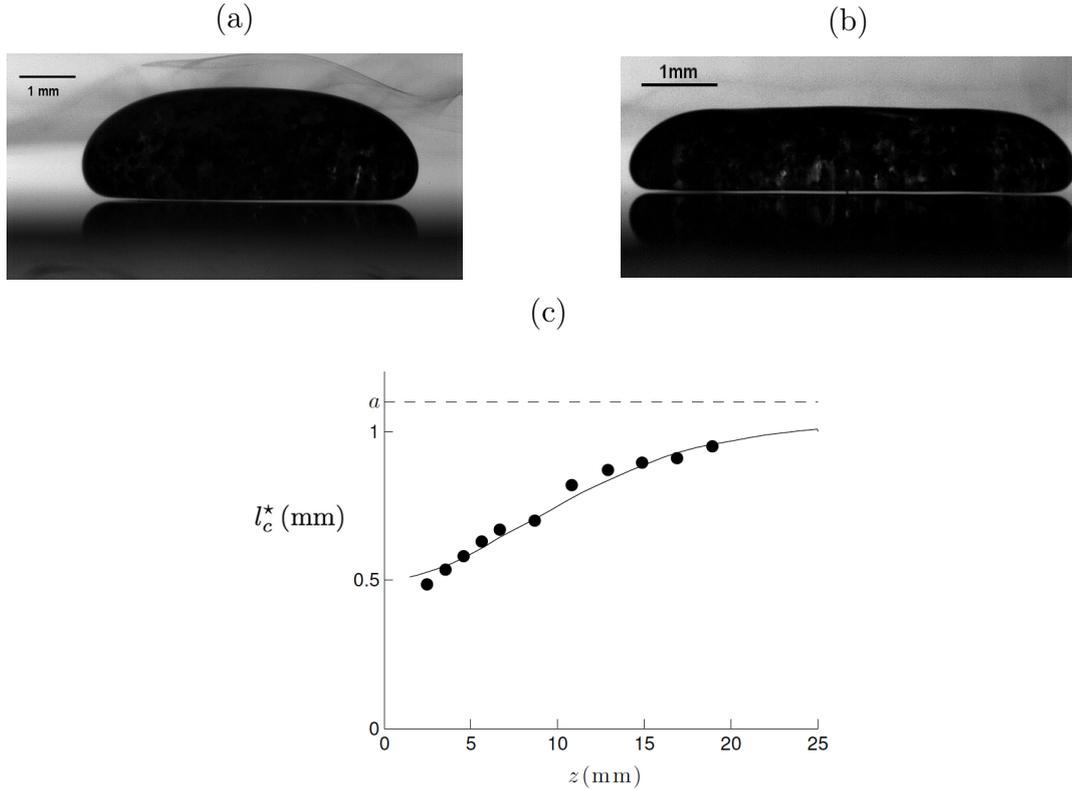


FIGURE 7.4 – Photos de profil d'une goutte d'oxygène liquide placée sur une plaque de verre à 20°C et à une distance  $z$  de l'aimant. La ligne noire indique 1 mm. (a)  $z = 20$  mm. (b)  $z = 4$  mm. (c) Longueur capillaire effective  $l_c^*$  en fonction de la distance à l'aimant  $z$ . La ligne continue correspond à son estimation à l'aide des mesures de champ magnétique et de la relation (7.3). Les ronds correspondent à l'estimation de  $l_c^*$  par l'intermédiaire de la hauteur des flaques d'oxygène liquide ( $l_c^* = h/2$ ). La ligne pointillée représente la valeur de la longueur capillaire de l'oxygène liquide en l'absence de champ magnétique ( $l_c = 1,1$  mm).

$$P(\zeta) = P(0) + \rho g \zeta + \int_0^\zeta f_m(z) dz \quad (7.4)$$

À l'équilibre, cette pression est compensée par la pression capillaire :

$$P(\zeta) = P_{atm} + \gamma \kappa(\zeta) \quad (7.5)$$

où  $\kappa(\zeta)$  est la courbure de la surface de la goutte à l'altitude  $\zeta$ . Pour  $\zeta = 0$  il en résulte  $P(0) = P_{atm} + \gamma \kappa_0$  avec  $\kappa_0$  la courbure de la goutte à son sommet. La combinaison des équations (7.4) et (7.5) avec la définition de l'énergie magnétique (7.3) donne :

$$\kappa(\zeta) = \frac{\zeta}{l_c^2} + \kappa_0 + \frac{\chi}{2\mu_0\gamma} (B^2(\zeta) - B^2(0)) \quad (7.6)$$

Par ailleurs la courbure de la surface de la goutte s'exprime géométriquement selon la relation  $\kappa(\zeta) = d\alpha/ds + \sin\alpha/r$ . En utilisant les expressions  $\cos\alpha = dr/ds$  et  $\sin\alpha = d\zeta/ds$  on obtient un système de trois équations différentielles reliant les variables  $\alpha$ ,  $r$  et  $\zeta$ . L'intégration numérique de ces équations permet d'accéder aux profils des gouttes d'oxygène liquide subissant l'effet d'un champ magnétique. Les formes  $r(\zeta)$  obtenues avec

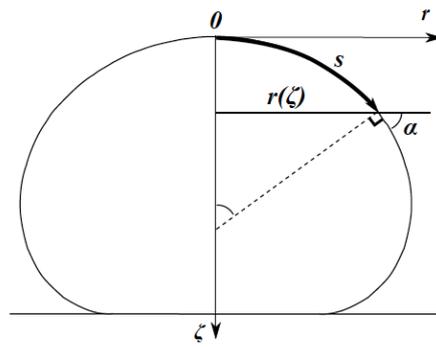


FIGURE 7.5 – Notations adoptées afin de décrire la forme d'une goutte.  $s$  est l'abscisse curviligne le long de son profil défini par  $r(\zeta)$ .  $\alpha$  est l'angle entre la surface et l'horizontale.

cette méthode sont comparées à celles expérimentales sur la figure 7.6. Dans un premier temps la condition initiale  $\kappa_0$  est ajustée pour que le profil numérique s'ajuste au mieux avec celui expérimental sans aimant (ligne et points rouges). Cet ajustement permet de déduire le volume de la goutte d'oxygène liquide. Dans un deuxième temps, le profil de cette même goutte subissant l'effet d'un aimant placé à 2 mm sous sa surface (symbolisé par les points noirs) est comparé à la prédiction numérique (ligne continue noire). La forme numérique de la goutte est obtenue par l'intégration des équations précédentes où  $B(\zeta)$  est évalué à l'aide d'une interpolation des données expérimentales.

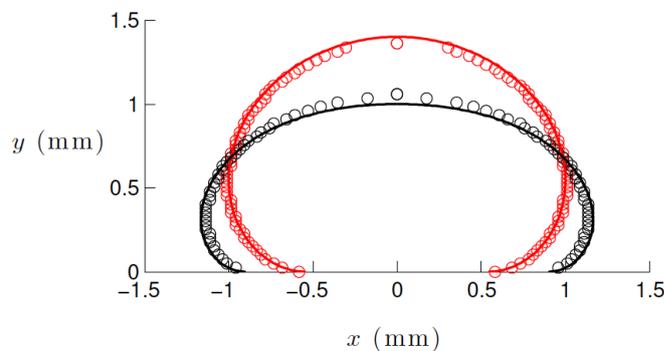


FIGURE 7.6 – Profil d'une goutte d'oxygène de volume  $\Omega = 1,2 \text{ mm}^3$  en l'absence (données rouges) ou en présence (données noires) d'un gradient du carré du champ magnétique de  $40 \text{ T}^2/\text{m}$  (correspondant à  $z = 1,5 \text{ mm}$ ). Les lignes continues représentent les résultats de l'intégration numérique de l'équation (7.5) et les symboles ronds ceux issus de l'expérience.

Pour des gradients de champ magnétique très intenses, la force magnétique peut différer entre le bas et le haut de la goutte. Il est intéressant de se demander quelles formes de goutte peuvent résulter d'un champ de force non homogène. Cependant la variation du champ magnétique de l'aimant se fait sur une taille centimétrique, grande par rapport à celle millimétrique des gouttes. Ceci rend inobservables les effets de non homogénéité sur la forme de la goutte. En effet, la variation de la force magnétique sur la hauteur d'une goutte est toujours quasi linéaire. C'est cette approximation qui permet dans le paragraphe précédent de définir la longueur capillaire effective  $l_c^*$  d'une goutte d'oxygène liquide.

En résumé, un gradient vertical de champ magnétique permet de modifier la forme d'une goutte d'oxygène liquide. Dans le cas où ce gradient est homogène sur la taille de la goutte, son effet peut être contenu dans la définition d'une longueur capillaire effective. Le paragraphe à venir considère l'influence d'un gradient radial de champ magnétique. Ce dernier permet de confiner les gouttes d'oxygène liquide dans un puits de potentiel magnétique. Le gradient radial de champ magnétique implique qu'une goutte de taille comparable à celle de l'aimant adopte sa forme. Cette propriété va permettre de construire des gouttes aux formes exceptionnelles, telles les gouttes annulaires.

## 7.2 Fermeture d'un anneau liquide

Les anneaux liquides sont des objets rares et souvent formés par une situation dynamique. C'est le cas d'une goutte enrobée dévalant un plan incliné (cf. figure 7.7-(a)). La force centrifuge vide le coeur de cette goutte pour lui donner une forme toroïdale. Différemment, lorsqu'une goutte d'eau entre en contact avec une surface solide, il existe un jeu de conditions pour lesquelles la goutte emprisonne une bulle d'air cylindrique. La présence de cette bulle confère à la goutte une forme annulaire (cf. figure 7.7-(b)). Enfin des formes toriques sont observées lors de la chute de gouttes visco-élastiques dans un fluide visqueux (cf. figure 7.7-(c)).

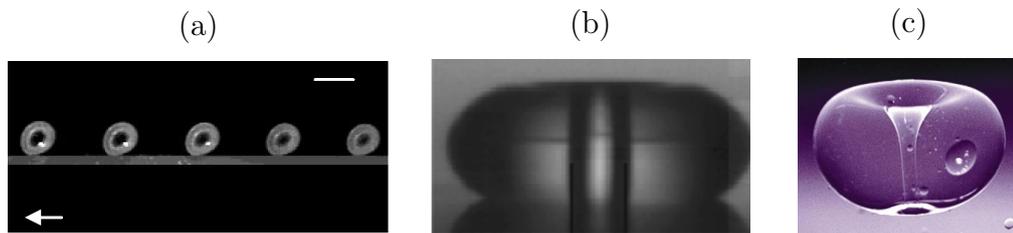


FIGURE 7.7 – Exemples de gouttes annulaires. (a) Goutte enrobée dévalant un plan incliné photographiée par Pascale Aussillous [125]. (b) Impact d'une goutte d'eau sur un support solide. Dans ces conditions, la goutte emprisonne une bulle d'air cylindrique en son centre. Ce cliché est issu du travail du Denis Bartolo & al. [126]. (c) Goutte de 6,2 mL constituée par un mélange d'une solution aqueuse contenant 0,2 % de gomme Xanthan diluée dans du glycérol dans un rapport massique 80 :20 et tombant dans une huile PDMS de viscosité 10 Stokes. Cette photo est tirée des travaux de Belmonte & al. [135].

Le caractère dynamique de la formation de ces anneaux liquides empêche de les étudier plus aisément. En revanche, la combinaison d'un aimant avec de l'oxygène liquide va nous permettre de construire des gouttes annulaires statiques.

### 7.2.1 Réalisation d'un anneau liquide

L'obtention de gouttes annulaires en caléfaction se fait à l'aide d'un aimant de même forme, de rayon intérieur  $R_m$  et d'épaisseur  $a_m$  (cf. figure 7.8-(a)). Cet aimant est placé quelques millimètres au-dessous d'une goutte d'oxygène liquide, ces deux objets étant séparés par une plaque de verre. Si le volume de la goutte est suffisant, elle adopte automatiquement une forme annulaire du même rayon que l'aimant (cf. figure 7.9-(a)). Compte

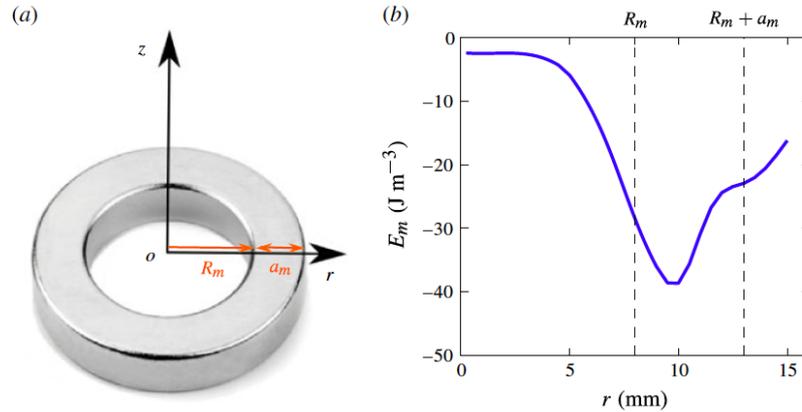


FIGURE 7.8 – (a) Aimant annulaire de rayon intérieur  $R_m = 8$  mm, d'épaisseur  $a_m = 5$  mm et de hauteur 5 mm. (b) Variation de l'énergie magnétique volumique  $E_m$  ressentie par l'oxygène liquide en fonction de la coordonnée radiale  $r$  à  $z = 2$  mm de l'aimant. Les lignes pointillées représentent les rayons intérieurs et extérieurs de l'aimant.

tenu de la gravité cette goutte n'est pas parfaitement toroïdale mais possède plutôt une forme de couronne de rayon intérieur  $R$ , d'épaisseur  $a$  et de hauteur  $h$  (cf. figure 7.9-(b))

En utilisant des aimants de dimensions variées et différents volumes de gouttes, il est possible de changer les caractéristiques des anneaux d'oxygène liquide. Le rayon intérieur  $R_0$  varie entre 2 et 10 mm alors que la largeur  $a_0$  entre 1,5 et 4,5 mm. Dans ces conditions le rapport d'aspect de la goutte, défini comme  $\pi(2R_0 + a_0)/a_0$ , est compris entre 6 et 21.

Afin de comprendre l'effet de l'aimant sur la goutte nous avons, comme précédemment, mesuré son champ magnétique. Ces mesures permettent d'accéder à l'énergie magnétique  $E_m$  ressentie par l'oxygène liquide à 2 mm de l'aimant en fonction de la coordonnée radiale  $r$ . Ces résultats sont représentés sur la figure 7.8-(b).

Sur ce graphique, la pente de la courbe correspond à la force volumique radiale exercée par l'aimant sur l'oxygène liquide (une pente négative correspondant à une force radiale positive). Alors que la position centrale  $r = 0$  correspond à un équilibre instable, celle  $r \approx R_m + a_m/2$  minimise l'énergie magnétique. Placé au dessus de l'aimant, l'oxygène liquide subit des forces radiales qui l'amènent vers ce minimum d'énergie potentielle. Ce liquide étant confiné selon la direction radiale, il s'étend selon la direction orthoradiale. La largeur  $a_0$  de l'anneau résulte donc d'un équilibre entre la gravité et le confinement magnétique imposé par l'aimant. Si le volume de liquide est suffisant, il en résulte une goutte annulaire (cf. figure 7.9-(a)). Dans le cas inverse la goutte adopte une forme de "C" (cf. figure 7.9-(c)). Le seuil pour lequel la goutte transite entre une configuration annulaire et une forme de "C" sera étudié au paragraphe 7.3.2.

Comme précédemment, l'aimant exerce également une force magnétique verticale qui aplatit la goutte. La distance choisie entre l'aimant et le dessous de la goutte est telle que la modification de la hauteur de la goutte par rapport au cas sans aimant n'est jamais supérieure à 10 %.

L'emploi d'aimants annulaires permet véritablement de sculpter l'oxygène liquide pour obtenir des gouttes de même géométrie et de dimensions variées. Le champ magnétique stabilise ces gouttes qui peuvent ainsi conserver leurs formes pendant plusieurs dizaines de secondes avant de s'évaporer et de s'ouvrir vers une forme en "C". Cette situation statique n'empêche pas l'existence d'intenses écoulements internes. Les fins cristaux de

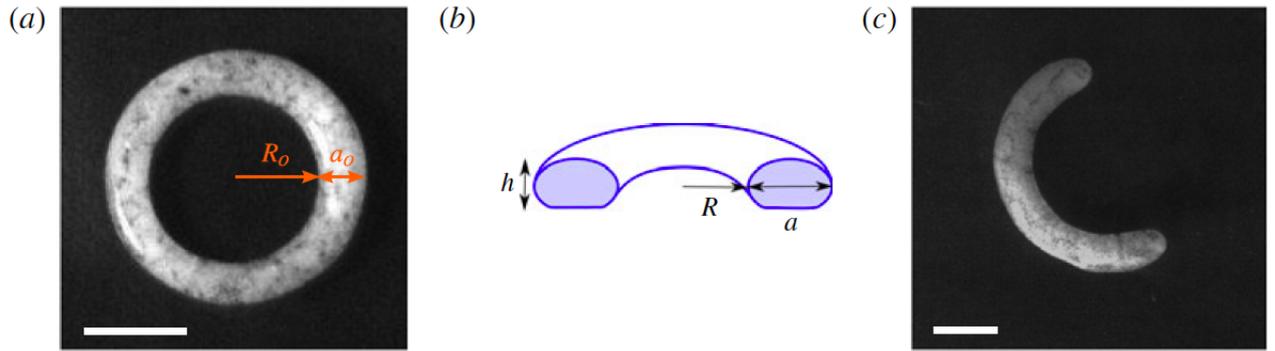


FIGURE 7.9 – (a) Vue de dessus d’un anneau d’oxygène liquide en caléfaction. Cette goutte repose sur une plaque de verre de 2 mm sous laquelle est placée un aimant annulaire de rayon et de largeur  $R_m = 4,5$  mm,  $a_m = 1,5$  mm. Les mesures du rayon et de l’épaisseur de la goutte sont  $R_0 = 4$  mm et  $a_0 = 2,2$  mm. Le rapport d’aspect de cet objet est égal à  $\pi(2R_0 + a_0)/a_0 = 14,5$ . L’aspect blanchâtre de la goutte provient de la présence de cristaux de glace dans l’oxygène liquide. La ligne blanche indique 5 mm. (b) Schéma d’une coupe d’une goutte annulaire vue de côté avec les notations adoptées pour son étude. (c) Vue de dessus d’une goutte annulaire brisée après évaporation du liquide. La ligne blanche indique 5 mm.

glace présents dans le liquide révèlent la présence de cellules de convection contra-rotatives contenues dans un plan horizontal.

## 7.2.2 Dynamique de fermeture d’un anneau liquide

Une fois la goutte annulaire stabilisée, le retrait rapide de l’aimant permet d’observer sa dynamique. L’utilisation d’une caméra rapide permet de capturer l’évolution de cet objet au cours du temps. Les clichés de la figure 7.10 montrent le devenir d’une goutte annulaire laissée libre.

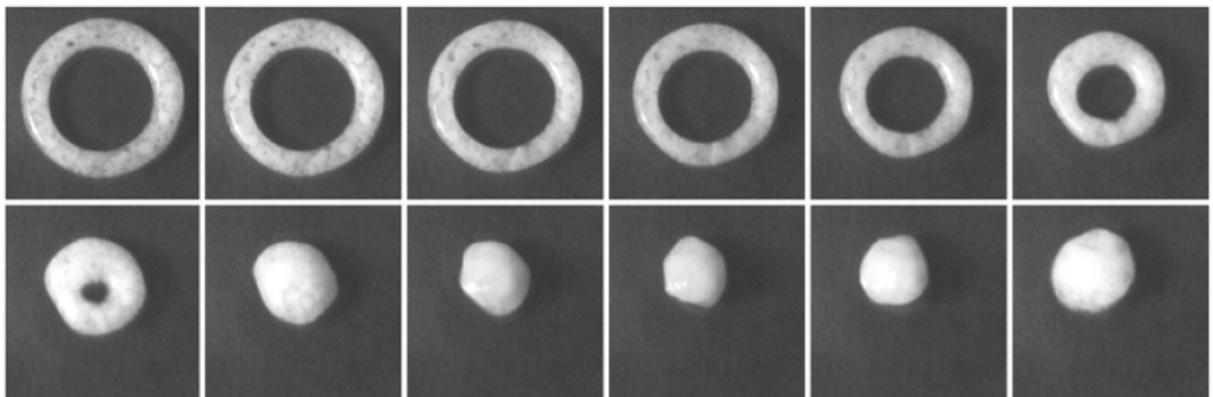


FIGURE 7.10 – Vues de dessus de la fermeture d’une goutte annulaire d’oxygène liquide une fois l’aimant retiré. La goutte possède un rayon intérieur initiale  $R_0 = 4$  mm et une largeur initiale  $a_0 = 2$  mm. L’intervalle de temps entre chaque cliché est de 8 ms.

On observe que la goutte se referme sur elle-même en environ 100 ms. Après une longue phase de vibration, elle retrouve une forme de crêpe similaire à celle présentée au para-

graphe 7.1.2. La figure 7.11 regroupe les mesures quantitatives de l'évolution du rayon intérieur  $R$  au cours du temps pour différentes gouttes annulaires. Cette grandeur est déduite de la mesure automatisée de l'aire intérieure de l'anneau au cours du temps.

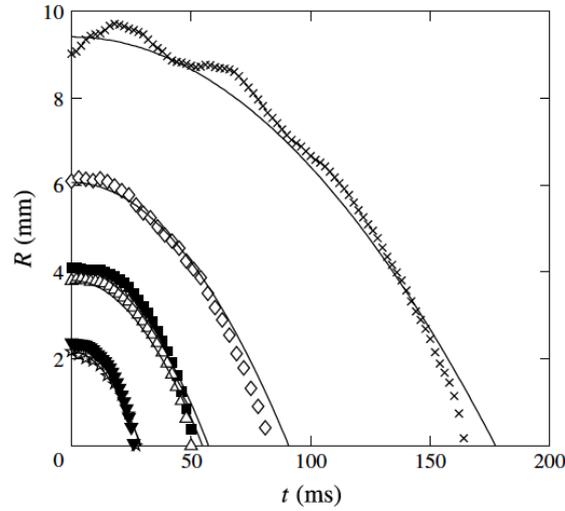


FIGURE 7.11 – Rayon intérieur  $R$  de l'anneau liquide au cours du temps pour différents rapports d'aspects :  $\times$   $R_o = 9,7$  mm,  $a_o = 3,1$  mm ;  $\diamond$   $R_o = 6,1$  mm,  $a_o = 2,9$  mm ;  $\blacksquare$   $R_o = 4,0$  mm,  $a_o = 2,2$  mm ;  $\triangle$   $R_o = 3,8$  mm,  $a_o = 2,8$  mm ;  $\blacktriangledown$   $R_o = 3,8$  mm,  $a_o = 2,8$  mm ;  $\star$   $R_o = 2,2$  mm,  $a_o = 2,0$  mm. Les lignes continues correspondent à un ajustement des données par une loi parabolique  $R(t) = R_o - \Gamma t^2/2$ .

La figure 7.11 montre que la fermeture de l'anneau liquide débute avec une vitesse nulle ( $\dot{R} = 0$ ). Celle-ci s'accroît ensuite jusqu'à la fermeture complète de l'anneau. La dynamique de fermeture semble dépendre des deux paramètres initiaux  $R_0$  et  $a_0$ . En revanche, l'allure des courbes reste identique quel que soit le rapport d'aspect initial de l'anneau. Ces dernières peuvent être décrites par une loi parabolique du type  $R(t) = R_0 - \Gamma t^2/2$  où  $\Gamma$  est homogène à une accélération.

Pour les anneaux les plus larges, le retrait de l'aimant induit des légères oscillations de la hauteur  $h$  de la goutte au cours du temps. Compte tenu de la conservation du volume du liquide, ces oscillations se répercutent sur la largeur  $a$  de l'anneau et donc sur son rayon  $R$ . Ces oscillations sont visibles sur la figure 7.11 pour le cas représenté par les symboles  $\times$ .

Pour tous les rapports d'aspects envisagés au cours des expériences (entre 6 et 21), la brisure de l'anneau en gouttes n'a jamais été observée. Cette constatation diffère fortement de celle effectuée par Pairam & Fernandez-Nieves pour le cas des tores liquides dans le régime visqueux [127]. Dans ce cas les tores se brisent systématiquement au-dessus d'un rapport d'aspect de 6. Nous reviendrons sur la stabilité des anneaux d'oxygène liquide dans le paragraphe 7.3. Avant cela, il nous faut comprendre l'origine physique de la fermeture de l'anneau liquide.

### 7.2.3 Modèle théorique de la fermeture

Afin de savoir quel cadre théorique va permettre de capturer la dynamique de fermeture de l'anneau, il est nécessaire d'estimer le nombre de Reynolds relatif à cet écoulement. En considérant la vitesse typique de fermeture  $\dot{R} \approx 0,1$  m/s, la plus petite dimension de

l'anneau  $a$  et la viscosité dynamique de l'oxygène liquide  $\eta \sim 0,2 \text{ Pa} \cdot \text{s}$  [130], il en découle  $Re = \rho a \dot{R} / \eta \sim 1000$ .

En remarquant que l'anneau est initialement au repos, on en déduit que sa vorticité est nulle. L'hypothèse d'un fluide parfait et incompressible permet l'application du théorème de Kelvin relatif à la circulation. Ce dernier implique la conservation de la vorticité de l'anneau au cours de sa fermeture. Celle-ci est donc nulle à tout instant et l'écoulement est qualifié d'irrotationnel.

Compte tenu du haut nombre de Reynolds et de l'absence de vorticité, il est possible d'adopter une approche d'écoulement potentiel et de décrire la dynamique de fermeture à l'aide de la relation de Bernoulli :

$$\left[ \rho \frac{d\phi}{dt} + \rho \frac{\mathbf{u}^2}{2} + p \right]_B^A = 0 \quad (7.7)$$

où  $\phi$  est le potentiel des vitesses,  $\mathbf{u} = \nabla \phi$  et  $p$  les champs de vitesse et de pression dans le fluide et  $A$  et  $B$  deux points du fluide.  tant donné la symétrie radiale du problème,  $\phi$ ,  $\mathbf{u}$  et  $p$  dépendent uniquement de la coordonnée radiale  $r$  et du temps  $t$ . En choisissant le point  $A$    la périphérie extérieure de l'anneau ( $r = R + a$ ) et le point  $B$  à sa périphérie intérieure ( $r = R$ ), il en résulte une équation différentielle liant  $a$  et  $R$ . Cependant ces deux grandeurs ne sont pas indépendantes à cause de la conservation de la quantité de matière.

En supposant l'écoulement radial et la hauteur de la goutte constante ( $h = 2l_c$ ), le flux de quantité de matière qui traverse une section annulaire de rayon  $r$  compris entre  $R$  et  $R + a$  est  $\rho 2\pi r u(r)h$ . Ce flux doit être égal à celui en  $r = R$  qui s'exprime  $\rho 2\pi R \dot{R}h$ . Cette égalité mène à l'expression suivante pour le champ de vitesse :

$$\mathbf{u} = \frac{R\dot{R}}{r} \mathbf{e}_r \quad (7.8)$$

L'équation précédente permet de déduire par intégration l'expression du potentiel des vitesses  $\phi(r) = R\dot{R} \ln(r/R_\infty)$  avec  $R_\infty$  une constante. Enfin, il ne manque pour appliquer la relation de Bernoulli (7.7) qu'à évaluer la pression  $p$  aux points  $A$  et  $B$ . Celle-ci est déterminée par la loi de Laplace et s'exprime ainsi :  $p_A = p(R) = p_0 + \gamma(2/h - 1/R)$  et  $p_B = p(R + a) = p_0 + \gamma(2/h + 1/(R + a))$ . La substitution de ces diverses expressions dans la relation (7.7) donne :

$$\frac{d(R\dot{R})}{dt} \ln\left(\frac{R+a}{R}\right) + \frac{\dot{R}^2}{2} \left( \frac{R^2}{(R+a)^2} - 1 \right) = -\frac{\gamma}{\rho R} \left( 1 + \frac{R}{R+a} \right) \quad (7.9)$$

Cette équation présente de nombreuses similarités avec l'équation de Rayleigh-Plesset qui régit la fermeture d'une bulle de cavitation [136, 137]. Cette analogie est également présente avec l'équation relative à la fermeture d'uneavit  verticale crée par l'impact d'un solide dans un liquide à haut Reynolds [138, 139]. Dans ce dernier cas, les points  $A$  et  $B$  utilisés dans la relation de Bernoulli sont pris respectivement juste derrière laavit  et loin du trou. La forme du potentiel des vitesses est identique au précédent et le champ de pression est égal à celui hydrostatique. Dès lors, la dynamique de fermeture desavit s verticales est prédite par l'équation :

$$\frac{d(R\dot{R})}{dt} \ln\left(\frac{R}{R_\infty}\right) + \frac{\dot{R}^2}{2} = gz \quad (7.10)$$

Contrairement à notre problème, la constante d'intégration  $R_\infty$  ne disparaît pas dans l'équation précédente. Sa valeur doit donc être estimée afin de prédire celle du terme

logarithmique [140]. Dans le cas des anneaux, cette constante est imposée par la valeur de la largeur  $a$  de cet objet. De plus, la fermeture des anneaux liquides se fait en majeure partie avec  $R \gg a$ . Cette propriété permet de linéariser l'équation (7.9) au premier ordre. Dans cette limite et en observant que la conservation du volume impose la relation  $Ra = R_0a_0$  (en supposant que la hauteur de l'anneau demeure constante et égale à  $h = 2l_c$ ), la dynamique de fermeture est donnée par :

$$\ddot{R} = -\frac{2\gamma}{\rho R_0 a_0} \quad (7.11)$$

Cette relation prédit un mouvement à accélération centripète  $\Gamma$  constante. La valeur de cette accélération dépend des propriétés du fluide par l'intermédiaire de  $\gamma$  et  $\rho$  et des conditions initiales  $R_0$  et  $a_0$ . La double intégration de l'équation (7.11) en posant  $\dot{R} = 0$  et  $R = R_0$  à  $t = 0$  conduit à la loi suivante :

$$R(t) = R_0 - \frac{\gamma}{\rho R_0 a_0} t^2 \quad (7.12)$$

Les prédictions du modèle précédent doivent maintenant être comparées avec les résultats expérimentaux.

### 7.2.4 Retour sur les expériences

Le comportement parabolique de l'équation (7.12) est cohérent avec les observations de la figure 7.11 quel que soit le rapport d'aspect de l'anneau. L'ajustement des mesures expérimentales avec cette loi fournit une estimation de l'accélération  $\Gamma$  subie par l'anneau. La figure 7.12-(a) compare les valeurs de  $\Gamma$  déduites des expériences avec celles estimées par l'intermédiaire de la relation  $\Gamma = 2\gamma/\rho R_0 a_0$ .

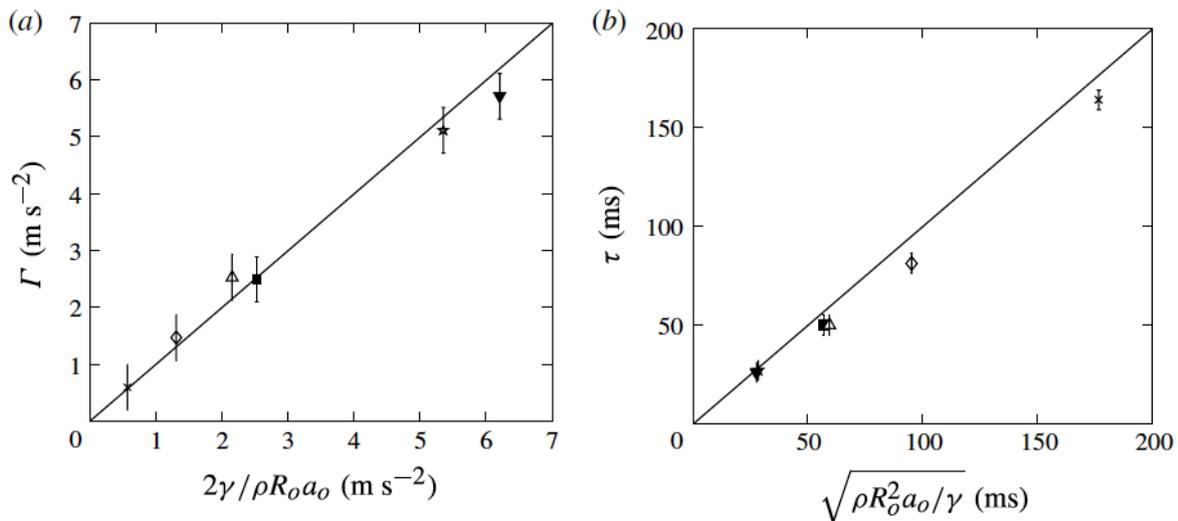


FIGURE 7.12 – (a) Accélération  $\Gamma$  mesurée expérimentalement en fonction de la prédiction théorique issue de la relation (7.11). (b) Temps de fermeture expérimental en fonction du temps de fermeture théorique  $\sqrt{\rho R_0^2 a_0 / \gamma}$  prédit par le modèle du paragraphe 7.2.3. Les symboles correspondent à ceux de la figure 7.11 et les lignes continues représentent la droite  $y = x$ .

Le bon accord entre les valeurs expérimentales et les estimations théoriques démontre la validité du modèle proposé au paragraphe 7.2.3. Une manière équivalente de comparer ces deux approches consiste à s'intéresser au temps de fermeture  $\tau$  de l'anneau. La figure 7.12-(b) montre les valeurs expérimentales des temps de fermeture des différents anneaux liquides en fonction de la relation théorique  $\tau = \sqrt{\rho R_0^2 a_0 / \gamma}$  déduite du modèle d'écoulement potentiel précédent. Les prédictions théoriques s'accordent bien avec les valeurs expérimentales même si elles les surestiment systématiquement (jusqu'à 10 %). Cette observation se retrouve sur la figure 7.11 où l'on remarque qu'à la fin du mouvement, la fermeture des anneaux est toujours plus rapide que l'ajustement parabolique.

Ceci nous amène à considérer plus en détail la dynamique de l'anneau au moment de la fermeture du trou. Pour cela, l'évolution du rayon intérieur  $R$  avec  $\tau - t$  est tracée sur la figure 7.13 (où  $\tau$  est l'instant de fermeture de l'anneau  $R(\tau) = 0$ ).

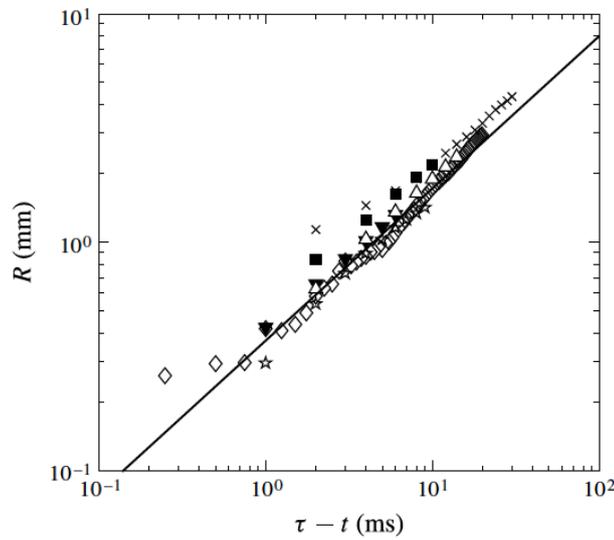


FIGURE 7.13 – Évolution du rayon  $R$  lorsque  $R < a/2$  en fonction de  $\tau - t$  où  $\tau$  est l'instant où la goutte se referme. Les symboles sont identiques à ceux de la figure 7.11 et la ligne continue représente l'ajustement avec une loi de type  $R \sim (\tau - t)^{2/3}$ .

Ce graphique révèle que la dynamique de fermeture d'un anneau suit une loi générale qui ne dépend pas de sa géométrie initiale. L'emploi de l'échelle logarithmique montre que cette évolution correspond à une loi de puissance avec un exposant proche de  $2/3$ . Pour  $R < a/2$ , le rayon de l'anneau montre une dépendance au temps, affaiblie par rapport à la loi parabolique établie précédemment.

Les observations précédentes peuvent être comprises qualitativement en équilibrant la pression dynamique  $\rho(R/(\tau - t))^2$  avec la pression capillaire  $\gamma/R$ . Cette démarche conduit à la loi  $R \sim (\gamma(\tau - t)^2/\rho)^{1/3}$  qui est tracée sur la figure 7.13 avec un préfacteur de 1,65. Ce coefficient permet d'ajuster au mieux les données expérimentales. Une évolution similaire est observée pour différents cas de pincements capillaires en régime inertiel [141, 142, 143].

Cependant cette description qualitative du devenir de l'anneau vers la fin de sa vie n'est pas en accord avec celle du paragraphe 7.2.3. En effet la résolution numérique et analytique de l'équation (7.9) dans la limite  $R \ll a$  mène à  $R \sim (\tau - t)^{1/2}$ . Cette divergence pose évidemment question et remet en cause la validité de cette expression dans ce régime.

L'approche menée précédemment ne considère pas la présence du ménisque de l'anneau. Celle-ci cause des gradients de pression verticaux qui peuvent influencer sur la dynamique

de fermeture de l'anneau. En effet le rayon intérieur  $R$  dépend de l'altitude  $z$  considérée. La valeur  $R$ , mesurée par la vue de dessus, correspond à la valeur minimale (qui intervient pour  $z \approx h/2$ ). Pour d'autres hauteurs,  $R$  augmente jusqu'à être maximal pour  $z = 0$  et  $z = h$ . Ces variations donnent lieu à une dépendance verticale de la pression de Laplace  $-\gamma/R(z,t)$ . Par exemple, au moment de la fermeture de l'anneau, cette pression diverge pour  $z = h/2$  alors qu'elle est environ égale à  $-\gamma/a$  pour  $z = 0$  et  $z = h$ . On comprend que l'approche bi-dimensionnelle employée dans le paragraphe 7.2.3 n'est pas valable dans la limite  $R \ll a$ . Il serait particulièrement intéressant d'affiner le modèle théorique afin de décrire le régime final de la fermeture de l'anneau.

Cette étude montre que la dynamique d'un anneau liquide en caléfaction résulte d'un équilibre entre capillarité et inertie. Dans ce cas, le mouvement se produit à accélération  $\Gamma = 2\gamma/\rho R_0 a_0$  constante. Cette propriété est singulière à ce système. En effet, les situations où le même équilibre de force intervient, montrent généralement une évolution à vitesse constante. C'est le cas des montées capillaires inertielles, de la rupture des films de savon ou encore du démouillage inertiel [144]. La différence entre ces situations et l'étude précédente provient du fait que dans ce dernier cas l'ensemble du liquide est mis en mouvement et que la force motrice est la plupart du temps constante. Ces deux propriétés de masse et force constantes engendrent logiquement une accélération constante.

## 7.3 Stabilité des anneaux liquides

Historiquement, c'est la découverte des anneaux de Saturne par Galilée en 1610 qui amena les physiciens à réfléchir à la question de la stabilité des objets annulaires. En 1859, James Clerk Maxwell prédit qu'un anneau solide ou liquide ne peut être stable et que par conséquent les anneaux de Saturne devaient être composés de nombreuses particules [145]. Cette prédiction sera vérifiée par des mesures spectroscopiques en 1895. La stabilité des tores liquides a ensuite été complétée par plusieurs études [146, 147]. Abordons à présent le problème de la stabilité des anneaux d'oxygène liquide introduits précédemment.

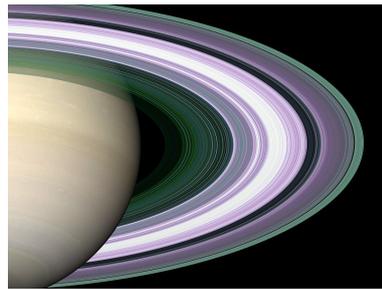


FIGURE 7.14 – Cliché des anneaux de Saturne réalisé par la mission Cassini-Huygens.

### 7.3.1 Instabilité de Rayleigh-Taylor

Une fois la contrainte magnétique relâchée, les anneaux d'oxygène liquide ne se brisent jamais en morceaux. Pourtant l'aspect cylindrique de ces objets pourrait autoriser un mécanisme de type Rayleigh-Plateau à les déstabiliser.

Les anneaux ayant des rapports  $a/h$  toujours supérieurs à l'unité, leurs hauteurs sont fixées par la gravité à  $h \approx 2l_c$  et ne peuvent varier. Ceci explique que la section des anneaux soit plus elliptique que circulaire (cf. figure 7.9-(b)). Dans cette situation la seule

perturbation de la forme de l'anneau possible, est celle de sa largeur  $a$ . Cette dernière entraîne une augmentation de la surface de la goutte qui ne peut être compensée par une modulation de sa hauteur  $h$ . Ceci explique que la perturbation ne se développe pas et que la forme annulaire de la goutte reste stable.

Ce scénario est confirmé par l'étude d'une ligne d'oxygène liquide créée en approchant un aimant parallépipédique sous une goutte de ce liquide. La figure 7.15 montre l'évolution de cette ligne une fois l'aimant retiré. Malgré la valeur initiale de son rapport d'aspect  $l_0/a_0 = 5,6$ , la goutte ne se brise pas mais se rétracte vers une forme d'haltère avant de retrouver une forme de crêpe. La longueur de la ligne diminue à vitesse constante, menée par les zones de plus fortes courbures c'est-à-dire ses extrémités.

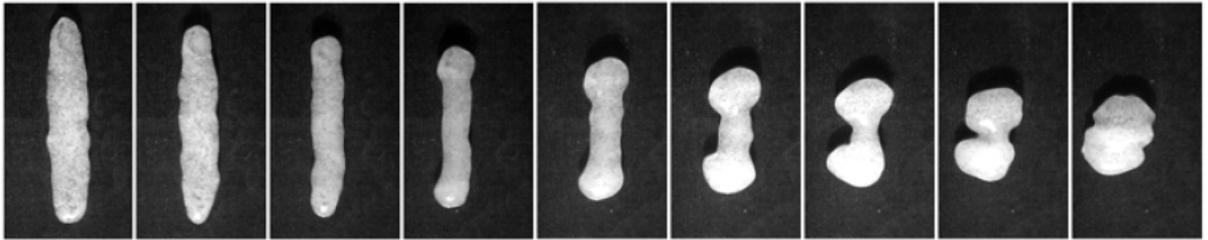


FIGURE 7.15 – Vues de dessus de la rétractation d'une ligne d'oxygène liquide de longueur initiale  $l_0 = 22,5$  mm, de largeur  $a_0 = 4$  mm et de hauteur  $h = 2,2$  mm. La goutte se rétracte à partir de ses deux bouts sans développer d'instabilité de Rayleigh-Plateau. Chaque image est séparée par 12 ms.

Le seul moyen pour qu'une instabilité de type Rayleigh-Plateau perturbe une goutte annulaire est que  $a < l_c$ . Cependant, la création d'un anneau ayant ces propriétés n'est pas réalisable expérimentalement. En effet ce dernier se brise avant que cette condition soit atteinte pour donner lieu à une forme en "C" (cf. figure 7.9-(c)). Le paragraphe à venir s'intéresse au seuil d'ouverture d'un anneau d'oxygène liquide.

### 7.3.2 Ouverture de l'anneau

Si l'anneau est stable au moment du retrait de l'aimant, celui-ci le reste durant sa fermeture. Cependant, en présence de l'aimant, la forme de la goutte n'est pas systématiquement annulaire. Si le volume de la goutte est trop petit par rapport à la taille de l'aimant, celle-ci adopte une forme de "C" (cf. figure 7.9-(c)). La transition entre ces deux états est observable sur les clichés de la figure 7.16.

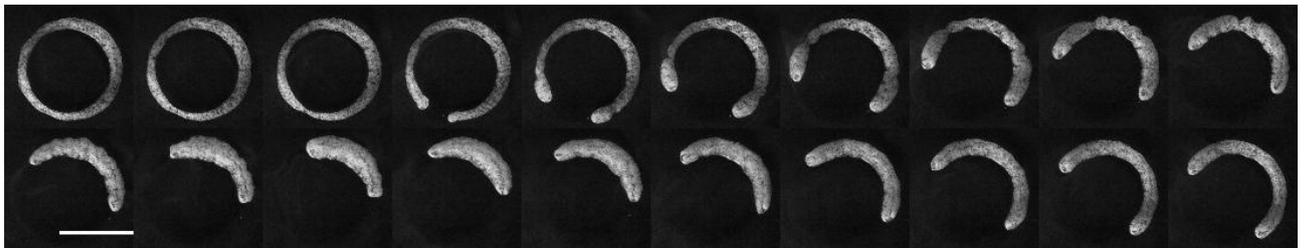


FIGURE 7.16 – Vues de dessus de l'ouverture d'un anneau d'oxygène liquide placé au-dessus d'un aimant annulaire et subissant son évaporation. Lorsqu'une portion de l'anneau devient trop fine, celui-ci se brise. Après quelques oscillations, il tend vers une forme en "C". Les images sont séparées par 40 ms et la ligne blanche en bas à gauche représente 1 cm.

Lors de l'évaporation de l'anneau, sa largeur  $a$  s'amenuise jusqu'à se rompre. Dès lors, les extrémités de l'anneau forment deux bourrelets qui se rétractent selon la direction de l'aimant en adoptant une forme de casque. Après plusieurs oscillations, la goutte adopte une forme de "C" dont l'ouverture angulaire dépend du volume d'oxygène liquide. Cette visualisation permet de déterminer le volume critique de liquide en dessous duquel l'anneau se brise. Cette mesure a été effectuée pour les différents aimants annulaires disponibles. Les résultats de ces expériences sont regroupés sur la figure 7.17.

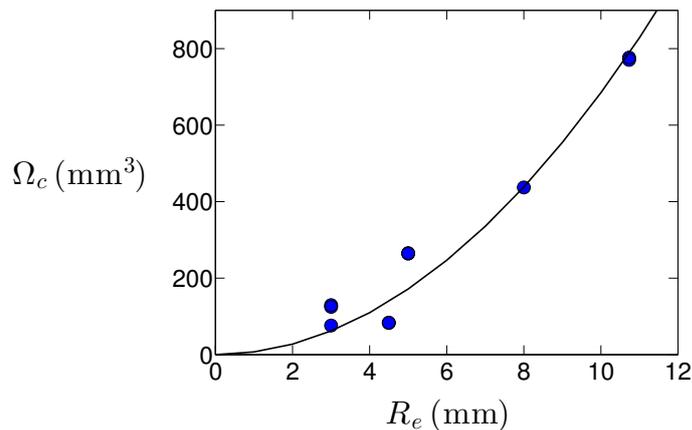


FIGURE 7.17 – Volume critique  $\Omega_c$  d'ouverture de l'anneau en fonction du rayon moyen  $R_m = R + a/2$  de l'anneau liquide.

La courbe précédente montre une dépendance quadratique du volume critique  $\Omega_c$  d'ouverture avec son rayon moyen  $R_m = R + a/2$ .

## Conclusion

La combinaison du champ magnétique d'un aimant avec une goutte d'oxygène liquide permet d'y exercer une forme volumique. Un gradient vertical de champ magnétique exerce une force qui agit comme une gravité effective sur la goutte. Quant au gradient horizontal, il agit sur son mouvement et permet de la capturer. C'est cette seconde propriété qui est utilisée pour former des gouttes annulaires d'oxygène liquide. L'étude de ces objets, libérés de la contrainte magnétique, a montré un mouvement de fermeture à accélération constante. Cependant, la fin de ce mouvement suit une loi différente qui manque encore d'une description théorique adaptée. Enfin la question de la stabilité des anneaux liquides a été abordée sous un angle expérimental et complétée par des considérations théoriques.

Puisque le rêve est permis sur cette page blanche, je m'autorise quelques divagations quant aux perspectives de ce travail. Dans l'étude précédente le champ magnétique appliqué est celui d'un aimant. Il serait particulièrement intéressant de remplacer cette source par un électro-aimant. En jouant sur la forme des entrefers et l'intensité du courant y circulant, il est possible de moduler les propriétés du potentiel magnétique créé. Ce type de montage a été utilisé afin de mettre en lévitation une goutte d'eau à l'aide de son comportement diamagnétique [148], de l'hélium liquide [149] et même une souris (vivante !) [150]. On peut imaginer faire sustenter une goutte d'oxygène liquide dans ce potentiel sans avoir recours à un support solide. Cette expérience permettrait de réaliser de véritables gouttes toroïdales dont aucune dimension ne serait imposée par la gravité. Ce système permet également de

modifier facilement l'intensité du champ magnétique au cours du temps. La forme de la goutte pourrait ainsi être perturbée en vue de caractériser sa stabilité.

# Conclusion

Dans cette thèse, je me suis intéressé aux trajectoires de particules denses à haut Reynolds par le biais d'expériences simples et de l'outil numérique. Ce sujet est riche d'une longue histoire qui commence sur les champs de bataille avec la nécessité de viser précisément une cible. Nous avons décidé d'aborder ce problème au travers des trajectoires des ballons de sport. Alors que dans le domaine militaire, seul le point d'impact du projectile importe, en sport les joueurs sont sensibles à l'ensemble de la trajectoire. Leur observation met en évidence de nombreux effets aérodynamiques que nous avons cherchés à décrire et à quantifier. Autant que possible, le lien avec les trajectoires d'autres particules denses a été établi. Cette étude peut être résumée en trois points :

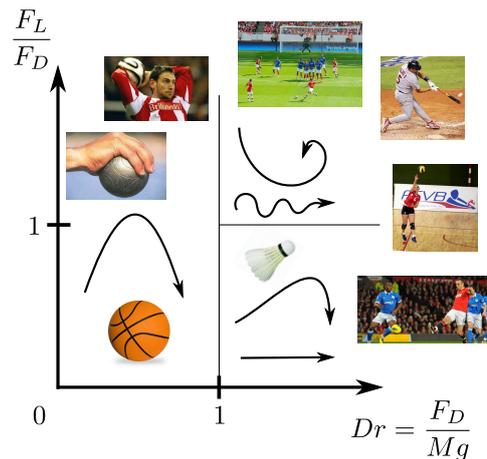


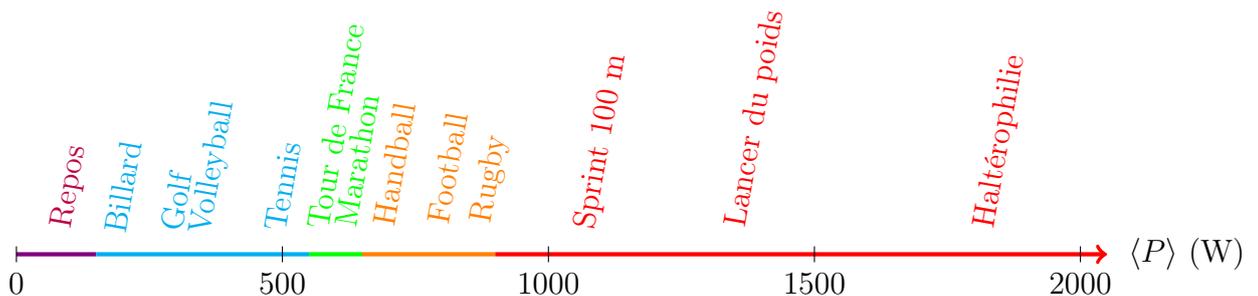
FIGURE 7.18 – Diagramme de phase des trajectoires observées en sport. L'abscisse de ce diagramme représente le rapport de la force de traînée avec le poids  $Mg$  de la balle. L'ordonnée correspond au rapport des forces de portance sur celle de traînée.

- La trajectoire d'un projectile lancé dans un fluide montre deux comportements distincts selon que la vitesse de lancer  $U_0$  est élevée ou non par rapport à la vitesse terminale  $U_\infty$  de cet objet. Si  $U_0 < U_\infty$ , le poids l'emporte sur les autres forces et la trajectoire est parabolique ( $Dr < 1$  dans le diagramme 7.18). Dans le cas inverse elle est de type "Tartaglia" ( $Dr > 1$  et  $F_L < F_D$  dans le diagramme 7.18). Ce deuxième régime est facilement identifiable grâce à l'asymétrie vis-à-vis de leur sommet. Dans ces deux limites, la portée des projectiles dépend uniquement des vitesses  $U_0$  et  $U_\infty$ . Une solution analytique simple pour cette portée a été exprimée en fonction de ces deux paramètres. Ainsi, la connaissance des vitesses maximales de tir et des vitesses terminales des différents ballons de sports permet de déduire leur portée maximale. Cette quantité est corrélée à la taille des terrains pour tous les sports envisagés. Ce

résultat montre que les dimensions des terrains dépendent en premier lieu des caractéristiques des balles employées. Aux vitesses de tir élevées ( $U_0 > U_\infty$ ), la portée du projectile varie faiblement de la vitesse de lancer pour ne plus dépendre que de l'angle de tir et des caractéristiques physiques du projectile. Ce régime est observé dans de nombreux sports comme le badminton ou le golf. L'existence d'une portée maximale pour une particule dense évoluant dans un fluide est un phénomène courant. Il se retrouve aussi bien dans les tirs de canon que dans les jets d'eau éclatés des pompiers.

- Une particule dense en chute verticale ne suit pas nécessairement un chemin rectiligne. En effet, les fluctuations des forces de portance, provoquées par l'écoulement intermittent du fluide autour de cet objet, donne lieu à un mouvement transverse erratique ( $Dr > 1$  et  $F_L > F_D$  dans le diagramme 7.18). Ce phénomène est cohérent avec les dispersions observées dans les expériences de déviation vers l'est et explique que la rotation de la Terre soit difficile à mettre en évidence par ce moyen. En sport, les déviations latérales erratiques sont observées au football, au volleyball et au baseball lorsque ces balles sont lancées sans rotation. Le flottement est un phénomène qui perturbe l'appréciation des trajectoires par les joueurs et qui peut être habilement utilisé pour marquer des points.
- Le mouvement propre des balles est en mesure d'influer sur leur trajectoire globale. Pour les ballons ronds, la rotation propre fait naître une force de portance par l'intermédiaire de l'effet Robins-Magnus ( $Dr > 1$  et  $F_L > F_D$  dans le diagramme 7.18). Cette force courbe la trajectoire dans une direction transverse à la vitesse de la balle et à son vecteur rotation. Cet effet est employé pour modifier la portée des balles de sport comme l'a montré l'exemple des dégagements de gardien de football. Dans ce cas, le ballon est frappé avec une rotation arrière afin de prolonger sa trajectoire. Le mouvement propre des balles est également important dans le cas des balles non sphériques comme le volant de badminton ou du ballon de rugby. Le non alignement de l'axe de la balle avec la direction de l'écoulement donne lieu à une force de portance qui modifie sa portée. Cet effet est couramment utilisé dans le cas des passes vissées au rugby ou au football américain. Au badminton, la distinction du centre de gravité avec celui aérodynamique permet à cet objet de se retourner après chaque impact de raquette. Cette propriété se retrouve dans différents exemples comme celui des akènes végétaux.

Cependant, la physique du sport ne se cantonne pas à la balistique des ballons. Si l'on définit le sport comme un exercice physique qui vise à dépenser son énergie, il est pertinent d'évaluer la puissance moyenne dissipée  $\langle P \rangle$  dans les différentes disciplines. Ceci est représenté par la frise suivante :



Cette représentation permet de classer les sports en différentes catégories. La première catégorie est celle des sports de précision (indiqués en bleu) tels le golf ou le tennis. Dans ce cas, la puissance dissipée par le sportif est modérée et le temps de l'effort est prolongé. Cette catégorie est suivie par celle des sports d'endurance (indiqués en vert) telle la course à pied dans le cas d'un marathon. Vient ensuite les sports d'équipe (indiqués en orange) comme le handball, le football et le rugby. Ces sports se pratiquent sur une durée limitée qui est de l'ordre de l'heure et la puissance dissipée est intermédiaire. Enfin, la dernière catégorie est celle des sports de force (indiqués en rouge) dont des bons exemples sont le lancer du poids ou l'haltérophilie. L'effort fourni par l'athlète dans ces disciplines est élevé mais il ne le maintient que sur un temps très court (de l'ordre de la seconde). Dans ces deux dernières disciplines il s'agit pour le sportif de battre des records.

La physique du sport a pour vocation de décrire les différentes classes de sport introduites précédemment. Chaque catégorie fait intervenir des échelles de temps et d'énergie très différentes. Par conséquent, les outils utilisés pour décrire chacune d'entre elle diffèrent.

Dans la catégorie des sports de force, les performances sont intrinsèquement liées à celles du corps humain et plus particulièrement à celles du muscle. Il serait intéressant de développer un modèle mécanique simple pour décrire son fonctionnement. Cette approche permettrait de prédire les performances maximales d'un athlète soumis à ce genre d'épreuves.

Les sports d'équipe se jouent à l'aide d'une balle dont le comportement conditionne le jeu. L'étude balistique des balles de sport réalisée dans cette thèse a soulevé de nombreuses questions auxquelles il est important de répondre. Le même intérêt que pour la trajectoire du ballon doit être porté à celles des joueurs. Peut-t-on imaginer un potentiel d'interaction simple pour décrire le comportement de deux joueurs en opposition ? Et plus généralement, le nombre d'actions par match est suffisamment élevé pour aborder ces sports d'un point de vue statistique. Les performances d'une équipe peuvent-elles être décrites par un nombre restreint de grandeurs, comme peut l'être un gaz au niveau macroscopique ? L'approche thermodynamique des jeux en équipe a beaucoup à promettre à la physique du sport.

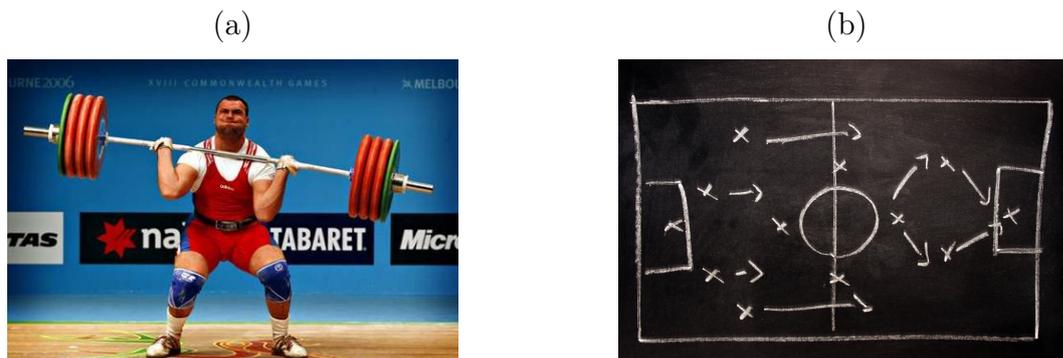


FIGURE 7.19 – (a) Le levé du poids est un exemple de sport de force. (b) Schéma tactique d'une partie de football.

Les sports tels que la course à pied ou le cyclisme font appel aux propriétés d'endurance du corps humain. Dans ces disciplines, les performances musculaires de l'athlète sont essentielles. Cependant, les records dépendent également des frottements mécaniques subis par le sportif. On peut penser à la traînée aérodynamique qui s'applique au cycliste, à la friction des chaussures du coureur sur la piste ou à la résistance de l'eau vis-à-vis du nageur. Ceci explique la course technologique visant à réduire les effets résistifs et accroître

les records. Aussi, ce type d'épreuve nécessite que le sportif gère convenablement son effort. Une approche d'optimisation de l'énergie telle que celle de Keller pour la course à pied pourrait être étendue à tous les sports d'endurance [151].

La balistique des projectiles sportifs est primordiale dans le cas des sports de précision tels le golf, le tennis ou le tir à l'arc. Ces disciplines font également intervenir la notion d'élasticité et d'impact. Existe-t-il une élasticité optimale de la balle de golf et de son club pour que cette première parte le plus loin possible ? Quel est la rotation maximale que l'on peut fournir à la balle de tennis ? C'est la mécanique du solide qui est en mesure de répondre à ces questions.

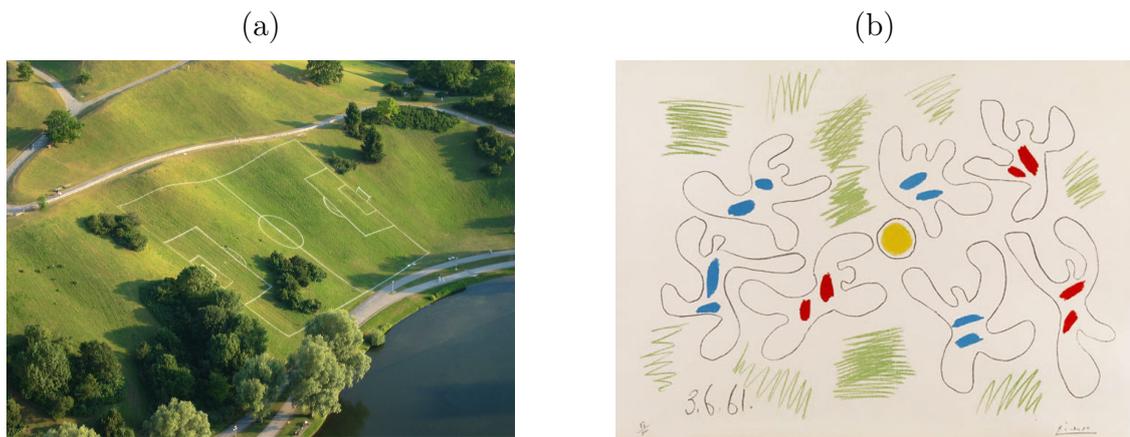


FIGURE 7.20 – (a) Exemple d'un terrain de football "non optimal". (b) *Football*, 1961. Pablo Picasso, lithographie.

Au-delà du sport, cette thèse concerne avant tout la physique. Cette discipline est pour moi une manière de percevoir le monde qui nous entoure. Un des enseignements que la pratique de la physique m'ait apporté réside dans l'existence d'un fonctionnement optimal de la nature. On peut penser au vol de l'abatros qui est capable de parcourir des dizaines de kilomètres sans battre une seule fois des ailes [152] ou encore à la forme et au mouvement du bec du phalarope qui optimise le transport de gouttes d'eau [153]. La recherche d'un optimum prend également tout son sens en sport avec la maîtrise du geste parfait ou de la gestion de son effort. Cependant, la société humaine dans laquelle nous vivons est loin de son fonctionnement optimal. Si notre société devait être représentée par un terrain de sport, elle le serait probablement par celui de la figure 7.20-(a). Et même si la notion d'optimum perd son sens pour des considérations sociologiques ou philosophiques, il me semble que les enseignements issus de la pratique de la physique sont essentiels pour espérer rendre un jour ce monde meilleur. Dans ce contexte, il est important de partager cette vision du monde, propre à la physique, avec le plus grand nombre. Et comme Picasso l'avait si bien remarqué :

« *Pour apprendre quelque chose aux gens, il faut mélanger ce qu'ils connaissent avec ce qu'ils ignorent.* »

Cette idée se retrouve dans le choix de ses thèmes qui possèdent toujours un caractère universel (cf. figure 7.20-(b)). Il me semble que c'est la formidable possibilité qu'offre le sport à partager avec les autres qui m'a poussé à suivre Caroline et Christophe sur le terrain de la physique du sport.

# Annexes



# Annexe A

## Fonction $F(\theta)$

Le développement théorique de l'équation du mouvement du chapitre 2 fait appel à la fonction  $F(\theta)$  définie sur l'intervalle  $I = ] - \pi/2; \pi/2[$  :

$$F(\theta) = \int \frac{d\theta}{\cos^3 \theta} = \frac{1}{2} \left[ \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} + \ln \left( \frac{1 + \sin \theta}{\cos \theta} \right) \right] \quad (\text{A.1})$$

En posant les fonctions  $G(\theta) = \sin \theta / \cos^2 \theta$  et  $H(\theta) = \ln[(1 + \sin \theta) / \cos \theta]$ , il découle que  $F = 1/2[G(\theta) + H(\theta)]$ . L'étude de ces deux fonctions montre que pour  $\theta \rightarrow 0$ ,  $G \sim H$ , et pour  $\theta \rightarrow \pm \pi/2$ ,  $G$  et  $H$  diverge avec  $|G| \gg |H|$ . Il est donc possible de substituer  $F(\theta)$  par  $G(\theta)$  :

$$F(\theta) \approx \frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} \quad (\text{A.2})$$

La figure A.1 montre les fonctions  $F$  et  $G$ . L'approximation de  $F$  par  $G$  est satisfaisant.

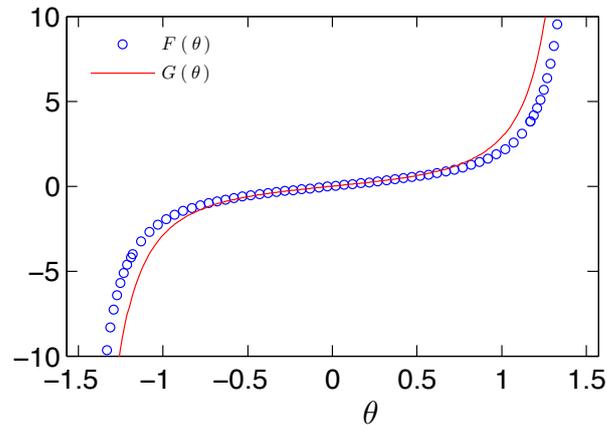


FIGURE A.1 – Fonctions  $F(\theta)$  (ligne continue) et son approximation par  $G(\theta)$ .



# Annexe B

## Intégration numérique des trajectoires

Au cours des chapitres 4 et 5, nous avons régulièrement comparé les trajectoires expérimentales avec celle issues de l'intégration des équations du mouvement en tenant compte de forces de traînée et de portance aérodynamiques. Ces dernières sont évaluées à partir des données de Norman & Mc Keon présentées au paragraphe 1.3.3. Elles montrent que les forces de portance subies par une sphère se déplaçant dans un fluide à grand Reynolds, possèdent une dépendance temporelle complexe. Une manière de prendre en compte cette dépendance est de considérer le coefficient de portance  $C_{L\sigma}$  selon une direction transverse  $\sigma$ , comme une fonction du temps. La transformée de Fourier temporelle de la fonction  $C_{L\sigma}(t, Re)$  s'exprime comme :

$$\tilde{C}_{L\sigma}(f, Re) = \int_0^{\infty} C_{L\sigma}(t, Re) e^{-2i\pi ft} dt \quad (\text{B.1})$$

où  $f$  est la variable du domaine fréquentiel. Cependant, Norman & Mc Keon n'étudie pas directement la fonction  $\tilde{C}_{L\sigma}(f, Re)$  mais la densité spectrale  $\Phi = |\tilde{C}_{L\sigma}|^2$  en fonction de la fréquence adimensionnée  $St = fD/U$  avec  $D$  est le diamètre de la sphère et  $U$  sa vitesse. De plus, la densité spectrale est normalisée de manière à ce que  $\int_0^{\infty} \Phi(St, Re) dSt = \langle C_{L\sigma}^2(t) \rangle(Re)$ . L'évolution de la quantité  $\langle C_{L\sigma}^2(t) \rangle$  avec  $Re$  est tracée sur la figure 1.17. À partir de ces données expérimentales, il est possible de restituer la fonction  $C_{L\sigma}(t, Re)$  en considérant la partie réelle de la transformée pour Fourier inverse :

$$C_{L\sigma}(t, Re) = \Re \left( \int_0^{\infty} \tilde{C}_{L\sigma}(f, Re) e^{2i\pi ft} df \right) \quad (\text{B.2})$$

qui mène à :

$$C_{L\sigma}(t, Re) = \frac{U(t)}{D} \int_0^{\infty} \sqrt{\Phi(St, Re)} \cos(2\pi St Ut/D + \Psi(St)) dSt \quad (\text{B.3})$$

où  $\Psi(St)$  est la phase à l'origine relative à la composante de fréquence adimensionnée  $St$ . Étant donné que  $\Psi$  n'est pas connue, sa valeur est tirée aléatoirement entre 0 et  $2\pi$  pour chaque valeur de  $St$ . Nous montrons par la suite que le type de distribution choisie pour effectuer ce tir influence peu les résultats de l'intégration numérique. En utilisant le temps adimensionné  $\bar{t} = Ut/D$ , il vient :

$$C_{L\sigma}(\bar{t}, Re) = \frac{U(\bar{t})}{D} \int_0^{\infty} \sqrt{\Phi(St, Re)} \cos(2\pi St \bar{t} + \Psi(St)) dSt \quad (\text{B.4})$$

Les effets des forces aérodynamiques sur la trajectoire d'une particule sphérique de masse  $M$  peuvent être évalués en intégrant l'équation du mouvement correspondante.

Lorsque cette dernière est projetée dans le repère  $(\mathbf{t}, \mathbf{n}, \mathbf{b})$  (cf. figure 5.14), elle mène aux équations suivantes :

$$\frac{dU}{dt} = -g \sin \theta - \frac{U^2}{\mathcal{L}} \quad (\text{B.5})$$

$$\frac{d\theta}{dt} = -\frac{g \cos \theta}{U} + \frac{U}{\mathcal{L}_\theta} \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{U}{\mathcal{L}_\psi} \quad (\text{B.7})$$

avec  $\mathcal{L} = 2M/\rho SC_D$ ,  $\mathcal{L}_\theta = 2M/\rho SC_{L\theta}$  et  $\mathcal{L}_\psi = 2M/\rho SC_{L\psi}$ . On suppose ici que le coefficient de traînée  $C_D$  ne dépend que du nombre de Reynolds de l'écoulement. En revanche, les coefficients de portance  $C_{L\theta}$  et  $C_{L\psi}$  dépendent du temps et de  $Re$ . Cette dépendance est intégrée dans les équations du mouvement par l'intermédiaire de l'équation (B.4) en substituant  $\sigma$  par  $\theta$  ou  $\psi$ .

Le système d'équation (B.5), (B.6) et (B.7) est complété par les conditions initiales  $U(t=0) = U_0$ ,  $\theta(t=0) = \theta_0$  et  $\psi(t=0) = \psi_0$ . Il est ensuite intégré en utilisant un intervalle de temps discret  $\Delta t$  et une méthode de Runge-Kutta d'ordre 5. Le pas de temps est choisi de manière à ce que les variations des quantités  $U$ ,  $\theta$  et  $\psi$  soient toujours inférieures à un millième de leurs valeurs absolues ( $\max(\Delta U/U) < 10^{-3}$ ). À chaque pas de temps, le nombre de Reynolds  $Re = DU/\nu$  et le temps adimensionné  $\bar{t} = tU/D$  sont estimés. Ceci permet le calcul de  $C_{L\theta}(\bar{t}, Re)$  et  $C_{L\psi}(\bar{t}, Re)$  par l'intermédiaire de la relation (B.4) discrétisée :

$$C_{L\sigma}(\bar{t}, Re) = \frac{U(\bar{t})}{ND} \sum_{n=1}^N \tilde{C}_{L\sigma}(nSt_m/N, Re) \cos(2\pi nSt_m \bar{t}/N + \Psi_n) \quad (\text{B.8})$$

Les bornes utilisées pour ce calcul ont été judicieusement choisies. La borne inférieure (égale à  $St_m/N$ ) est prise telle que la fréquence correspondante soit mille fois inférieure à l'inverse du temps totale de la trajectoire. Quant à la borne supérieure (égale à  $St_m$ ), elle est choisie de manière à correspondre à l'inverse du pas de temps adimensionné ( $St_m = D/U_0\Delta t$ ).

Cette résolution numérique permet d'obtenir la trajectoire d'une particule sphérique, de masse  $M$  et de diamètre  $D$ , subissant les effets du fluide dans lequel elle est lancée. Il est intéressant de connaître cette trajectoire dans le repère  $(x, y, z)$  indiqué sur la figure 5.14. Pour cela, la résolution des équations (B.5), (B.6) et (B.7) doit être accompagnée des relations suivantes :

$$\frac{dx}{dt} = U \cos \theta \cos \psi \quad (\text{B.9})$$

$$\frac{dy}{dt} = U \sin \theta \quad (\text{B.10})$$

$$\frac{dz}{dt} = U \cos \theta \sin \psi \quad (\text{B.11})$$

Au final, on obtient des trajectoires dont un exemple typique est illustré sur la figure B.1.

On est en droit de questionner l'influence du tir aléatoire des phases à l'origine  $\Psi_n$  (cf. équation (B.8)) sur les trajectoires numériques obtenues. Afin de répondre à cette question,

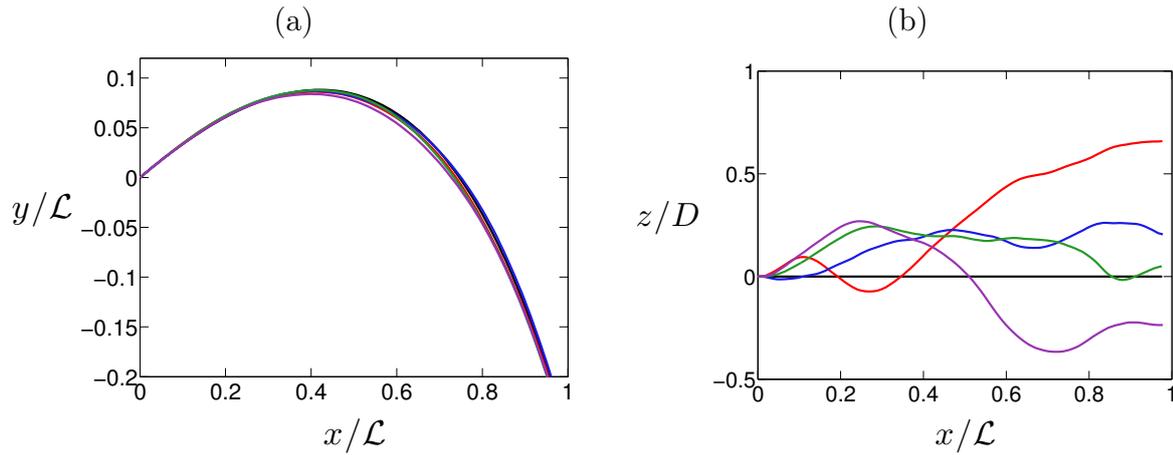


FIGURE B.1 – Trajectoires intégrées numériquement pour une particule de diamètre  $D = 20$  cm et de longueur aérodynamique  $\mathcal{L} = 20$  m (soit  $\rho_b/\rho = 30$ ). Les lignes bleue, rouge, verte et violette correspondent à quatre tirs différents réalisés avec les mêmes conditions initiales :  $U_0 = 20$  m/s (correspondant à  $U_0/U_\infty = 1,4$ ),  $\theta_0 = 20^\circ$  et  $\psi_0 = 0^\circ$ . Dans ces conditions, le nombre de Reynolds initial est  $Re_0 = DU_0/\nu = 2,5 \times 10^5$ . La ligne noire correspond à la trajectoire de la particule subissant aucun effet de portance. (a) Représentation des trajectoires dans le plan  $(x,y)$ . (b) Représentation des trajectoires dans le plan  $(x,z)$ .

nous avons étudié la dispersion moyenne  $\delta$  de ces trajectoires par rapport à la situation où  $C_L = 0$ .  $\delta$  est estimée en moyennant sur  $N = 100$  trajectoires à l'aide de la relation suivante :  $\delta(\mathbf{r}_0) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \sqrt{(\mathbf{r}_i(t) - \mathbf{r}_0(t))^2}$  où  $\mathbf{r}_i$  et  $\mathbf{r}_0$  sont les positions de la particule en tenant compte ou non des forces de portance. La figure B.2 indique l'évolution des dispersions moyennes adimensionnées  $\delta/D$  en fonction de  $x/\mathcal{L}$  pour des phases à l'origine tirées aléatoirement selon deux lois de distributions différentes.

Le choix de la loi de distribution utilisée pour tirer les valeurs de  $\Psi_n$  n'influe pas sur les propriétés statistiques des trajectoires numériques obtenues. Toutes les simulations numériques réalisées dans cette thèse utilisent une loi de distribution uniforme pour les valeurs de  $\Psi_n$ .

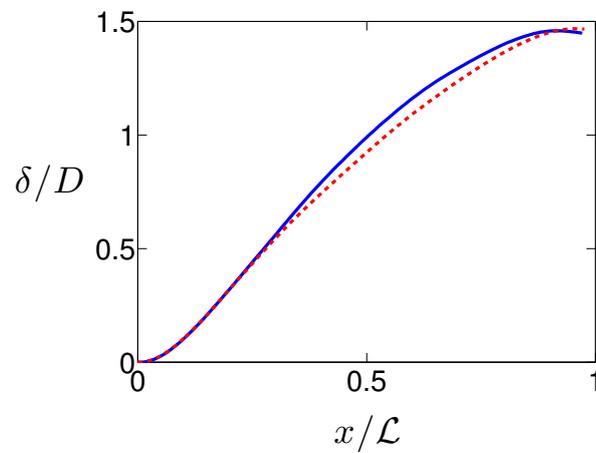


FIGURE B.2 – Déviation moyenne adimensionnée  $\delta/D$  des trajectoires numériques par rapport à la trajectoire dans les mêmes conditions mais sans portance  $C_L = 0$  en fonction de la distance parcourue  $x$ . La particule a un diamètre  $D = 20$  cm et une longueur aérodynamique  $\mathcal{L} = 20$  m (qui correspond à  $\rho_b/\rho = 30$ ). Elle est lancée avec les conditions initiales suivantes :  $U_0 = 20$  m/s (correspondant à  $U_0/U_\infty = 1,4$ ),  $\theta_0 = 20^\circ$  et  $\psi_0 = 0^\circ$ . La ligne continue bleue correspond à un tirage des phases à l'origine  $\Psi_n$  selon une loi de distribution uniforme tandis que celle pointillée rouge correspond à un tirage parmi une distribution normale.

# Annexe C

## Scénarios pour le flottement en sport

De nombreux scénarios ont été envisagés afin d'expliquer les trajectoires flottantes. Les joueurs mettent en cause la présence de la valve ou la déformation du ballon à l'impact. Les physiciens s'intéressent aux phénomènes capables de briser la symétrie de l'écoulement de l'air autour de la balle. Cette dissymétrie peut provenir des imperfections présentes à la surface de cet objet, de la non superposition de son centre de pression avec celui de gravité ou de l'écoulement d'air lui-même lorsqu'il est perturbé en amont d'une sphère (cf. chapitre 5). Notons que l'effet du vent sur la trajectoire de la balle, bien qu'existant au football et au baseball, n'est pas une origine plausible des trajectoires flottantes qui sont observées en intérieur au volleyball. La suite de ce paragraphe se propose de présenter qualitativement les différentes origines possibles de l'effet de flottement des ballons.

### Asymétrie de la surface de la balle

Compte tenu de la présence des coutures, les balles ne sont généralement pas des objets symétriques. Cette asymétrie est particulièrement criante sur les balles de baseball ou de cricket où les coutures présentent une forme de "8" (cf. figure C.1-(a)). Constitués d'hexagones ou de bandes cousues entre elles, les ballons de football et de volleyball sont également non symétriques par rapport à leurs centres (cf. figure C.1-(b) et C.1-(c)).

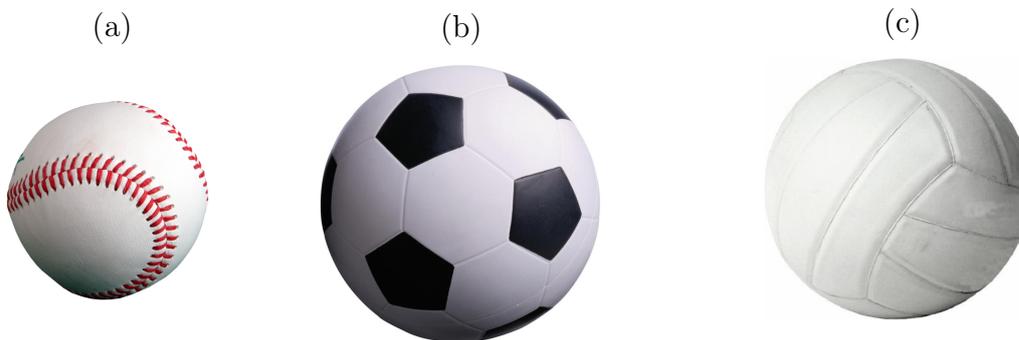


FIGURE C.1 – Exemples de balles asymétriques : balle de baseball (a), de football (b) et de volleyball (c).

L'asymétrie des balles implique qu'elles soient soumises dans un écoulement d'air à une force transverse, dite de portance. Watts et Sayers ont procédé à la mesure en soufflerie du coefficient de portance d'une balle de baseball en fonction de son orientation [154]. Ces résultats, reproduits ultérieurement par Morissey [101], sont reportés sur la figure C.2.

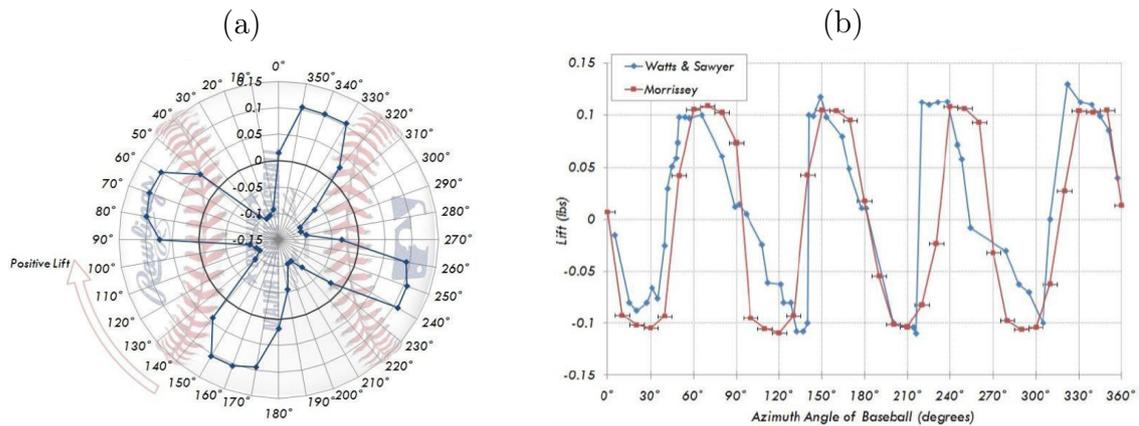


FIGURE C.2 – Étude de la force de portance appliquée à une balle de baseball dans une soufflerie imposant un écoulement d'air uniforme à 20,6 m/s [101]. L'intensité de la force de portance dans la direction transverse à l'écoulement est reportée en fonction de l'orientation de la balle.

La dépendance de la force de portance vis-à-vis de l'orientation de la balle adopte une allure sinusoïdale. Cette force est positive ou négative selon la face de la balle exposée à l'écoulement. L'amplitude maximale de la force de portance est de 0,1 lbs ce qui correspond à 0,42 N. Compte tenu de la surface de la balle ( $\pi R^2 \approx 42 \text{ cm}^2$ ), cette valeur correspond à un coefficient de portance de 0,44.

Ce résultat implique qu'une balle de baseball lancée selon cette orientation et avec une faible rotation soit soumise à une force transverse dont le signe change alternativement au cours du temps. L'alternance du signe de la force transverse à la trajectoire explique qu'elle puisse se courber dans une direction puis dans une autre pour suivre un chemin en zigzag. L'intégration des équations du mouvement d'une balle de baseball en considérant les mesures précédentes permet de déduire sa trajectoire entre le lanceur et le "home plate" (cf. figure C.3).

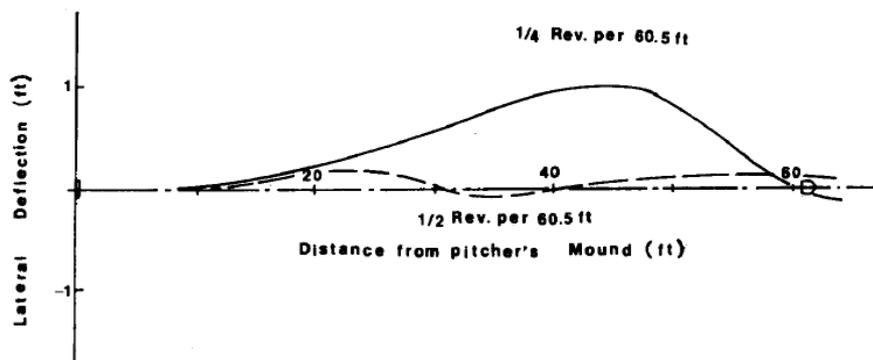


FIGURE C.3 – Trajectoires de balles de baseball entre le lanceur et le batteur (distants d'environ 18 m) intégrées par Watts et Sayers [154]. La balle est lancée à 20,6 m/s et l'intensité de la force de portance en fonction de son orientation est déduite de leurs travaux expérimentaux (cf. figure C.2).

Dans le cas où la balle effectue un quart de tour sur elle-même entre le lanceur et le receveur (distants d'environ 18 m), elle effectue un zigzag d'une amplitude d'environ 30 cm. Pour une rotation plus importante (un demi-tour sur la même distance), la balle

subit deux zigzags d'amplitude d'environ 10 cm. La déviation de la balle étant corrélée à son orientation, plus sa rotation est faible moins le nombre de zigzags est important. En revanche l'amplitude du zigzag grandit lorsque la rotation de la balle s'affaiblit (la balle est un système mécanique qui agit comme un système passe-bas).

Ce scénario a aussi été envisagé par Barber & al. pour expliquer les trajectoires flottantes du football [96]. À l'aide de simulations numériques de l'écoulement autour de différents ballons de football, ils ont déduit l'évolution du coefficient de portance des ces ballons en fonction de leurs orientations. Leurs résultats sont synthétisés sur la figure C.4-(a).

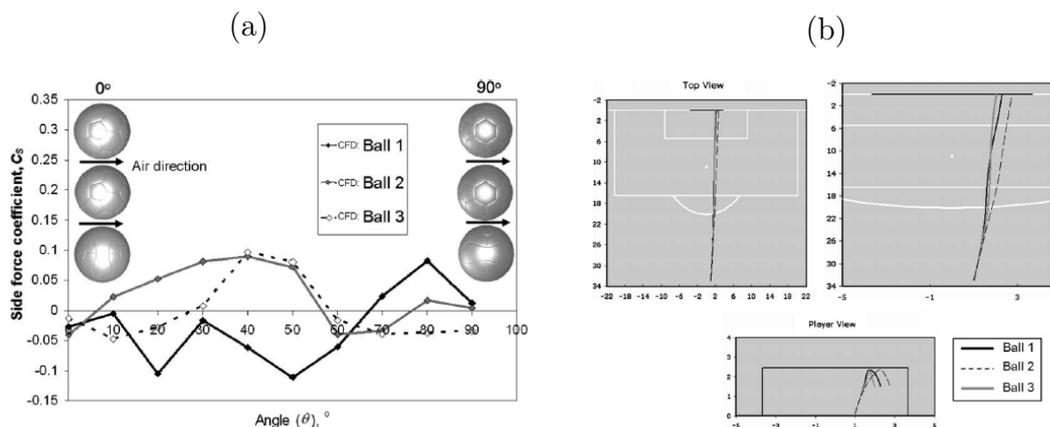


FIGURE C.4 – Résultats des simulations numériques de S. Barber [96] : (a) Évolution du coefficient de portance pour différents ballons de football en fonction de leurs orientations vis-à-vis de l'écoulement. Ces coefficients de portance sont obtenus pour un écoulement à  $Re = 1,0 \times 10^6$ . (b) Intégration de la trajectoire du ballon pour une vitesse de départ de 36 m/s et une rotation de 0,25 tour/s ( $Sp_0 \approx 4,4 \times 10^{-3}$ ). Ces trajectoires sont obtenues en utilisant les coefficients de portance issus des simulations précédentes.

Tout comme la balle de baseball, la force transverse subie par un ballon de football dépend de la face qu'elle présente à l'écoulement. Une faible rotation de la balle sur elle-même va produire une alternance du sens de la force transverse et donner lieu à une trajectoire flottante. La prise en compte de la variation du coefficient de portance de la balle avec son orientation sur sa trajectoire a été réalisée par Barber & al. dans le cas d'un coup-franc tiré de 33 m. La figure C.4-(b) représente les trajectoires pour trois différents ballons tirés à 36 m/s avec une rotation latérale de 0,25 tour/s. Ces trois trajectoires ont des caractéristiques compatibles avec celles des trajectoires flottantes visibles au football et qui ont été décrites dans le paragraphe précédent.

Cependant, aucune preuve expérimentale de la variation du coefficient de portance avec l'orientation d'un ballon de football n'a jamais été apportée.

## Déformation de la balle

Les joueurs accusent régulièrement la déformation de la balle, intervenant après sa frappe avec le pied ou la main, d'être responsable des trajectoires flottantes. Il est vrai qu'un ballon est une structure élastique qui subie une déformation lors d'une collision avec une structure plus rigide (sol, pied, etc...). Cette déformation a été étudiée par D. Price de l'université de Loughborough dans des expériences d'impact d'un ballon de football avec une surface solide. Deux exemples d'impact sont reportés sur les figures C.5-(a) et C.5-(b) [155].

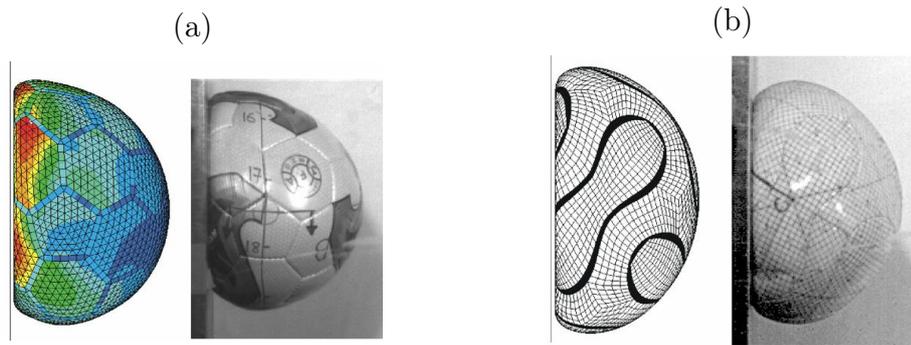


FIGURE C.5 – Étude de la déformation de ballons de football subissant un impact à 31 m/s avec une surface solide. La balle provient de la droite de l'image et le cliché est pris lorsque sa vitesse est nulle. Le cliché (a) correspond à un ballon de football manufacturé à la main tandis que le cliché (b) à un ballon officiel de la coupe du monde de 2006, le "Teamgeist". Ces clichés sont issus des travaux de D. Price [155].

On y observe une déformation importante du ballon. Après la phase de contact, le ballon va regagner sa forme initiale en subissant des oscillations amorties. Au cours de ce retour à l'équilibre, la forme du ballon varie dans le temps. Ces variations sont la source d'une force latérale dont l'intensité et la direction sont corrélées à ces modifications de formes. Ce phénomène est donc en mesure de courber la trajectoire de la balle dans des directions différentes au cours du temps et de donner lieu à des trajectoires flottantes. Cependant, le temps caractéristique d'amortissement de la déformation de la balle est de l'ordre de la dizaine de millisecondes. Bien que ce temps dépende des matériaux constitutifs du ballon et de sa pression interne, il n'est jamais comparable à son temps de vol.

Le phénomène de variation de la forme de la balle au cours du temps ne peut expliquer convenablement l'existence de trajectoires flottantes. De plus, le chapitre précédent a montré l'existence de trajectoires erratiques en l'absence de rotation pour les ballons de football et de volleyball. Dans ces deux cas, l'asymétrie de la surface de la balle ne peut pas être seule tenue pour responsable du phénomène de flottement.

### Différenciation entre le centre de gravité et le centre aérodynamique

Tout objet sphérique manufacturé n'a pas nécessairement son centre de gravité confondu avec son centre de pression. Cette propriété n'est même jamais exactement vérifiée et peut être la cause de mouvements parasites. Lâchée sous la gravité selon une orientation quelconque, une sphère s'oriente avec son centre aérodynamique à l'arrière de son centre de gravité. Elle subit des oscillations amorties jusqu'à arriver à une situation d'équilibre. Ces oscillations amorties de la sphère perturbent sa trajectoire rectiligne de chute. Ce mouvement parasite a posé un énorme défi aux physiciens essayant de mesurer la déviation à l'est d'un objet en chute verticale (cf. paragraphe 5.1).

L'alignement du centre aérodynamique d'une sphère avec son centre de gravité dans un écoulement d'air lui fait subir des oscillations amorties. Ce mouvement correspond à une rotation dont le sens est alterné au cours du temps. Par l'intermédiaire de l'effet Robins-Magnus, la sphère va subir une force de portance dont le signe est corrélé à son mouvement de rotation. La trajectoire de la bille va pouvoir se courber dans une direction puis dans l'autre pour donner lieu à une trajectoire flottante. Le phénomène d'oscillation d'une balle du à la distinction entre son centre de gravité et son centre aérodynamique est un candidat

potentiel pour expliquer les trajectoires flottantes en sport.

Soit une balle dont le centre de gravité  $G$  est séparée de son centre aérodynamique  $A$  par une distance  $l$  (cf. figure C.6). La dynamique de cet objet fait intervenir en plus de l'équation de la dynamique de son centre de masse, l'équilibre des moments qui lui sont appliqués. Cet équilibre permet de prédire l'évolution de l'angle  $\varphi$  formé entre les vecteurs  $-\mathbf{U}$  et  $\mathbf{GA}$ .

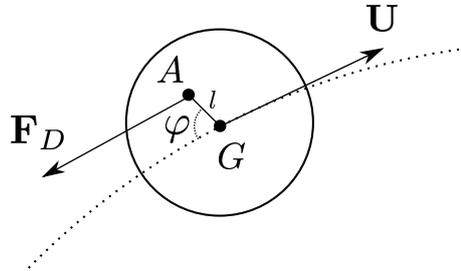


FIGURE C.6 – Schéma d'une balle dont le centre aérodynamique  $A$  est séparé de son centre de gravité  $G$  par une distance  $l$ . La direction  $GA$  forme un angle  $\varphi$  avec celle de la vitesse  $\mathbf{U}$  de la balle.

Le théorème du moment cinétique appliqué à une balle dont le centre aérodynamique est à ce système donne :

$$J\ddot{\varphi} = -\frac{1}{2}\rho S C_D U^2 l \sin \varphi \quad (\text{C.1})$$

où  $J$  est le moment d'inertie de la balle par rapport à son centre de gravité. En modélisant la balle par une coquille sphérique de masse  $M$  et de rayon  $R$  on exprime son moment d'inertie par  $J = 2/3MR^2$ . L'équation (C.1) mène alors à :

$$\ddot{\varphi} + \frac{3\rho C_D l}{4M} U^2 \sin \varphi = 0 \quad (\text{C.2})$$

Il en résulte que les oscillations de la sphère sur elles-mêmes. Ce mouvement, provoqué par la non superposition de son centre de gravité et son centre aérodynamique, possède une pulsation qui s'exprime ainsi :

$$\Omega = \frac{3U}{4R} \sqrt{C_D \frac{\rho}{\rho_b} \frac{l}{R}} \quad (\text{C.3})$$

Cette expression permet d'écrire directement le nombre de spin associé à la rotation de la balle comme  $Sp = \frac{3}{4} \sqrt{C_D \frac{\rho}{\rho_b} \frac{l}{R}}$ . L'existence d'une rotation propre de la balle va entraîner l'apparition d'une force transverse au mouvement par l'intermédiaire de l'effet Robins-Magnus. L'équation du mouvement de la balle subissant une telle force dans la direction transverse s'écrit :

$$MU^2 \frac{d\theta}{ds}(t) = \frac{1}{2} \rho C_R \pi R^3 U \dot{\varphi}(t) \quad (\text{C.4})$$

où  $\dot{\varphi}(t)$  découle de la résolution de l'équation (C.2). Dans la limite des petits angle ( $\varphi \ll 1$ ), cette équation est celle d'un oscillateur harmonique dont la solution,  $\varphi(t) = \varphi_0 \sin(\Omega t)$ , permet de réécrire l'équation (C.4) ainsi :

$$D \frac{d\theta}{ds}(t) = \frac{3}{4} \frac{\rho}{\rho_b} \frac{R \Omega}{U} C_R \varphi_0 \sin(\Omega t) \quad (\text{C.5})$$

En remplaçant  $\Omega$  par son expression et en considérant la variance de la relation précédent, il s'ensuit :

$$D\sqrt{\langle \mathcal{C}^2 \rangle} = \frac{9}{16\sqrt{2}} C_R C_D^{1/2} \left( \frac{\rho}{\rho_b} \right)^{3/2} \left( \frac{l}{R} \right)^{1/2} \varphi_0 \quad (\text{C.6})$$

Le résultat de cette approche théorique doit être mis en regard des résultats expérimentaux du paragraphe 4.2.2. On commence par remarquer que le modèle précédent prédit une dépendance entre  $D\sqrt{\langle \mathcal{C}^2 \rangle}$  et  $\rho/\rho_b$  selon une puissance 3/2. Cette dépendance n'est pas en accord avec les données expérimentales qui montrent une puissance proche de l'unité (cf. figure 4.11). De plus la valeur de la courbure estimée à l'aide de la relation (C.6) est au moins d'un ordre de grandeur plus faible que celle observée dans les expériences (par exemple si  $\rho_b/\rho = 80$ ,  $C_D = 0,4$ ,  $l/R = 1$  et  $\varphi_0 = \pi$ , le paramètre de courbure  $D\sqrt{\langle \mathcal{C}^2 \rangle}$  a une valeur d'environ  $10^{-4}$ , inférieure aux observations expérimentales). La non superposition du centre de gravité d'une balle avec son centre aérodynamique ne peut donc être tenue pour responsable de l'effet de flottement des balles.

## Annexe D

# Dynamique d'un volant de badminton

La figure 6.6-(b) schématise le modèle du volant que nous considérons dans la suite de cette section.

La vitesse du point  $B$  dans le référentiel du laboratoire s'exprime dans le repère défini par les vecteurs  $\mathbf{e}_{GB}$  et  $\mathbf{e}_\varphi$  comme :

$$\mathbf{U}_B = \begin{pmatrix} -U \cos \varphi \\ U \sin \varphi + l_{GB} \dot{\varphi} \end{pmatrix} \quad (\text{D.1})$$

La vitesse du point  $C$  dans le même référentiel mais selon les directions  $\mathbf{e}_{GC}$  et  $\mathbf{e}_\varphi$  est donnée par :

$$\mathbf{U}_C = \begin{pmatrix} U \cos \varphi \\ -U \sin \varphi + l_{GC} \dot{\varphi} \end{pmatrix} \quad (\text{D.2})$$

Ainsi, la dynamique de l'angle  $\varphi$  est régie par l'équation suivante :

$$(M_B l_{GB}^2 + M_C l_{GC}^2) \ddot{\varphi} \mathbf{e}_z = \mathbf{GB} \wedge \left( -\frac{1}{2} \rho S C_D U_B \mathbf{U}_B \right) + \mathbf{GC} \wedge \left( -\frac{1}{2} \rho s C_D U_C \mathbf{U}_C \right) \quad (\text{D.3})$$

où  $M_B l_{GB}^2 + M_C l_{GC}^2$  est le moment d'inertie du volant selon la direction  $z$ . Étant donné que  $\mathbf{GB} \wedge \mathbf{U}_B = l_{GB} (U \sin \varphi + l_{GB} \dot{\varphi}) \mathbf{e}_z$  et  $\mathbf{GC} \wedge \mathbf{U}_C = l_{GC} (-U \sin \varphi + l_{GC} \dot{\varphi}) \mathbf{e}_z$ , il découle de l'équation (D.3) celle suivante :

$$(M_B l_{GB}^2 + M_C l_{GC}^2) \ddot{\varphi} = -\frac{1}{2} \rho S C_D U_B (U \sin \varphi + l_{GB} \dot{\varphi}) l_{GB} - \frac{1}{2} \rho s C_D U_C (-U \sin \varphi + l_{GC} \dot{\varphi}) l_{GC} \quad (\text{D.4})$$

Lorsque  $l_{GB} \dot{\varphi} \ll U$ , il vient  $U_B \simeq U_C \simeq U$  et donc :

$$(M_B l_{GB}^2 + M_C l_{GC}^2) \ddot{\varphi} + \frac{\rho C_D}{2} (S l_{GB}^2 + s l_{GC}^2) U \dot{\varphi} + \frac{\rho C_D}{2} (S l_{GB} - s l_{GC}) U^2 \sin \varphi = 0 \quad (\text{D.5})$$

Comme le point  $G$  est le centre de gravité des deux sphères placées en  $B$  et en  $C$  de masses respectives  $M_B$  et  $M_C$ , les distances  $l_{GB}$  et  $l_{GC}$  sont liées par la relations  $M_B l_{GB} = M_C l_{GC}$ . En insérant cette relation dans l'équation (D.5), il résulte :

$$\ddot{\varphi} + \frac{\rho C_D}{2} \frac{S \frac{M_C}{M_B} + s \frac{M_B}{M_C}}{M_B + M_C} U \dot{\varphi} + \frac{\rho C_D}{2} \frac{S M_C - s M_B}{M_C (M_B + M_C) l_{GC}} U^2 \sin \varphi = 0 \quad (\text{D.6})$$

Dans la limite où  $SM_C \gg sM_B$ , nous obtenons :

$$\ddot{\varphi} + \frac{\rho SC_D}{2M_B(1 + M_B/M_C)} U \dot{\varphi} + \frac{\rho SC_D U^2}{2Ml_{GC}} \sin \varphi = 0 \quad (\text{D.7})$$

où  $M = M_C + M_B$ . L'équation (D.7) correspond à celle (6.1) qui sert à analyser la dynamique du volant de badminton dans le chapitre 6.

# Bibliographie

- [1] Isaac Newton. A letter of mr. isaac newton, professor of the mathematicks in the university of cambridge; containing his new theory about light and colors : Sent by the author to the publisher from cambridge, febr. 6. 1671/72; in order to be communicated to the r. society. *Philosophical Transactions (1665-1678)*, 6 :3075–3087, 1965.
- [2] Suzie Protière, Arezki Boudaoud, and Yves Couder. Particle-wave association on a fluid interface. *Journal of Fluid Mechanics*, 554(10) :85–108, 2006.
- [3] Yves Couder, Suzie Protière, Emmanuel Fort, and Arezki Boudaoud. Dynamical phenomena : Walking and orbiting droplets. *Nature*, 437(7056) :208–208, 2005.
- [4] Marc Geiller, Marc Lachièze-Rey, Karim Noui, Francesco Sardelli, et al. A lorentz-covariant connection for canonical gravity. *SIGMA*, 7(083) :10, 2011.
- [5] Antonin Coutant and Renaud Parentani. Black hole lasers, a mode analysis. *Physical Review D*, 81(8) :084042, 2010.
- [6] Sylvain Carrozza and Daniele Oriti. Bounding bubbles : the vertex representation of 3d group field theory and the suppression of pseudomanifolds. *Physical Review D*, 85(4) :044004, 2012.
- [7] John Fox. *The Ball : Discovering the Object of the Game*. Harper Perennial, 2012.
- [8] C Glenday. Guinness book of world records, 2010.
- [9] Gustave Eiffel. *Recherches expérimentales sur la résistance de l'air exécutées à la tour Eiffel*. L. Maretheux, 1907.
- [10] Gustave Eiffel. *Nouvelles recherches sur la résistance de l'air et l'aviation faites au laboratoire d'Auteuil*. Dunod & Pinat, 1914.
- [11] Sadatoshi Taneda. Experimental investigation of the wake behind a sphere at low reynolds numbers. *J. Phys. Soc. Japan*, 11(10) :1104–1108, 1956.
- [12] Gustave Eiffel. Sur la résistance des sphères dans l'air en mouvement. *Comptes Rendues*, 155 :1597–1599, 1912.
- [13] Elmar Achenbach. Experiments on the flow past spheres at very high reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 54(03) :565–575, 1972.
- [14] AK Norman and BJ McKeon. Unsteady force measurements in sphere flow from subcritical to supercritical reynolds numbers. *Experiments in fluids*, 51(5) :1439–1453, 2011.
- [15] Etienne Guyon, Jean Pierre Hulin, and Luc Petit. *Hydrodynamique physique*. EDP sciences, 2001.
- [16] Jean Le Rond d'Alembert. *Essai d'une nouvelle théorie de la résistance des fluides*. David l'aîné, 1752.

- [17] RH Magarvey and Roy L Bishop. Transition ranges for three-dimensional wakes. *Canadian Journal of Physics*, 39(10) :1418–1422, 1961.
- [18] H Sakamoto and H Haniu. A study on vortex shedding from spheres in a uniform flow. *ASME, Transactions, Journal of Fluids Engineering*, 112 :386–392, 1990.
- [19] JM Chomaz, P Bonneton, and EJ Hopfinger. The structure of the near wake of a sphere moving horizontally in a stratified fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 254(1) :1–21, 1993.
- [20] HJ Kim and PA Durbin. Observations of the frequencies in a sphere wake and of drag increase by acoustic excitation. *Physics of Fluids*, 31 :3260, 1988.
- [21] S Taneda. Visual observations of the flow past a sphere at reynolds numbers between  $10^4$  and  $10^6$ . *J. Fluid Mech*, 85(part 1) :187–192, 1978.
- [22] NG Barton and NG Barton. On the swing of a cricket ball in flight. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, 379(1776) :109–131, 1982.
- [23] Lyman J Briggs. Effect of spin and speed on the lateral deflection (curve) of a baseball; and the magnus effect for smooth spheres. *Am. J. Phys*, 27(8) :589–596, 1959.
- [24] FNM Brown. *See the wind blow*. University of Notre Dame, 1971.
- [25] Rabindra D Mehta. Aerodynamics of sports balls. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 17(1) :151–189, 1985.
- [26] Elmar Achenbach. The effects of surface roughness and tunnel blockage on the flow past spheres. *Journal of fluid mechanics*, 65(Part 1) :113–125, 1974.
- [27] Elmar Achenbach. Vortex shedding from spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 62(2) :209–221, 1974.
- [28] A Werner Preukschat. *Measurements of drag coefficients*. PhD thesis, California Institute of Technology, 1962.
- [29] Paul B MacCready and Henry R Jex. *Study of sphere motion and balloon wind sensors*. George C. Marshall Space Flight Center, National Aeronautics and Space Administration, 1964.
- [30] WW Willmarth and RL Enlow. Aerodynamic lift and moment fluctuations of a sphere. *Journal of Fluid Mechanics*, 36(03) :417–432, 1969.
- [31] GC Lauchle and AR Jones. Unsteady lift force on a towed sphere. *Journal of fluids and structures*, 12(8) :949–958, 1998.
- [32] George Constantinescu and Kyle Squires. Numerical investigations of flow over a sphere in the subcritical and supercritical regimes. *Physics of Fluids*, 16 :1449, 2004.
- [33] Giwoong Yun, Dongjoo Kim, and Haecheon Choi. Vortical structures behind a sphere at subcritical reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 18 :015102, 2006.
- [34] Benjamin Robins. 1742 new principles of gunnery.
- [35] John W Maccoll. Aerodynamics of a spinning sphere. *JR Aeronaut. Soc*, 32(213) :777–798, 1928.
- [36] HM Barkla and LJ Auchterlonie. The magnus or robins effect on rotating spheres. *J. Fluid Mech*, 47(part 3) :437–447, 1971.

- [37] Alan M Nathan. The effect of spin on the flight of a baseball. *American Journal of Physics*, 76 :119, 2008.
- [38] Guillaume Dupeux, Anne Le Goff, David Quéré, and Christophe Clanet. The spinning ball spiral. *New Journal of Physics*, 12(9) :093004, 2010.
- [39] John Eric Goff and Matt J Carré. Soccer ball lift coefficients via trajectory analysis. *European Journal of Physics*, 31(4) :775, 2010.
- [40] Christophe Clanet, Guillaume Dupeux, Anne Le Goff, and David Quere. The roberto carlos spiral. In *APS Division of Fluid Dynamics Meeting Abstracts*, volume 1, 2009.
- [41] Prosper Jules Charbonnier. *Traité de balistique extérieure*. Liège, C. Béranger, 1904.
- [42] Niccolò Tartaglia. *La nova scientia*. A. Forni Editore, 1984.
- [43] Galileo Galilei. *Dialogues concerning two new sciences*. Dover, 1914.
- [44] Lyle N Long and Howard Weiss. The velocity dependence of aerodynamic drag : A primer for mathematicians. *The American mathematical monthly*, 106(2) :127–135, 1999.
- [45] Peter S Chudinov. The motion of a heavy particle in a medium with quadratic drag force. *International Journal of Nonlinear Sciences and Numerical Simulation*, 3(2) :121–130, 2002.
- [46] Michael AB Deakin and GJ Troup. Approximate trajectories for projectile motion with air resistance. *American Journal of Physics*, 66 :34, 1998.
- [47] A Tan, CH Frick, and O Castillo. The fly ball trajectory : an older approach revisited. *Am. J. Phys*, 55(1) :37–40, 1987.
- [48] Neville De Mestre. *The mathematics of projectiles in sport*, volume 6. Cambridge University Press, 1990.
- [49] Peter Chudinov. An optimal angle of launching a point mass in a medium with quadratic drag force. *arXiv preprint physics/0506201*, 2005.
- [50] CW Groetsch. On the optimal angle of projection in general media. *American Journal of Physics*, 65 :797, 1997.
- [51] Diego Ufano. *Tratado de la artillería*.
- [52] H. Lamb. *Dynamics*. Cambridge University Press, Cambridge, 1914.
- [53] Félix Hélie. *Traité de balistique expérimentale*, volume 1. Gauthier-Villars, 1884.
- [54] AB Bailey and J Hiatt. Sphere drag coefficients for a broad range of mach and reynolds numbers. *Aiaa Journal*, 10(11) :1436–1440, 1972.
- [55] Firoz Alam, Huy Ho, Lloyd Smith, Aleksandar Subic, Harun Chowdhury, and Arun Kumar. A study of baseball and softball aerodynamics. *Procedia Engineering*, 34 :86–91, 2012.
- [56] John Wesson and John Wesson. *The science of soccer*. Taylor & Francis, 2002.
- [57] RD Mehta and JM Pallis. The aerodynamics of a tennis ball. *Sports Engineering*, 4(4) :177–189, 2001.
- [58] Firoz Alam, Harun Chowdhury, Hazim Moria, Franz Konstantin Fuss, Iftekhar Khan, Fayez Aldawi, and Aleksandar Subic. Aerodynamics of contemporary fifa soccer balls. *Procedia Engineering*, 13 :188–193, 2011.
- [59] John Eric Goff and Matt J Carré. Trajectory analysis of a soccer ball. *American Journal of Physics*, 77 :1020, 2009.

- [60] Brandon G Cook and John Eric Goff. Parameter space for successful soccer kicks. *European journal of physics*, 27(4) :865, 2006.
- [61] A Cooke. Computer simulation of shuttlecock trajectories. *Sports Engineering*, 5(2) :93–105, 2002.
- [62] Firoz Alam, Harun Chowdhury, Chavaporn Theppadungporn, Aleksandar Subic, and M Khan. Aerodynamic properties of badminton shuttlecock. *International Journal of Mechanical and Materials Engineering (IJMME)*, 4(3) :266–272, 2009.
- [63] Firoz Alam, Harun Chowdhury, Chavaporn Theppadungporn, and Aleksandar Subic. Measurements of aerodynamic properties of badminton shuttlecocks. *Procedia Engineering*, 2(2) :2487–2492, 2010.
- [64] Aekaansh Verma, Ajinkya Desai, and Sanjay Mittal. Aerodynamics of badminton shuttlecocks. *Journal of Fluids and Structures*, 2013.
- [65] Lung-Ming Chen, Yi-Hsiang Pan, and Yung-Jen Chen. A study of shuttlecock’s trajectory in badminton. *Journal of Sports Science and Medicine*, 8(4) :657–662, 2009.
- [66] Chak Man Chan and Jenn Stroud Rossmann. Badminton shuttlecock aerodynamics : synthesizing experiment and theory. *Sports Engineering*, 15(2) :61–71, 2012.
- [67] Patricia Ern, Frédéric Risso, David Fabre, and Jacques Magnaudet. Wake-induced oscillatory paths of bodies freely rising or falling in fluids. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 44 :97–121, 2012.
- [68] Carol K Augspurger and Susan E Franson. Wind dispersal of artificial fruits varying in mass, area, and morphology. *Ecology*, pages 27–42, 1987.
- [69] FM Burrows. Wind-borne seed and fruit movement. *New Phytologist*, 75(2) :405–418, 1975.
- [70] Andrew Belmonte and Elisha Moses. Flutter and tumble in fluids. *Physics world*, pages 21–25, 1999.
- [71] Andrew Belmonte, Hagai Eisenberg, and Elisha Moses. From flutter to tumble : inertial drag and froude similarity in falling paper. *Physical Review Letters*, 81(2) :345–348, 1998.
- [72] Leonardo (da Vinci), Jane Roberts, Thomas William Coke Earl of Leicester, and Musée Jacquemart-André. *Le Codex Hammer de Leonard de Vinci : les eaux, la terre, l’univers :[exposition] Musée Jacquemart-André*. Institut de France, Musée Jacquemart-André, 1982.
- [73] Andrea Prosperetti. Bubbles. *Physics of fluids*, 16 :1852, 2004.
- [74] PG Saffman. On the rise of small air bubbles in water. *Journal of Fluid Mechanics*, 1(03) :249–275, 1956.
- [75] Guillaume Mougin and Jacques Magnaudet. Path instability of a rising bubble. *Physical review letters*, 88(1) :014502, 2001.
- [76] Woodrow L Shew, Sebastien Poncet, and Jean-François Pinton. Force measurements on rising bubbles. *Journal of Fluid Mechanics*, 569(1) :51–60, 2006.
- [77] Woodrow L Shew and Jean-François Pinton. Dynamical model of bubble path instability. *Physical review letters*, 97(14) :144508, 2006.
- [78] Mathieu Jenny, Gilles Bouchet, and Jan Dušek. Nonvertical ascension or fall of a free sphere in a newtonian fluid. *Physics of Fluids*, 15 :L9, 2003.

- [79] M Jenny, J Dušek, and G Bouchet. Instabilities and transition of a sphere falling or ascending freely in a newtonian fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 508(1) :201–239, 2004.
- [80] M Horowitz and CHK Williamson. The effect of reynolds number on the dynamics and wakes of freely rising and falling spheres. *Journal of Fluid Mechanics*, 651 :251, 2010.
- [81] M Horowitz and CHK Williamson. Critical mass and a new periodic four-ring vortex wake mode for freely rising and falling spheres. *Physics of Fluids*, 20 :101701, 2008.
- [82] HR Jex and MAC Cready. Study of sphere motion and balloon wind sensors(motion and net drag coefficients of free moving spheres- balloon wind sensors). 1964. 46 P, 1964.
- [83] Paul B Mac Cready Jr and Robin E Williamson. The motion of ascending and descending spheres. 1965.
- [84] Thomas Leweke. Dye visualization-a method for investigating biomechanical flows. *Current Pharmaceutical Biotechnology*, 13(11) :2141–2152, 2012.
- [85] Léon Foucault. *Démonstration physique du mouvement de rotation de la terre au moyen du pendule*. Bachelier, 1851.
- [86] Galileo Galilei. *Dialogue Concerning the Two Chief World Systems : Ptolemaic & Copernican*. Univ of California Press, 1967.
- [87] Philippe Gilbert. *Les preuves mécaniques de la rotation de la terre*. Gauthier-Villars, Imprimeur-Libraire, 1883.
- [88] Johann Friedrich Benzenberg. *Versuche über das Gesetz des Falls, über den Widerstand der Luft und über die Umdrehung der Erde*. 1804.
- [89] Ferdinand Reich. *Fallversuche über die Umdrehung der Erde*. JG Engelhardt, 1832.
- [90] John George Hagen and Johan Stein. La rotation de la terre, ses preuves mécaniques anciennes et nouvelles. *Roma, Tipografia poliglotta vaticana, 1911.*, 1, 1911.
- [91] Theo Gerkema and Louis Gostiaux. Petite histoire de la force de coriolis. *Reflète de la physique*, (17) :18–21, 2009.
- [92] Edwin H Hall. Experiments on the deviations of falling bodies. In *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, volume 39, pages 339–349. JSTOR, 1904.
- [93] Edwin H Hall. Air resistance to falling inch spheres. In *Proceedings of the American Academy of Arts and Sciences*, volume 45, pages 379–384. JSTOR, 1910.
- [94] Gaspard Gustave Coriolis. *Mémoire sur les équations du mouvement relatif des systèmes de corps*. Bachelier, 1835.
- [95] Sungchan Hong, Chulsoo Chung, Masao Nakayama, and Takeshi Asai. Unsteady aerodynamic force on a knuckleball in soccer. *Procedia Engineering*, 2(2) :2455–2460, 2010.
- [96] S Barber, SB Chin, and MJ Carré. Sports ball aerodynamics : a numerical study of the erratic motion of soccer balls. *Computers & Fluids*, 38(6) :1091–1100, 2009.
- [97] Masahide Murakami, Kazuya Seo, Masakazu Kondoh, and Yutaka Iwai. Wind tunnel measurement and flow visualisation of soccer ball knuckle effect. *Sports Engineering*, 15(1) :29–40, 2012.
- [98] Takeshi Asai and Kyoji Kamemoto. Flow structure of knuckling effect in footballs. *Journal of fluids and structures*, 27(5) :727–733, 2011.

- [99] Adrian Cho. Engineering of sport meeting. in volleyball, crafty players serve up an aerodynamic crisis. *Science (New York, NY)*, 306(5693) :42, 2004.
- [100] Alan M Nathan. Analysis of knuckleball trajectories. *Procedia Engineering*, 34 :116–121, 2012.
- [101] Michael Patrick Morrissey. The aerodynamics of the knuckleball pitch : An experimental investigation into the effects that the seam and slow rotation have on a baseball. 2009.
- [102] Sungchan Hong, Yahiro Kazama, Masao Nakayama, and Takeshi Asai. Ball impact dynamics of knuckling shot in soccer. *Procedia Engineering*, 34 :200–205, 2012.
- [103] Taketo Mizota, Kouhei Kurogi, Yuji Ohya, Atsushi Okajima, Takeshi Naruo, and Yoshiyuki Kawamura. The strange flight behaviour of slowly spinning soccer balls. *Scientific reports*, 3, 2013.
- [104] Jean-Yves Guillain. *Histoire du badminton*. Editions Publibook, 2002.
- [105] Alison J Cooke. Shuttlecock aerodynamics. *Sports Engineering*, 2(2) :85–96, 1999.
- [106] Peter J Brancazio. Rigid-body dynamics of a football. *Am. J. Phys*, 55(5) :5, 1987.
- [107] Curtis Horn and Heidi Fearn. On the flight of an american football. *arXiv preprint arXiv :0706.0366*, 2007.
- [108] Firoz Alam, Aleksandar Subic, Simon Watkins, and Alexander John Smits. Aerodynamics of an australian rules foot ball and rugby ball. In *Computational Fluid Dynamics for Sport Simulation*, pages 103–127. Springer, 2009.
- [109] B Schmölzer and W Müller. The importance of being light : aerodynamic forces and weight in ski jumping. *Journal of biomechanics*, 35(8) :1059–1069, 2002.
- [110] W Meile, E Reisenberger, M Mayer, B Schmölzer, W Müller, and G Brenn. Aerodynamics of ski jumping : experiments and cfd simulations. *Experiments in fluids*, 41(6) :949–964, 2006.
- [111] Mont Hubbard and Harrold J Rust. Simulation of javelin flight using experimental aerodynamic data. *Journal of biomechanics*, 17(10) :769–776, 1984.
- [112] Mont Hubbard. Optimal javelin trajectories. *Journal of Biomechanics*, 17(10) :777–787, 1984.
- [113] M Hubbard and SA Hummel. Simulation of frisbee flight. In *Proceedings of the 5th Conference on Mathematics and Computers in Sport, University of Technology, Sydney, Australia*, 2000.
- [114] VR Morrison. The physics of frisbees. *Mount Allison University Physics Department*, 1, 2005.
- [115] Ralph D Lorenz. Flight and attitude dynamics measurements of an instrumented frisbee. *Measurement Science and Technology*, 16(3) :738, 2005.
- [116] Johann Gottlob Leidenfrost. *De aquae communis nonnullis qualitatibus tractatus*. [Typis Joan. Sebast. Straube, Acad. typogr.] Impensis Hermannii Ovenni, Univers. bibliopolæ, 1756.
- [117] BS Gottfried, CJ Lee, and KJ Bell. The leidenfrost phenomenon : Film boiling of liquid droplets on a flat plate. *International Journal of heat and mass transfer*, 9(11) :1167–1188, 1966.
- [118] Guillaume Dupeux, Marie Le Merrer, Christophe Clanet, and David Quéré. Trapping leidenfrost drops with crenelations. *Physical Review Letters*, 107(11) :114503, 2011.

- [119] Thomas R Cousins, Raymond E Goldstein, Justin W Jaworski, and Adriana I Pesci. A ratchet trap for leidenfrost drops. *Journal of Fluid Mechanics*, 696 :215–227, 2012.
- [120] Guillaume Lagubeau, Marie Le Merrer, Christophe Clanet, and David Quéré. Leidenfrost on a ratchet. *Nature Physics*, 7(5) :395–398, 2011.
- [121] Alois Würger. Leidenfrost gas ratchets driven by thermal creep. *Physical Review Letters*, 107(16) :164502, 2011.
- [122] Franck Celestini and Geoffroy Kirstetter. Effect of an electric field on a leidenfrost droplet. *Soft Matter*, 8(22) :5992–5995, 2012.
- [123] James Dewar, Hugh Munro Ross, and Ernest Charles Scott Dickson. *Collected papers of Sir James Dewar...*, volume 2. The University Press, 1927.
- [124] Keyvan Piroird, Christophe Clanet, and David Quéré. Magnetic control of leidenfrost drops. *Physical Review E*, 85(5) :056311, 2012.
- [125] Pascale Aussillous and David Quéré. Shapes of rolling liquid drops. *Journal of Fluid Mechanics*, 512(1) :133–151, 2004.
- [126] Denis Bartolo, Christophe Josserand, and Daniel Bonn. Singular jets and bubbles in drop impact. *Physical review letters*, 96(12) :124501, 2006.
- [127] E Pairam and A Fernandez-Nieves. Generation and stability of toroidal droplets in a viscous liquid. *Physical review letters*, 102(23) :234501, 2009.
- [128] Zhenwei Yao and Mark J Bowick. The shrinking instability of toroidal liquid droplets in the stokes flow regime. *The European Physical Journal E*, 34(3) :1–6, 2011.
- [129] Robert S Mulliken. The interpretation of band spectra. *Selected Papers of Robert S. Mulliken*, page 235, 1975.
- [130] David R Lide and Thomas J Bruno. *CRC handbook of chemistry and physics*. CRC PressI Llc, 2012.
- [131] Scott D Bembenek. Calculation of the surface tension of oxygen using molecular-dynamics simulations. *The Journal of chemical physics*, 124 :014709, 2006.
- [132] Minoru Takeda and Kazu Nishigaki. Measurements of the surface tension of liquid oxygen in high magnetic fields. *Journal of the Physical Society of Japan*, 61(10) :3631–3635, 1992.
- [133] Anne-Laure Biance, Christophe Clanet, David Quéré, et al. Leidenfrost drops. *Physics of Fluids*, 15(6) :1632–1637, 2003.
- [134] Ronald E Rosensweig. *Ferrohydrodynamics*. Courier Dover Publications, 1997.
- [135] Michael C Sostarecz and Andrew Belmonte. Motion and shape of a viscoelastic drop falling through a viscous fluid. *Journal of Fluid Mechanics*, 497 :235–252, 2003.
- [136] Milton S Plesset and Andrea Prosperetti. Bubble dynamics and cavitation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 9(1) :145–185, 1977.
- [137] Sascha Hilgenfeldt, Michael P Brenner, Siegfried Grossmann, and Detlef Lohse. Analysis of rayleigh-plesset dynamics for sonoluminescing bubbles. *Journal of fluid mechanics*, 365 :171–204, 1998.
- [138] V Duclaux, F Caillé, C Duez, C Ybert, L Bocquet, and C Clanet. Dynamics of transient cavities. *Journal of Fluid Mechanics*, 591(1) :1–19, 2007.
- [139] Raymond Bergmann, Devaraj Van Der Meer, Stephan Gekle, Arjan Van Der Bos, and Detlef Lohse. Controlled impact of a disk on a water surface : cavity dynamics. *Journal of Fluid Mechanics*, 633 :381, 2009.

- [140] Stephan Gekle, Jacco H Snoeijer, Detlef Lohse, and Devaraj van der Meer. Approach to universality in axisymmetric bubble pinch-off. *Physical Review E*, 80(3) :036305, 2009.
- [141] Y-J Chen and PH Steen. Dynamics of inviscid capillary breakup : collapse and pinchoff of a film bridge. *Journal of Fluid Mechanics*, 341(1) :245–267, 1997.
- [142] Richard F Day, E John Hinch, and John R Lister. Self-similar capillary pinchoff of an inviscid fluid. *Physical review letters*, 80(4) :704–707, 1998.
- [143] David Leppinen and John R Lister. Capillary pinch-off in inviscid fluids. *Physics of Fluids*, 15 :568, 2003.
- [144] Pierre-Gilles de Gennes, Françoise Brochard-Wyart, David Quéré, Marc Fermigier, and Christophe Clanet. *Gouttes, bulles, perles et ondes*. Belin Paris, 2002.
- [145] James Clerk Maxwell. *On the stability of the motion of Saturn's rings*. Macmillan, 1959.
- [146] Simon L Goren. The instability of an annular thread of fluid. *J. Fluid Mech*, 12(2) :309, 1962.
- [147] Hadi Mehrabian and James J Feng. Capillary breakup of a liquid torus. *Journal of Fluid Mechanics*, 717 :281–292, 2013.
- [148] RJA Hill and L Eaves. Vibrations of a diamagnetically levitated water droplet. *Physical Review E*, 81(5) :056312, 2010.
- [149] MA Weilert, Dwight L Whitaker, HJ Maris, and GM Seidel. Magnetic levitation of liquid helium. *Journal of low temperature physics*, 106(1-2) :101–131, 1997.
- [150] Yuanming Liu, Da-Ming Zhu, Donald M Strayer, and Ulf E Israelsson. Magnetic levitation of large water droplets and mice. *Advances in Space Research*, 45(1) :208–213, 2010.
- [151] Joseph B Keller. Optimal velocity in a race. *The American Mathematical Monthly*, 81(5) :474–480, 1974.
- [152] Yiyuan J Zhao. Optimal patterns of glider dynamic soaring. *Optimal control applications and methods*, 25(2) :67–89, 2004.
- [153] Manu Prakash, David Quéré, and John WM Bush. Surface tension transport of prey by feeding shorebirds : the capillary ratchet. *science*, 320(5878) :931–934, 2008.
- [154] Robert G Watts and Eric Sawyer. Aerodynamics of a knuckleball. *American Journal of Physics*, 43 :960, 1975.
- [155] DS Price, R Jones, and AR Harland. Computational modelling of manually stitched soccer balls. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part L : Journal of Materials Design and Applications*, 220(4) :259–268, 2006.

## Résumé

Ce travail expérimental concerne les trajectoires des balles de sport. Ces projectiles denses sont lancés dans l'air à plusieurs centaines de kilomètres par heure et produisent autour d'eux un écoulement de fluide à haut nombre de Reynolds ( $Re > 1000$ ). Cet écoulement induit une résistance à l'avancement qui limite leur portée des balles et donne lieu à des trajectoires dissymétriques vis-à-vis du sommet. Elles sont observées au badminton lors des dégagés et ont été dessinées pour la première fois par Niccolo Tartaglia en 1537 pour des boulets de canon. Mais l'air n'est pas uniquement un frein au mouvement des balles. Leur rotation propre engendre, par l'intermédiaire de l'effet Magnus, une force transverse qui courbe la trajectoire. Nous avons étudié l'emploi de cet effet pour prolonger les dégagements au football. Des forces aérodynamiques transverses existent également lorsque la balle ne tourne pas sur elle-même. Elles sont alors causées par la nature turbulente de l'écoulement du fluide et induisent des trajectoires en zigzag que l'on observe exceptionnellement au volleyball, football et baseball. Les conditions d'obtention de ces trajectoires non rectilignes ont fait l'objet de ce travail. Le cas des balles non sphériques est envisagé au travers de l'exemple du badminton. Le volant "flip" sur lui-même après l'impact avec la raquette et vole le bouchon en avant ce qui permet à chaque joueur de frapper le bouchon. Enfin, l'étude d'une particule fluide a été envisagée avec le cas particulier d'un anneau liquide en caléfaction. Un tel objet est créé en approchant un aimant annulaire d'une goutte d'oxygène liquide paramagnétique. La dynamique de fermeture de cet anneau non mouillant est décrite à l'aide d'une approche en écoulement potentiel.

*Mots-clé* : trajectoires, particules denses, haut nombre de Reynolds, physique du sport, anneau liquide.

## Abstract

This experimental work deals with sports balls trajectories. Those dense projectiles are launched in air at several hundred kilometers per hour. In this situation, ball trajectories depend on the fluid flow around them which occurs at high Reynolds number ( $Re > 1000$ ). The first effect we consider is the fluid drag. This friction reduces the range and gives rise to trajectories very different from parabola which are non symmetric toward the top. This kind of trajectories occurs in badminton for high clears. Nicollo Tartaglia was the first to draw those curves observing the trajectories of cannon balls. However, the air doesn't only limit the forward motion. When balls spin, the Robin-Magnus effect produces a lateral force and curves the trajectory. This is studied in the case of clearances in soccer. Lateral aerodynamic forces also exist when the ball has no spin. The turbulent behavior of the flow around a spherical particle provides lateral forces with complex temporal dependency. This induces zigzag trajectories which are occasionally observed in volley, soccer and baseball. We inspect the condition of occurrence of this phenomenon. Then, the case of non spherical balls are considered. Such balls are used in rugby, football and badminton. Shuttlecocks have the propriety to fly the nose ahead which oblige them to flip after each racket impact. Finally, we study the motion of a fluid particle with the particular case of a Leidenfrost liquid ring. A such object is created by approaching an annular magnet from a paramagnetic liquid oxygen drop. The closing dynamics of this non wetting ring is described with by the way of a potential flow approach.

*Keywords* : trajectories, dense particles, high Reynolds number, physics of sports, liquid ring.